Math. P. 125 ip
Florencourt

Math B 73

Matheſis applicata 404.

R

73

Abhandlungen

aus der juriſtiſchen und politiſchen

Rechenkunſt

von

Carl Chaſſot de Florencourt.

Nebſt einer Vorrede

Herrn Hofrath Käſtners.

Mit einem Kupfer.

Altenburg,

in der Richteriſchen Buchhandlung, 1781.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Vorrede

Anwendungen mathematiſcher Känntniſſe, zum Gebrauche der Rechtsgelehrten, hat meines Wiſſens zuerſt Polack, in eine etwas vollſtändige Sammlung gebracht. Sein Buch erſchien als ein kleiner Octavband Leipzig 1734. und war bey der zweiten Auflage 1739. zu einem Quartanten erwachſen, der folgends auch noch in der vierten 1770. immer iſt vergrößert worden. Für einen Liebhaber der Mathematik ſind ſo viel Auflagen, wenigſtens ein angenehmer Beweiß, daß die Rechtsgelehrten den Nutzen ſeiner Wiſſenſchaft in Menge geglaubt haben, und es iſt nicht anders möglich, als daß ihn auch Viele empfunden haben.

Dieſes Buch diente mir noch in Leipzig, auch in den erſten Jahren meines hieſigen Aufenthaltes, zur Grundlage von Vorleſungen. Ich fühlte aber dabey immer die Unbequemlichkeit, daß es in einer Abſicht zu viel, in anderer zu wenig enthält.

Was mir darinn zu viel ſcheint, iſt das kleine, höchſt unvollkommene Compendium der Mathematik.

Polacken entſchuldigt die gute Abſicht, Studierenden, die zu einem zuſammenhängenden vollſtändigen mathematiſchen Fleiße nicht Zeit zu haben vorwandten, eigentlich nicht Neigung hatten, doch einiges beyzubringen.

Dabey verlohr er ſo gleich etwas, das jedermann als einen wichtigen Nutzen der Mathematik angiebt, die Aufklärung und Uebung des Verſtandes, denn einen mathematiſchen Satz nur auswendig wiſſen, heißt nichts mehr, als ſonſt eine Wahrheit, oder ein Mährchen im Gedächtniſſe haben. Und ſelbſt in die Ausübung mathematiſcher Lehren, wird ſich ſchwerlich jemand allemal gehörig finden, der nicht Nachdenken genug gehabt hat, die Gründe von ihnen einzuſehen.

Bey dem Gedanken, aus der Mathematik gerade nur ſo viel zu wählen, als einem Rechtsgelehrten brauchbar iſt, hätte Polacken doch wohl einfallen können, ob ſich aus der Rechtsgelehrſamkeit gerade nur ſo viel vortragen läßt, als zum künftigen Gebrauche den meiſten Rechtsbefliſſenen unentbehrlich wäre? Ich denke, bald nach ihrem Eintritte in Geſchäfte, auch wenn ſie ſolchem mit gehöriger Geſchicklichkeit und Eifer vorſtehen, vergeſſen ſie Manches, das ihnen auf der Univerſität iſt geſagt worden, wenn ſie es je gemerkt hatten. Aber es zu ſagen erforderte der Zuſammenhang, die Nothwendigkeit, das Brauchbare durch das Unbrauchbare, von dem es oft herſtammet, zu erläutern. Der Umſtand, daß Jurisprudenz Gelehrſamkeit, und nicht Handwerk iſt.

Auf dieſen letzten Umſtand, haben doch wahre Rechtsgelehrte immer geſehen, Känntniſſe, die nicht höchſt nothwendig zu ihrer Wiſſenſchaft gehörten, als anſtändige Zierrathen, oft ſelbſt mit in den Vortrag ihrer Wiſſenſchaft einzuflechten.

Optik und Aſtronomie, fand Polack ganz unjuriſtiſch, und ſo mußte ſeine Abhandlung der Chronologie, auſſerdem daß darinn nicht wenig aſtronomiſche und hiſtoriſche Verſehen ſind, ſehr unbrauchbar werden.

Herr Wiedeburg in ſeiner kurzgefaßten praktiſchen Mathematik, vor diejenigen welche ſich auf Rechtsgelehrſamkeit, Cameralwiſſenſchaft, und Oekonomie legen, Jena, 1761. hat die mathematiſchen Lehren ausführlicher abgehandelt, und in der Chronologie, wenigſtens die aſtronomiſchen Grundbegriffe umſtändlicher angegeben.

Hiſto=

Hiſtoriſche, und andere Hülfswiſſenſchaften, lernt der angehende Rechtsgelehrte im völligen Zuſammenhange, mit Vorbehalte, ſelbſt daraus auszuziehen, was ihm zu ſeiner Hauptbeſtimmung dient, das Uebrige rechnet er wenigſtens zur Weltkänntniß, deren gänzlicher Mangel jemanden, der in der Welt ſelbſt was bedeuten kann, oft lächerlich macht; warum ſollte er ſich bey den mathematiſchen nicht auch ſo verhalten?

Darf man bey ihm mathematiſche Anfangsgründe voraus ſetzen; ſo gehört in die juriſtiſche Mathematik nur derſelben Anwendung. Die Forderung, daß ein Rechtsgelehrter, wenigſtens durch Wolfs Auszug vorbereitet ſeyn ſollte, war doch um 1734. nicht zu hart. Hätte Polack ſie gemacht; ſo wäre ihm Platz zu viel mehr brauchbaren Anwendungen geblieben, dergleichen z. E. Herr Unger in ſeinen Beyträgen zur Matheſi Forenſi geliefert hat. Polack ſchränkt ſich nur auf ſolche ein, die zur Erläuterung des römiſchen Rechts, und zunächſt in Proceſſen vorkommen. Und eben deßwegen enthält ſein Buch, welches meine zweite Erinnerung war, zu wenig. Bey den erſten Ausgaben deſſelben, waren unterſchiedene Gegenſtände, die beſonders weitläuftigere Berechnungen erfordern, in Deutſchland vielleicht noch nicht ſo bekannt, als ſie ſeitdem geworden ſind. Ob ſie für den Juriſten gehören, iſt wohl keine Frage.

Dergleichen Gegenſtände, und die Art ſie zu behandeln, wird man aus folgenden Abhandlungen kennen lernen. Ihr Herr Verfaſſer hat ſich meines Unterrichts in der höhern Mathematik bedient, dieſe Aufſätze aber ſind durchgängig Proben ſeines eigenen Fleiſſes, wo er von mir höchſtens einige Bücher gebraucht hat. Ich glaube nicht, daß ſie meines Lobes bedürfen, welches doch nicht ganz unverdächtig wäre. Wem die Rechnungen gar unverſtändlich, oder doch zu furchtbar ſind, der wird wenigſtens die Gründe derſelben ſo aus einander geſetzt finden, daß er beurtheilen kann, ob er das Reſultat einer nach dieſen Gründen geführten Rechnung annehmen will, unter der Vorausſetzung, die Rechnung ſelbſt ſey richtig geführt. So habe ich zuweilen das Vergnügen gehabt, von der Rechtmäßigkeit der Leib-

nitziſchen Zinsrechnung Rechtsgelehrte zu verſichern, denen freylich die Formel dafür, das geweſen wäre, was jedem Unjuriſten die Stipulatio Aquiliana ſeyn mag, die aber ganz deutlich fanden, daß von einem Capitale ein Theil im Voraus bezahlt, von dem, der ihn empfängt, verintereßirt werden muß.

Hie ſind bloſſe Rechnungen vorgetragen, auch in dem Abſchnitte von Proportionirung der Fäſſer, da die Formeln angenommen werden. Der Herr Verfaſſer hat Unterſuchungen über die Viſirkunſt angeſtellt, die für gegenwärtige Sammlung und Abſicht zu weitläuftig wurden, und als ein beſonderes Werk zu erſcheinen verdienen.

Es wird mir erlaubt ſeyn, einen Litterariſchen Beytrag zur juriſtiſchen Mathematik zu geben, der ſo viel ich weiß, nicht gar bekannt iſt, wenigſtens finde ich ihn nicht in Polacks Buche. Er gehört zu Leibnitzens Jugendproben. In einer Sammlung derſelben (*) iſt die zweite, die Diſputation mit der er ſich, wie in Leipzig gewöhnlich iſt, die Freyheit als Magiſter zu lehren erworben hat. (**)

Dieſe Schrift enthält philoſophiſche Fragen aus der Rechtsgelehrſamkeit, wobey man freylich an die damalige Beſchaffenheit der Philoſophie, zumal auf deutſchen Univerſitäten denken muß.

Die dritte Frage iſt mathematiſch, auf Veranlaſſung des Geſetzes Solons, das l. vlt. Dig. Fin. regund. nach dem Cajus, eingeführt und gebilligt wird: Eine Grube oder ein Grab, ſollen von des Nachbars Boden, ſo weit abſtehen, ſo tief ſie ſind.

Leibnitz

(*) Specimina juris. I. ſpec. difficultatis in jure, ſ. diſſ. de caſibus perplexis. II. ſpec. Encyclopaediae in jure, ſ. quaeſtiones philoſophicae amoeniores ex jure collectae. III. ſpec. certitudinis ſ. demonſtrationum in jure exhibitum in doctrina conditionum. Autore Gottfredo Guilielmo Leibnüzio. 1669. 4.

(**) Den 3. Decemb. 1664. Ludovici, Entwurf einer Hiſtorie der Leibnitziſchen Philoſophie, (Leipz. 1737.) 1. Th. 276. §. Dieſe Umſtände, ſind in der Sammlung weggelaſſen.

Leibnitz glaubt von dieſem Geſetze, aus Verbindung der Geometrie mit der Statik, Rechenſchaft zu geben. Wie er das bewerkſtelligt, müßte man, um es vollſtändig zu kennen, mit ſeinen Worten, durch eine geometriſche Figur erläutert leſen, und dazu wäre wohl hier der Platz nicht. Kurz kommen ſeine Gedanken darauf an:

Eine Ebene fünf und vierzig Grad gegen den Horizont geneigt, hält das Mittel zwiſchen der verticalen, in der ein ſchwerer Körper frey herab ſinken kann, und der horizontalen die ihn völlig trägt.

Wenn nun die Grube voll Waſſer iſt, und der Abgang wie bey Regen, immer erſetzt wird; ſo ſtellt ſich Leibnitz vor, es werde ſich aus der Wand der Grube in das benachbarte Erdreich ſeitwärts ziehen, aber unter keiner Schiefe die mit dem Horizonte einen kleinern Winkel als fünf und vierzig Grad machte. Was alſo aus der Grube oberſten Stelle, durchdringt, wenn es auch nach der Schiefe von fünf und vierzig Grad, bis an den Horizont des Bodens der Grube kömmt; ſo iſt es da von der Grube nur ſo weit horizontal entfernt, ſo viel der Grube Tiefe beträgt, und erreicht folglich gerade nur des Nachbars Grund, wenn Solons Geſetz iſt beobachtet worden.

Ich glaube der ſcharfſinnige Gedanke des jungen Magiſter Leibnitz, verdient immer aufbehalten zu werden, wenn ich ihn auch gleich nicht für einen mathematiſchen Beweiß des Geſetzes ausgeben möchte.

Göttingen,
im November, 1780.

A. G. Käſtner.

Inn-

Innhalt.

Capittel 1.

a) Von der Zinsrechnung. — — Seite 1
b) Interuſurium. — — — 10
c) Mitlerer Zahlungstermin. — — — 20
d) Veränderte Zahlungstermine. — — 24
e) Halbjährige Zahlungen. — — — 32
f) Paktum Antichretikum. — — 35

Capitt. 2.

Von der Wahrſcheinlichkeit, und ihrer Berechnung. — 39

Capitt. 3.

Politiſche Rechnungen, über Bevölkerung, Sterblichkeitsordnungen ꝛc. — — — — 65

Capitt. 4.

a) Jahrrenten. — — — 109
b) Leibrenten allerley Arten. — — 112
c) Tontinen. — — — — 143

Capitt. 5.

a) Wittwenkaſſen. 150
b) Wayſenkaſſen. — — — — 195

Capitt. 6.

a) Ausſteurungskaſſen. — — — 209
b) Studierkaſſen. — — — 227
c) Todtenkaſſen. — — — 232

Capitt. 7.

Berechnungen über verſchiedene ſich auf das Recht gründende Aufgaben.

a) Berechnung der Legitimä. 239
b) Berechnung der Falcidiä. — — — 240
c) Berechnung der Verletzung über die Hälfte. — 243
d) Geſellſchaftsrechnung nebſt ihrer Anwendung. — 246
e) Remiſſionsrechnung bey Feldfrüchten. — — 250
f) Proportionirung der Fäſſer. — — 252
g) Begriffe von Aſſekuranzen. — — — 256
h) Brandkaſſen. — — — — 258
i) Aſſekuranzen bey Feldfrüchten. — — 262
k) Aſſekuranzen beym Viehſterben. — — 265

Erſtes Capittel.

Zins und Zinſeszinſen; Interuſurium; mitlerer Zahlungstermin; veränderte Zahlungstermine; halbjährige Zahlungen; Pactum Antichreticum.

Zins und Zinzeszinſen.

1) Eine Größe C ſoll vermehret werden, daß ſie zu dem jährigen Wachsthum die beſtändige Verhältniß m : r behält; der Wachsthum ſoll immer wieder in eben der Verhältniß vermehrt, und jährlich zu der Größe addirt werden. Zu gleicher Zeit ſoll aber auch die Größe C in der beſtändigen Verhältniß m : s abnehmen.

Iſt nun x = dem Zuſtande der Größe nach n Jahren,

ſo hat man $x = \left(\frac{m + r - s}{m}\right)^n C$

2) **Bew.** Im erſten Jahre iſt der Größe

$$\text{Vermehrung} = C \cdot \frac{r}{m}$$

$$\text{Abnahme} = C \cdot \frac{s}{m}$$

gänzliche Aenderung $= C \cdot \frac{r}{m} - C \frac{s}{m} = C \cdot \left(\frac{r - s}{m}\right)$ Alſo iſt ſie aus

 dem

dem Zuſtande den ſie am Anfange des Jahres hatte, am Ende geworden
$C \cdot \left(1 + \frac{r - s}{m}\right) = \frac{C \cdot (m + r - s)}{m}$

3) Wenn eine andere Größe P eben ſo ſich ein Jahr über ändert, ſo iſt ihr Zuſtand am Ende des Jahres $\frac{P \cdot (m + r - s)}{m}$

Es ſey alſo P, der Zuſtand der Größe in (2) ſo hat man am Ende des zweiten Jahrs $C \cdot \left(\frac{m + r - s}{m}\right)^2$

4) Und dieſes ſtatt P, geſetzt am Ende des dritten, $C \cdot \left(\frac{m + r - s}{m}\right)^3$ u. ſ. w. bis ans Ende des n^{ten} Jahres, wo man den Ausdruck in (1) findet.

5) **Exempel.** Es bedeute C die Volksmenge an einem Orte; $m : r$, die Verhältniß der jezt Lebenden, zu denen die jährlich gebohren werden; $m : s$, die Verhältniß der jezt Lebenden zu denen die jährlich ſterben; nun ſey $C = 10000$; $m = 250$; $r = 10$; $s = 7$; $n = 50$; ſo iſt x die Volksmenge nach 50 Jahren; und man hat $x = \left(\frac{250 + 10 - 7}{250}\right)^{50} \cdot 10000 = \left(\frac{253}{250}\right)^{50} \cdot 10000$

$$50 \log. \frac{253}{250} = 0,2590250$$
$$\log. 10000 = 4,$$
$$\log. x = 4,2590250 \text{ giebt } x = 18151$$

6) Aus (1) iſt $n = \frac{\log. x - \log. C}{\log. \left(\frac{m + r - s}{m}\right)}$ nämlich wenn x gegeben iſt, und man wiſſen will, in wie viel Jahren die Volksmenge von C bis zu x angewachſen iſt.

7) Soll $x = pC$ ſeyn; ſo wird $n = \frac{\log. p}{\log. \left(\frac{m + r - s}{m}\right)}$ Wenn $p = 2$; ſo wäre dieſes die Beantwortung der Frage, in wie viel Jahren ſich die Volksmenge verdoppeln würde.

8) Soll die Volksmenge wachſen; ſo muß immer r > s ſeyn; iſt r = s; ſo ſteht die Bevölkerung, wie es in Frankreich vor 50 Jahren lange Zeit hindurch geſchehen ſeyn ſoll. Moreri Diction. art. France. Seit 50 Jahren muß ſie ſehr zugenommen haben, da jezt die dortige Volksmenge auf 26000000. geſchätzet wird.

9) Eben ſo findet man auch aus (1)

$$r = m\left(\sqrt[n]{\frac{x}{C}} - 1\right) + S \text{ den jährlichen Zuwachs}$$

$$\text{und } S = \left(1 - \sqrt[n]{\frac{x}{C}}\right) m + r \text{ die jährliche Abnahme;}$$

10) Soll dieſe Abnahme aber beſtändig z. B. jährlich = P ſeyn, ſo bekäme man den Werth von x auf folgende Weiſe;

Die Größe mit dem Zuwachſe iſt am Ende des erſten Jahres $= \frac{m+r}{m} C$;

Hievon die Abnahme P; bleibt am Ende des erſten Jahres $\frac{m+r}{m} C - P$

Dieſe Größe wächſt im zweiten Jahre auf $\frac{m+r}{m}\left(\frac{m+r}{m} C - P\right)$

$$= \left(\frac{m+r}{m}\right)^2 \cdot C - \frac{m+r}{m} P$$

Hievon wieder die Abnahme P; ſo bleibt am Ende des zweiten Jahres

$$\left(\frac{m+r}{m}\right)^2 \cdot C - \frac{m+r}{m} P - P$$

Eben ſo bleibt am Ende des dritten Jahres

$$\left(\frac{m+r}{m}\right)^3 \cdot C - \left(\frac{m+r}{m}\right)^2 P - \frac{m+r}{m} P - P$$

Und am Ende des n^{ten} Jahres

$$\left(\frac{m+r}{m}\right)^n \cdot C - \left(\frac{m+r}{m}\right)^{n-1} P - \left(\frac{m+r}{m}\right)^{n-2} P - \cdots - \frac{m+r}{m} P - P =$$

$$\left(\frac{m+r}{m}\right)^n \cdot C - P\left(\left(\frac{m+r}{m}\right)^{n-1} + \left(\frac{m+r}{m}\right)^{n-2} + \cdots + \frac{m+r}{m} + 1\right) = x$$

 11) Der

11) Der zweite Theil hievon iſt eine geometriſche Reihe deren erſtes Glied = 1; das letzte = $\left(\frac{m+r}{m}\right)^{n-1}$; der Exponente = $\frac{m+r}{m}$; ihre Summe iſt alſo = $\frac{\left(\frac{m+r}{m}\right)^{n} - 1}{\frac{m+r}{m} - 1}$ (Käſtner. Anal. end. Größen 100)

$$\text{alſo } x = \left(\frac{m+r}{m}\right)^{n} \cdot C - \frac{\left(\frac{m+r}{m}\right)^{n} - 1}{\frac{m+r}{m} - 1} \cdot P$$

12) Wäre C der jezige Waldbeſtand; P der jährliche Holzſchlag; m : r die Verhältniß des Waldbeſtandes zum jährlichen Zuwachſe; ſo zeigte hier x den Waldbeſtand nach n Jahren, und n Holzſchlägen an.

13) Die Verhältniß m : r müßte aus Erfahrungen beſtimmt werden. So viel iſt wohl ausgemacht, daß der Baum immer weniger und weniger zunimmt, je älter er wird. Aus hierüber angeſtellten Erfahrungen müßte man dann eine mitlere Verhältniß feſtſetzen; weil es eigentlich nur darauf ankömmt zu wiſſen, wie der Waldbeſtand nach n Jahren ſeyn würde.

Die Auflöſung der hieher gehörenden Fragen handelt weitläuftig ab, v. Oppel in ſeiner Schrift **von der Abtheilung der Gehölze in jährliche Gehaue; Freyberg, 1760.**

14) Soll aber in (1) gar kein Abnehmen ſtatt finden; ſo wäre $s = 0$; und man hätte $x = \left(\frac{m+r}{m}\right)^{n} C$

15) Bedeutet hier C ein Capital ſo iſt m : r die Verhältniß des Capitals, oder der Zinſenfuß; und dann würde x die Summe geben auf die das Capital C mit Zins und Zinſeszinſen in n Jahren geſtiegen iſt.

16) In dieſem Falle wäre es kürzer $r = 1$ zu ſetzen; alſo $\frac{r}{m} = \frac{1}{m}$; welches anzeigt der wievielſte Theil des Capitals die Intereſſen ſind; alſo $\frac{m+r}{m} = \frac{m+1}{m}$. Auch iſt es offenbar, daß der Nenner des Bruchs

die Anzahl der Jahre giebt, in denen die Summe der jährlichen Zinſen, dem Capitale gleich wird. (*)

Der Kürze halber ſey der Ausdruck $\frac{m+1}{m} = \mu$; alſo $\frac{m}{m+1} = \frac{1}{\mu}$; In welcher Bedeutung er immer in der Folge gebraucht werden wird. Eben ſo ſey für einem andern Zinſen Fuß p : 1;

Der Ausdruck $\frac{p+1}{p} = \varrho$; $\frac{p}{p+1} = \frac{1}{\varrho}$;

Darnach wäre aus (14) $x = \mu^n \cdot C$

17) **Exempel.** Es ſey C = 1000 Rthl. m : 1 = 20 : 1; alſo $\mu = \frac{21}{20}$; n = 50; ſo iſt

$$
\begin{array}{lcl}
50 \log. \frac{21}{20} & = & 1,0594649 \\
\log. 1000 & = & 3, \\
\hline
\log. x & = & 4,0594649
\end{array}
$$

giebt x = 11467,4 Rthl.

Hiernach iſt die **erſte Tabelle** berechnet worden; ſie giebt an wie hoch ein Capital von 1000000000 Rthl. in 50 Jahren ſteigt.

18) Aus dieſer Tabelle kann man leicht die Größe des Capitals nach mehrern Jahren finden. Denn in n + t Jahren wächſt C an auf $\mu^{n+t} \cdot C = y$, aber in n Jahren auf $\mu^n \cdot C$; und in t Jahren auf $\mu^t \cdot C$; alſo

$$y = \frac{\mu^n \cdot C \cdot \mu^t \cdot C}{C}$$

Es ſey z. B. n + t = 80 Jahr; ſo heißt die Regel: Man nehme aus der Tafel zwei Jahrszahlen deren Summe = 80 Jahr; multiplicire die nebenſtehenden

(*) In dieſer Bedeutung verſtanden ihn die Römer, bey denen die Zinſen monathlich entrichtet wurden. Centeſima war bey ihnen der Zins, der hundertmal genommen dem Capitale gleich war. Hieraus entſtanden folgende Benennungen: Centeſima $= \frac{1}{100} = \frac{12}{1200} = 12$. p. c. beſcenteſima $= \frac{1}{150} = \frac{8}{1200} = 8$ p. c; dimidia centeſ. $= \frac{1}{200} = \frac{6}{1200}$ 6 p. c; quincunx centeſ. $= \frac{1}{240} = \frac{5}{1200} = 5$ p. c; tertia pars centeſ. $= \frac{1}{300} = \frac{4}{1200} = 4$ p. c. Quadrans centeſ. $= \frac{1}{400} = \frac{3}{1200} = 3$ p. c. Weil der Gläubiger die einkommenden Zinſen jedesmal wieder verleihen kann; ſo bringt dieſes eigentlich mehr, als die angezeigten p. c.

henden Capitale in einander, und dividire das Produkt durch das Capital im o Jahre = C.

Auch giebt ſie die Größe eines jeden andern Capitals durch eine einfache Proportions Regel.

Unter andern haben dergleichen Tafeln gegeben:

Simon Stevin, in ſeinem Oeuvres mathematiques augmentées par *Albert Girard*. Leyd. 1634. Fol. Vol. I, p. 185. für 10000000 Rthl. auf 30 Jahre.

Wingates, Arithmetik improved by *Iohn Kerſey*, Lond. 1694. 8. Ap. Ch. V.

Smart, tables of Intereſt. Lond. 1726.

Deparcieux, eſſai ſur la probabilité de la durée de la vie humaine. Pariſ. 1746. 4. Tab. I, reducirt auf franzöſiſch Geld.

Unger, Beiträge zur Math. For. Götting. 1743. 4. In der Tabelle zur 5ten Abhandl.

19) Zur Bequemlichkeit füge ich einige Logarithmen von μ und $\frac{1}{\mu}$ bey.

$$\log. \frac{21}{20} = 0,021189299069938 \text{ für 5. p. c.}$$

$$\log. \frac{209}{200} = 0,019116290447072 \text{ für } 4\tfrac{1}{2} \text{ p. c.}$$

$$\log. \frac{26}{25} = 0,017033339298780 \text{ für 4 p. c.}$$

$$\log. \frac{207}{200} = 0,014940349792936 \text{ für } 3\tfrac{1}{2} \text{ p. c.}$$

$$\log. \frac{103}{100} = 0,012837224705172 \text{ für 3 p. c.}$$

$$\log. \frac{41}{40} = 0,010723865391773 \text{ für } 2\tfrac{1}{2} \text{ p. c.}$$

$$\log. \frac{51}{50} = 0,008600171761918 \text{ für 2 p. c.}$$

$$\log. \frac{20}{21} = 0,978810700930062 - 1$$

$$\log. \frac{200}{209} = 0,980883709552928 - 1$$

$$\log. \frac{25}{26} = 0,982966650701220 - 1$$

log.

$$\log. \frac{200}{207} = 0,\ 9850596502070 64 - 1$$

$$\log. \frac{100}{103} = 0,\ 987162774294818 - 1$$

$$\log. \frac{40}{41} = 0,\ 989276134608227 - 1$$

$$\log. \frac{50}{51} = 0,\ 991399828238082 - 1$$

In der Folge wird immer in den Exempeln der Zinſesfuß zu 5 p. c. angenommen, wenn es nicht beſonders erinnert wird.

20) Aus (16) erhält man

$$\text{I)}\ n = \frac{\log. x - \log. C}{\log. \mu}$$

$$= \frac{\log. f}{\log. \mu} \text{ wenn } x = f\,C$$

$$\text{II)}\ C = \frac{x}{\mu^n}$$

$$\text{III)}\ \mu = \sqrt[n]{\frac{x}{C}} = \frac{m+1}{m} = 1 + \frac{1}{m}$$

$$\text{IIII) alſo } \frac{1}{m} = \sqrt[n]{\frac{x}{C}} - 1$$

21) Exemp. Es ſey $n = 10$; $x = 1628,\ 89463$;

$C = 1000$; man ſucht $\frac{1}{m}$; ſo iſt

$$\frac{x}{C} = 1,\ 628895$$

$$\frac{\log. 1,\ 628895}{10} = 0,\ 02118931 = \log. \sqrt[10]{\frac{x}{C}}$$

giebt $\sqrt[10]{\frac{x}{C}} = 1,\ 05$; alſo

$$1,\ 05 - 1 = 0,\ 05 = \frac{1}{20} = \frac{1}{m}$$

22) Soll

22) Soll ich hier etwas zum Vortheile dieſer Rechnung, und zu meiner Vertheidigung, daß ich ſie hier bey gebracht habe, vorbringen, da Zinseszinſen zu nehmen in den Geſetzen verboten iſt? (*) Die Urſache hiezu iſt jedermann bekannt. So bald ſie aber aufhört, ſo bald des Schuldners Untergang nicht dadurch befördert wird: ſo fällt auch das Verbot weg; wie das Wechſelrecht hievon ein Beiſpiel giebt. (**)

Und ſelbſt in gewiſſen Fällen gebieten die Geſetze, daß die einkommenden Zinſen, als ein neues Capital wieder auf Zinſen ausgethan werden ſollen, wie bey Tutelen und Curatelen. (***)

Hat der Pupill ein Guth, wovon er leben kann, dabey noch ein anſehnliches Capital, welches der Tutor in ſeine Handlung nimmt, ſo muß er hievon dem Pupillen die zu ziehenden Zinſen berechnen. Legt er dieſe wieder in ſeine Handlung, ſo muß er ſie als ein neues Capital verzinſen, u. ſ. w. Am Ende muß er dann das Hauptcapital mit allen Nebencapitalen und die letzten Zinſen von der Summe aller Capitale bezahlen.

Dieſe ganze Summe, giebt der an ſich ſtumme arithmetiſche Buchſtabe, als ein Capital an, das in n Jahren ſo hoch angewachſen iſt; der Juriſte nennt es die Summe verſchiedener zum Theil aus den Zinſen entſtandener Capitale, welches endlich auf einen Wortſtreit abläuft.

Daß Staaten in gewiſſen Fällen Zins- und Zinseszins bezahlen, dieſes bezeugen de Moivre, Deparcieux, u. a. m.

Dieſe Fälle ſind gewöhnlich ſolche, wo eine Menge Gläubiger als ein einziger angeſehen, und das Capital mit den Zins und Zinseszinſen in gewiſſen Jahren ſo abgetragen wird, daß man jährlich gleichviel auszahlt. Hiebey haben die Schuldner den Vortheil, daß ſie leichter große Summen aufleihen, und dieſe in kleinen Theilen abtragen können. Den Gläubigern aber kann hieraus der Schade entſtehen, daß ihnen Gelegenheit gegeben wird, ihr Capital mit den Zinſen zu verzehren, mithin am Ende ſo viel ärmer zu ſeyn.

23) Polack (Math. For. S. 99.) zählt dieſe Art, Zinseszinſen zu berechnen, zu den moraliſch unmöglichen Fällen; weil ſie voraus ſetzte, daß das Capital keinen Augenblick ungenutzt bliebe, und man ſchwerlich die Zinſen in eben dem Augenblicke in dem man ſie höbe als ein neues Capital austhun könnte.

Bey

(*) l. 26. §. 1. de Condict. indeb. l. 27. de re judic. l. 28. C. de vſuris. l. 20. C. ex quib. cauſ. infam. irrog. C. 3. X. de Vſur. C. 2. eod. in 6.

(**) Berger. Oec. I. lib. III. tit. 8. §. 10. not. 8.

(***) l. 10. §. 3. in t. Mandati. l. 7. §. 12. l. 58. §. 1. et 4. de adminiſt. et peric. tutor.

Bey kleinen Capitalen werden ſie nicht in Betracht gezogen: bey Banken, Landescaſſen ꝛc. iſt das Geld immer im Handel; folglich trift hier Polacks Einwurf nicht.

Ueberhaupt wird nur angenommen, daß dieſe Rechnung die Gränze angiebt, wie hoch ein Capital in gewiſſer Zeit ſteigen kann.

Hofmann aber (Polack. M. For. S. 159.) der gegen dieſe Rechnung und Hrn. v. Clausberg im juriſtiſchen Eifer entbrannt iſt, glaubt man könne den Zinseszins noch höher berechnen, als er hier angegeben iſt, wenn man monathlich oder viertheiljährig die Zinſen zum Capitale ſchlüge.

Sollte der Schuldner ſich zur Bezahlung ſolcher Zinſen einverſtehen, ſo käme ihm dabey das Interuſurium zu ſtatten, ſo daß der Gläubiger am Ende des Jahrs, doch nur ſeine beſtimmten Procente erhalten würde.

24) Käme es nur auf Rechnung an, ſo könnte man ſich vorſtellen, als wenn die Zinſen von Augenblicke zu Augenblicke, zum Capitale geſchlagen würden. Sie wäre hiezu folgende.

Das Capital C ſey in der Zeit n mit Zinſeszinſen auf dieſe Weiſe berechnet auf x geſtiegen; m : 1 die Verhältniß des Capitals zum Wachsthum in einem Jahre; d n ein unendlich kleiner Zeittheil; ſo iſt offenbar daß; $m : x\,dn = 1 : \frac{x\,dn}{m}$ = dem Wachsthume des Capitals x in der Zeit d n;

$$\text{alſo } dx = \frac{x\,dn}{m};\ \frac{dx}{x} = \frac{dn}{m}$$

$$\text{folglich } \log. x = \frac{n}{m} + \text{Conſt.}$$

$$\text{für } t = 0;\ \text{iſt } x = C;\ \text{alſo Conſt.} = \log. C$$

$$\text{daher das ganze Integral der } \log. x = \frac{n}{m} + \log. C$$

25) **Exemp.** Es ſey $C = 1000$; $n = 2$ Jahr; $m = 20$; ſo iſt $\frac{n}{m} = 0,1$;

$0,1 + \log. 1000 = 3,1000000 = \log. x$
giebt $x = 1258,9255$

Iſt n unbekannt; ſo iſt $n = m \cdot \log. \frac{x}{C}$; Wird die Zeit der Vervielfältigung eines Capitals geſucht; ſo ſey $x = p\,C$; alſo $n = m \cdot \log. p$; Iſt $p = 2$; ſo iſt $n = 6,0206$ Jahr.

Jacob Bernoulli löſet dieſe Aufgabe, für ein Jahr, durch eine unendliche Reihe auf. S. ſeine Werke, Tom. I. n. XL. p. 429; auch Acta erud. m. May, 1690.

Interuſurium.

26) **Interuſurium, Rabat,** iſt der Abzug, welcher von den Geſetzen einem Schuldner, der erſt nach einer gewiſſen Zeit zu zahlen ſchuldig iſt, und jetzt zahlet, verwilliget wird.

Er iſt alſo von den Zinſen (vſuris) darin verſchieden, daß der **Gläubiger** dieſe fordert, weil der **Schuldner den Gebrauch des Capitals hat**; daß jenen der **Schuldner** bekömmt, weil er den **Gebrauch nicht** hat. Beyde ſind alſo entgegengeſetzte Dinge.

Bey allen ſolchen Berechnungen wird nach dem l. 206. de div. reg. jur. zum Grundſatze angenommen, daß der Gläubiger nicht durch den Schaden des Schuldners ſoll bevortheilet werden, und umgekehrt.

27) Der jezige Werth eines Capitals C, daß nach n Jahren bezahlt, und inzwiſchen nach dem Zinſenfuſſe p : 1 verzinſet werden ſoll, da man es, wenn es jezt bezahlt würde, nach dem Zinſenfuſſe m : 1 die n Jahre hindurch nutzen könnte, iſt $y = \frac{\varrho^n \cdot C}{\mu^n}$

Bew. Geſetzt der Schuldner bezahlte in den n Jahren keine Zinſen, ſo müßte er am Ende überhaupt bezahlen $\varrho^n \cdot C$ nach (16); dieſes wäre das x in (20; 11) man braucht alſo bey dieſem Werthe von x ſtatt C dort y zu ſetzen.

28) y iſt alſo das Capital, was der Gläubiger jezt von dem Schuldner bekommen muß, nach abgezogenem Rabatte. Dieſer iſt alſo $= C - y$.

29) Iſt $p = m$; ſo iſt $y = C$; oder es findet kein Rabatt ſtatt.

Iſt $p < m$, ſo muß der Schuldner jezt mehr bezahlen als das Capital ſelbſt beträgt. Dieſer Fall iſt nicht zu vermuthen; Es iſt alſo wohl immer $p > m$.

Für $p = 0$; iſt $y = \frac{C}{\mu^n}$; oder der Schuldner hat den vſum gratuitum.

30) **Exemp.** Es ſey $n = 100$; $C = 1000$;

$$\text{ſo iſt } 100 \log. \frac{1}{\mu} = 97,88107009 - 100$$
$$\log. 1000 = 3,$$
$$\log. y = 0,88107009$$

giebt $y = 7,60449$; alſo der Rabatt $= 992,39551$

Nach

Nach dieſer Formel iſt die **zweite Tabelle** bis auf 100 Jahre berechnet worden.

31) Ein nach nt Jahren zu bezahlendes C iſt jezt werth

$$\frac{C}{\mu^{nt}} = \frac{C}{\mu^n} \cdot \frac{C}{\mu^t} \cdot \frac{1}{C}$$

Dieſes giebt eine ähnliche Regel wie die in (18) wenn nt > 100 Jahre iſt.

32) **Herr v. Leibnitz** kömmt (acta. erud. 1683. Octob. p. 425) auf die Formel in (29) durch folgende Schließart. Das C was der Schuldner dem Gläubiger nach einem Jahre zahlen ſoll, iſt dieſem jezt ſo viel werth, als ein Capital, das mit den Zinſen in einem Jahre auf C ſteigt.

Die Zinſen von C ſind $= \frac{C}{m}$;

Zahlt der Schuldner jezt $C - \frac{C}{m}$; ſo verliert der Gläubiger das, was dieſe $\frac{C}{m}$ in einem Jahre einbringen; es iſt $= \frac{C}{m^2}$;

Zahlt der Schuldner jezt $C - \frac{C}{m} + \frac{C}{m^2}$; ſo verliert er den jährlichen Nutzen dieſer $\frac{C}{m^2}$; er iſt $= \frac{C}{m^3}$;

Zahlt der Schuldner aber $C - \frac{C}{m} + \frac{C}{m^2} - \frac{C}{m^3}$; ſo verliehrt der Gläubiger wieder den Nutzen von $\frac{C}{m^3}$; u. ſ. w.

Der Schuldner muß alſo jezt zahlen

$$C\left(1 - \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4} - \frac{1}{m^5} + \text{etc.}\right) = \frac{Cm}{m+1} = \frac{C}{\mu}$$

(Käſtner Anal. end. Gr. 13. wenn man dort $x = \frac{1}{m}$ ſezt): und eben ſo für mehrere Jahre.

33) Sollte aber nur der Rabatt gefunden werden, ſtatt der Summe die man jezt erlegen muß; ſo iſt offenbar, daß, unter der Bedingung in (27), der Nutze, den der Schuldner in n Jahren vom Capitale C ziehet, iſt $= \mu^n \cdot C - \varrho^n C = (\mu^n - \varrho^n)\, C$

Der

Der Rabatt ſey = R; dieſen muß der Schuldner in den n Jahren eben ſo hoch, als die vorige Größe bringen können. Folglich iſt

$$\mu^n R = (\mu^n - \varrho^n)\ C;\ \text{und}\ R = \frac{(\mu^n - \varrho^n)\ C}{\mu^n}$$

34) Für p = 0; iſt $\varrho = 1$; alſo

$$R = \left(1 - \frac{1}{\mu^n}\right) C$$

35) Exemp. Es ſey n = 100; C = 1000;

$$\left(\frac{20}{21}\right)^{100} = 0,\ 007604488;\ \text{alſo}$$

$$1 - \frac{1}{\mu^n} = 0,\ 992395512\ \text{und}$$

$$R = 992,\ 395512\ \text{genau wie in (30)}$$

36) Wäre der Schuldner aber verbunden, ſeine Schuld terminsweiſe abzutragen; ſo bekäme man den jezigen Werth aller der Zahlungen, unter der Bedingung in (27), auf folgende Art:

Die Zeit zwiſchen jedem Termine ſey = t; die Anzahl aller Termine = n; die erſte Zahlung geſchieht am Ende des (q+t) Jahrs; alſo die lezte am Ende des (q+nt) Jahrs; die Summe die er bey jedem Termine bezahlt ſey = S; ſo gilt folgende Vorſtellung:

Nach Jahren	erhält der Gläubiger	dieſes iſt ihm jezt werth.
$q+t$	$\varrho^{q+t} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+t} \cdot S$
$q+2t$	$\varrho^{q+2t} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+2t} \cdot S$
|	|	|
$q+(n-1)t$	$\varrho^{q+(n-1)t} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+(n-1)t} \cdot S$
$q+nt$	$\varrho^{q+nt} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+nt} \cdot S$

Die

Die ganze Summe, oder das, was dem Gläubiger jezt alle Termine werth ſind, iſt offenbar gleich der Summe der leztern Columne. Ihr einer Faktor iſt eine geometriſche Reihe, deren erſtes Glied $= \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+t}$ das lezte $= \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+nt}$; der Exponent $= \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{t}$

Alſo der ganzen Columne Summe = y =

$$\frac{\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+t} - \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+nt+t}}{1 - \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{t}} \cdot S = \frac{(\mu^{nt} - \varrho^{nt})\varrho^{q+t}}{(\mu^{t} - \varrho^{t})\,\mu^{q+nt}} S$$

(Käſtner. Anal. end. Gr. 100)

37) Um die Vorſtellung der Berechnung zu erleichtern, iſt in (36) angenommen, daß bey Bezahlung jedes Termins, die Summe aller Zinſen, die vom Anfange an, für das ganze Capital, weniger den ſchon bezahlten Terminen, jährlich hätten bezahlt werden müſſen, für jedes S beſonders, auf einmal bey Abtragung des Termins bezahlt werden.

Iſt t = 1; ſo ſind es jährliche Termine; iſt q = 0; ſo wird der erſte Termin gleich am Ende des erſten Jahrs bezahlt.

Für q = 0; p = 0; iſt $y = \frac{(\mu^{nt} - 1) \cdot S}{(\mu^{t} - 1) \cdot \mu^{nt}}$

38) Exemp. t = 1; q = 0; p = 0; S = 100; n = 10; ſo iſt

$\left(\frac{21}{20}\right)^{10} = 1{,}628884$; $\mu^{n} - 1 = 0{,}628884$;

$\mu - 1 = 0{,}05$;

$$2 + \log. 0{,}628884 = 1{,}7985706$$

$$\log. \frac{1}{\mu^{10}} = 0{,}7881070 - 1$$

$$\log. \frac{1}{\mu - 1} = 1{,}3010300$$

$$\log. y = 2{,}8877076$$

giebt y = 772,165

 39) Auch

39) Auch umgekehrt zeigt y an, wieviel man jezt erlegen muß, um gewiſſe Termine hindurch, bey jedem S zu bekommen. In der Vorausſetzung von (38) iſt die **dritte Tabelle** bis auf 100 Jahre berechnet worden. Sie entſteht auch, wenn man die zweite von oben herab, bis auf das Glied addirt, wobey unter der Zahl der Jahre, der Werth von n ſteht.

40) Für $t=1$; $p=q=0$; ſey y der jezige Werth der jährlichen Einkünfte S, n Jahre hindurch: x der Werth eben der Einkünfte v Jahre hindurch; z der Werth eben der Einkünfte $n+v$ Jahre hindurch; ſo iſt nach (36)

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)^n = 1 - \frac{(\mu-1)\,y}{S}$$

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)^v = 1 - \frac{(\mu-1)\,x}{S} \text{ und}$$

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)^{n+v} = 1 - \frac{\mu-1}{S}(x+y) + \frac{(\mu-1)^2\,y\,x}{S^2}$$

$$\text{Aber } z = \frac{\left(1-\left(\frac{1}{\mu}\right)^{n+v}\right)\frac{1}{\mu}\cdot S}{1-\frac{1}{\mu}}$$

Setzt man den eben gefundenen Werth von $\left(\frac{1}{\mu}\right)^{n+v}$ in dieſe Gleichung; ſo erhält man nach den gehörigen Reductionen

$$z = x + y - \frac{(\mu-1)\,x\,y}{S}$$

Eine ſehr leichte Formel, um aus der gegebenen Tafel, den Werth der Einkünfte auf ſo viele Jahre als man will, durch bloſſe Multiplication zu finden.

41) Sollte in (36) der erſte Termin am Ende des q^{ten}, der letzte am Ende des $q+nt$ Jahres bezahlt werden, ſo wird die Schuld in $(n+1)$ Terminen abgetragen:

Dann wird der zweiten Columne erſtes Glied $= \varrho^q \cdot S$; das letzte bleibt;

Der dritten Columne erſtes Glied wird $= \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^q$ das letzte und der Exponente bleiben:

$$\text{es iſt alſo } y = \frac{\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q} - \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+nt+t}}{1 - \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{t}} \cdot S$$

$$= \frac{(\mu^{nt+t} - \varrho^{nt+t})\,\varrho^{q}}{\mu^{q+nt}\,(\mu^{t} - \varrho^{t})} S$$

für $q = 0 = p;\ t = 1;$ iſt

$$y = \frac{\mu^{n+1} - 1}{\mu^{n}(\mu - 1)} \cdot S$$

42) Auch gründet ſich die Auflöſung verſchiedener Rechtsfragen, auf die Berechnung des Interuſurii. Z. B.

Cajus hat zwei Söhne, aus zwei Ehen. Sein Vermögen iſt 84000 Rthl. den Sohn erſter Ehe ſetzt er in ſextante, den zweiter Ehe in dextante ein; und hinterläßt ſeiner zweiten Frau, als ein Legat 20000 Rthl. welches ihr der zweite Sohn, aber erſt nach 12 Jahren, auszahlen ſoll. Iſt dieſes dem l. 6. C. de ſec. nupt. entgegen?

Cajus iſt dem Titius nach n Jahren eine Summe S ſchuldig; er ſtirbt jezt, und vermacht ihm dieſe Schuld, ſo wird hier dem Titius das commodum repraeſentationis legirt, wovon der Erbe ſeine quartam falcidiam abziehen kann. l. 1. §. 10. ad l. Falc. Auch kann nun der Teſtator, den Titius mit einem Legate oneriren. l. 7. §. 3. de legat. 3. Wie groß darf es ſeyn?

Cajus iſt ein Creditor obaeratus, und dem Titius in 12 Jahren das Capital S ſchuldig. Er zahlt es gleich kurz vorher, ehe der Concurs ausbricht. Die übrigen Gläubiger, ſtellen actionem paullianam an. Was können ſie zurückfordern? das Commodum repraeſentationis. l. 10. §. 12. l. 17. §. 2. quae in fraud. cred.

43) Da bey Concurſen die maſſa bonorum kleiner, als die Summe der Schulden iſt, ſo iſt es offenbar, daß die Gläubiger keine Zinſen bekommen. Die Schulden werden nach der Priorität getilget, ſo daß die letzten Gläubiger oft nichts bekommen. Könnte man dieſes Recht nicht am bequemſten und billigſten ſo ausüben, daß man die Maſſe der Güter, als den jezigen Werth einer Rente anſieht, die n Jahre hinter einander ausgezahlt werden ſoll, ſo daß die ältern Gläubiger zuerſt, die jüngern zulezt, alle aber mit der Zeit ihr Capital erhalten. Z. B.

A macht Concurs; die Maſſe der Güter iſt = 773 Rthl. die Summe der Schulden = 1000 Rthl. hieran hat zu fordern B 200 Rthl. C 250 Rthl. D 350 Rthl. E 200 Rthl. und genieſſen auch nach dieſer Ordnung, das Prioritätsrecht; ſo erhellet aus (38) daß 773 Rthl. der jezige Werth einer Rente von 100 Rthl. auf 10 Jahre iſt; folglich würden

nach Jahren	Die Gläubiger	bekommen	Iſt jezt werth	Könnten alſo jezt bekommen.
1	B	100	95, 23809	
2	B	100	90, 70290	B; 185, 94099 Rthl.
3	C	100	86, 38375	
4	C	100	82, 27030	
5	C und D	jeder 50	39, 17630	C; 207, 83035 —
6	D	100	74, 62150	
7	D	100	71, 06812	
8	D	100	67, 68393	D; 252, 54985 —
9	E	100	64, 46090	
10	E	100	61, 39130	E; 125, 85220 —

44) Die Rechnung hiezu, lieſſe ſich allgemein ſo vorſtellen; Es ſey M = der Maſſe der Güter; N = der Summe der Schulden; beyde ſind bekannt; M iſt der Werth eines Einkommens S, welches n Jahre hinter einander, gezogen wird; beyde Größen ſind unbekannt; ſo iſt

$$M = \frac{(\mu^n - 1)\,S}{(\mu - 1)\,\mu^n} \text{ nach (37)}$$

und $n\,S = N$ nach (42) alſo $n = \frac{N}{S}$; $S = \frac{N}{n}$

folglich bekäme man in der erſten Gleichung

$$M = \frac{(\mu^n - 1)\,\frac{N}{n}}{(\mu - 1)\,\mu^n}; \text{ oder } M = \frac{(\mu^{\frac{N}{S}} - 1)\;S}{(\mu - 1)\,\mu^{\frac{N}{S}}}$$

Zwei Gleichungen, von denen man keine Auflöſung geben kann.

45) Man muß alſo in der erſten Gleichung, entweder n oder S annehmen und durch fortgeſetzte Verbeſſerungen, ſich dem wahren Werthe dieſer Größen nähern ſo viel man kann. Die dritte Tabelle giebt hiezu Bequemlichkeit, wenn

A man

man einige Bemerkungen aus ihr zieht. Z. B. Um nach und nach 1500 Rthl. zu bekommen, muß man gleich erlegen 1037; oder ohngefehr $\frac{2}{3}$ der zu empfangenden Summe; um nach und nach 1900 Rthl. zu bekommen, muß man ohngefehr $\frac{12}{19}$ dieſer Summe erlegen; u. ſ. w.

46) Es ſey jezt $M = 4000$; $N = 6000$; ſo iſt N die Summe, die für die Einlage M, nach und nach ſoll ausgezahlt werden; Es iſt aber $M = \frac{2}{3} N$; folglich muß n ohngefehr $= 15$ ſeyn nach (45)

Für dieſe Vorausſetzung, iſt nach (44) $S = \frac{6000}{15} = 400$; Man ſuche den Werth eines jährlichen Einkommens von 400 Rthl. auf 15 Jahre. Er iſt nach (39) $= 4152$ Rthl. $= M'$ alſo größer als M; Folglich iſt n zu klein angenommen;

$$\text{Es ſey } n = 17; \text{ ſo iſt } S = \frac{6000}{17} = 353;$$

Der Werth dieſes Einkommens auf 17 Jahre $= 3978$; $= M''$ kleiner als M; alſo fällt der wahre Werth von n, zwiſchen 15 und 17;

Und weil $M' - M > M - M''$; ſo fällt er näher bey 17 als bey 15; alſo zwiſchen 16 und 17; wo man wegen verſchiedener Nebenkoſten, n etwas größer, als es nach der Schärfe ſeyn müßte, alſo $= 17$ annehmen kann.

47) Soll bey Verwaltung der Güter, der jährliche Ueberſchuß, dem Gutsherrn übermacht werden; ſo wird ein gewiſſes für Porto, oder Agio, nachdem die Gelder umgeſetzt werden müſſen, abgezogen. Der wahre Ueberſchuß ergiebt ſich auf folgende Art: Es ſey $B =$ dem Ueberſchuſſe mit dem Porto; Der wahre Ueberſchuß ſey $= y$; $\frac{1}{m} =$ dem für einem Thaler bewilligten Porto; ſo iſt

$\frac{y}{m} =$ dem Porto der ganzen Summe; folglich iſt

$$B = y + \frac{y}{m} = \frac{m+1}{m} y; \text{ und}$$

$$y = \frac{mB}{m+1}$$

Will man die ganze Summe y frey überſchicken, die Poſt aber keine frankirte Gelder annehmen; ſo iſt offenbar daß man ſtatt y wird B überſchicken müſſen.

Auch werden in einigen Ländern, von den Beſoldungen der Bedienten, gewiſſe Procente abgezogen. Die Summe, welche ſie nach dem Abzuge bekommen

müßten, iſt hier y, wenn B die verſprochene Beſoldung, $\frac{1}{m}$ der Abzug von einem Rthl. wäre, weil es nicht billig iſt, daß ſie auch für den Abzug neuen Abzug verlieren.

48) Einige Juriſten haben nicht auf den in (26) angeführten Unterſchied geſehen, und daher dieſe Rechnungsart für falſch und beſonders dem l. 28. C. de vſuris zuwider, erklärt. Da aber nur dort von Zinſen die Rede iſt, auch dadurch nie dem Schuldner ein Schaden entſtehen kann, ſie auch den Sinn des l. 206. de div. reg. jur. genau erfüllet; ſo darf man behaupten, daß ſie ſo lange muß angenommen werden, bis in den Landesgeſetzen oder Statuten eine andere beſtimmt wird.

Im Churfürſtenthum Sachſen, iſt ſie durch eine Verordnung vom 25 Octob. 1724. für die richtige erkannt, und nach ihr in Gerichten zu ſprechen anbefohlen worden.

Rotheri. pract. jurisprud. judic. forenſ. cap. III. poſ. V.

Ludovici, Entwurf einer Hiſtorie der Leibnitziſchen Philoſophie, II. Th. §. 420.

49) Hofmann (*) giebt folgende Formel $y = \frac{m\,C}{m + n}$ wo auch n die Anzahl der Jahre bedeutet, nach der das Capital erſt zahlbar wäre.

Er hat ſie vermuthlich aus der Formel in (32), gegen welche kein Vorwurf eines Anatocismi ſtatt finden kann, auf folgende Art hergeleitet.

Wenn der Schuldner n Jahre hindurch, vom Capitale C, jährlich $\frac{C}{m}$ Zinſen bekömmt; ſo beträgt die Summe hievon eben ſo viel, als wenn ihm das Capital C, nur ein Jahr hindurch, nach dem Zinſenfuſſe m:n verzinſet würde; er bekömmt dann $\frac{n\,C}{m}$

Der Gläubiger muß ſich alſo auch jezt ſo viel abziehen laſſen, daß der Schuldner den Abzug in einem Jahre, nach dem Zinſenfuſſe m:n, auf $\frac{n\,C}{m}$ bringen kann; woraus die Formel entſteht.

50) Exemp. C = 1000; n = 10; ſo iſt

$$y = \tfrac{20}{30} \cdot 1000 = 666,666\ldots$$

Folglich des Schuldners Rabatt = 333, 333 ...

Er

(*) Hofmanni prudent. oeconomica, I. Th. am Ende. Polack, Math. For. S. 100. Ungers Beytr. z. Math. For. 1 Abhandl.

Er hätte in 10 Jahren mit 1000 Rthl. gewinnen können 500 Rthl.
Nun iſt 2 : 3 = 333, 333 . . : 499, 99 . . = 500 Rthl.
Und eben ſo 2 : 3 = 666, 666 . . : 999, 99 . . = 1000 Rthl.

51) Wenn aber Schuldner und Gläubiger, beyde zu gleicher Zeit Pupillen werden; beyder Vormünder das Geld wie in (22) nützten?

So müßte auch ſeyn $\left(\frac{21}{20}\right)^{10} \cdot 666,666 = 1000$ Rthl. es iſt aber = 1085,3 Rthl.

Und $\left(\frac{21}{20}\right)^{10} \cdot 333,333 \cdot\cdot = 628,894$ Rthl. die der Schuldner, am Ende der 10 Jahre, von ſeinem Vormunde fordern kann; es iſt aber nur = 542,98 Rthl.

Der Gläubiger wird alſo zum Schaden des Schuldners bevortheilet, welches gegen das ausdrückliche Geſetz iſt. Hofmanns Rechnung kann nur erſt dann richtig ſeyn, wenn es unmöglich gemacht worden iſt, daß man Zinſeszinſen heben, oder die Zinſen als ein neues Capital austhun kann, das heißt, wenn der Geldhandel ganz unterdrückt iſt.

Er beſteht auch mit ſeiner eigenen Widerlegung nicht. Er nimmt an, wie es geſchehen muß, daß die, von dem in vorausbezahlten Capitale, fallenden Zinſen als **ein Theil des Capitals** müſſen angeſehen werden. Da dieſer nun früher bezahlt wird, als es der Schuldner ſchuldig iſt; ſo iſt offenbar daß er ihm wieder muß verzinſet werden. Dieſen Theil läßt Hofmann dem Gläubiger ohne daß er ihn verzinſet. Siehe

A. G. Kaeſtner. prog. pro juſtitia calculi interuſurii Leibnitiani. Lipſ. 1747.

52) Sollte indeß die Aufgabe in (36) nach dieſer Regel berechnet werden; ſo bekäme man folgende Auflöſung:

Nach Jahren	bekömmt der Gläubiger	kann es Jahre nützen	beträgt am Ende mit den Zinſen.
$q+t$	$\left(\frac{q+t}{p}+1\right)S$	$nt-t$	$\left(\frac{nt-t}{m}+1\right)\left(\frac{q+t}{p}+1\right)S$
$q+2t$	$\left(\frac{q+2t}{p}+1\right)S$	$nt-2t$	$\left(\frac{nt-2t}{m}+1\right)\left(\frac{q+2t}{p}+1\right)S$
|	|	|	|
$q+(n-1)t$	$\left(\frac{q+(n-1)t}{p}+1\right)S$	$nt-(n-1)t$	$\left(\frac{nt-(n-1)t}{m}+1\right)\left(\frac{q+(n-1)t}{p}+1\right)S$
$q+nt$	$\left(\frac{q+nt}{p}+1\right)S$	$nt-nt$	$\left(\frac{nt-nt}{m}+1\right)\left(\frac{q+nt}{p}+1\right)S$

Ent-

Entwickelt man die letzte Columne ſo weitläuftig als man kann, und ſummirt ſie gehörig (nach Käſtner. Anal. end. Gr. 83. und 727. f.) ſo bekömmt man ihre Summe = Q

$$= \left(1 + \frac{(n-1)t}{2m} + \frac{q}{p}\left(1 + \frac{nt}{m}\right) + \frac{(n+1)t}{2pm}\left(m + nt - q - \frac{2n+1}{3}\right)\right) nS$$

folglich nach (49)

$$y = \frac{mQ}{m + q + nt}$$

Für $q = p = 0$; $t = 1$; wird

$$Q = \left(1 + \frac{n-1}{2m}\right) nS$$

Alſo $y = \dfrac{(n + 2m - 1)\, nS}{2(m+n)}$

Exemp. Für die Größen in (38) iſt $y = 816,666 \ldots$

53) Carpzovs Rechnung verdient ihrer Ungereimtheit wegen, gar nicht erwähnt zu werden. Er ſagt: 100 Rthl. geben in 2 Jahren 10 Rthl. Zinſen; ſoll man nun die 100 Rthl. jezt bezahlen; ſo ziehe man die 10 Rthl. ab.

Daher wird bey ihm $y = \dfrac{S(m-n)}{m}$

Iſt hier $n > m$ z. B. $= m + e$; ſo iſt

$$y = \frac{S(m - m - e)}{m} = -\frac{Se}{m}$$

Alſo müßte der Gläubiger dem Schuldner noch heraus geben.

Mitlerer Zahlungstermin.

54) Er kann bey jährlichen Zahlungen wie in (39) vorkommen. Nämlich ſo:

Der Schuldner trägt ſeine Termine nicht ab; ſondern nutzet das ganze C ſo lange, bis er ſo viel Nutzen davon gezogen hat, daß er dieſen mit Zins und Zinſeszins bis an das Ende des $q + nt$ Jahres eben ſo hoch bringen kann, als den Nutzen, den er von den einzeln Summen hätte ziehen können; dann bezahlt er

er das ganze C an den Gläubiger. Dieſer muß nun bis an die Zeit, wo der letzte Termin hätte ſollen bezahlt werden, noch eben ſo viel Nutzen davon ziehen können, als er von den einzeln Terminen würde gezogen haben.

Es wird alſo die Zeit geſucht, wie lange der Schuldner, das ganze Capital nutzen darf.

55) Man muß alſo zuerſt den Nutzen, den er überhaupt davon haben kann, finden.

Es kann auf ſolgende Art geſchehen:

Nach Jahren	zahlt der Schuldner.	ſein bisheriger Nutzen davon iſt	kañ dieſen nach Jahren nützen	beträgt überhaupt am Ende des $q+nt$ Jahres
$q+t$	$\varrho^{q+t} S$	$(\mu^{q+t} - \varrho^{q+t}) S$	$(n-1)t$	$\mu^{q+nt} S - \mu^{(n-1)t} \varrho^{q+t} . S$
$q+2t$	$\varrho^{q+2t} S$	$(\mu^{q+2t} - \varrho^{q+2t}) S$	$(n-2)t$	$\mu^{q+nt} S - \mu^{(n-2)t} \varrho^{q+2t} . S$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$q+(n-1)t$	$\varrho^{q+(n-1)t} S$	$(\mu^{q+(n-1)t} - \varrho^{q+(n-1)t}) S$	t	$\mu^{q+nt} S - \mu^{t} \varrho^{q+(n-1)t} . S$
$q+nt$	$\varrho^{q+nt} S$	$(\mu^{q+nt} - \varrho^{q+nt}) S$	0	$\mu^{q+nt} S - \mu^{0} \varrho^{q+nt} . S$

Die Summe der letzten Columne beſteht aus zwei Theilen; Der erſte iſt immer $= n \cdot S \cdot \mu^{q+nt} = C \cdot \mu^{q+nt}$

Der zweite iſt eine geometriſche Reihe, deren erſtes Glied $= \varrho^{q+nt} S$; das letzte $= \mu^{(n-1)t} \varrho^{q+t} S$; der Exponente $= \left(\frac{\mu}{\varrho}\right)^t$ alſo iſt ihre Summe $=$

$$\frac{(\mu^{nt} \cdot \varrho^{q} - \varrho^{q+nt}) S}{\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)^t - 1} = \frac{(\mu^{nt} \cdot \varrho^{q+t} - \varrho^{q+(n+1)t}) S}{\mu^t - \varrho^t}$$

Und des Schuldners ganzer Nutze $=$

$$\mu^{q+nt} \cdot C - \frac{(\mu^{nt} \varrho^{q+t} - \varrho^{q+(n+1)t}) S}{\mu^t - \varrho^t} = P$$

56) Nun nütze er das ganze Capital $q+z$ Jahre lang; ſo iſt ſein Nutze, wenn er es dann bezahlt $= (\mu^{q+z} - \varrho^{q+z}) C$

 57) Die-

57) Dieſen ſoll er in $(q + nt - (q + z)) = nt - z$ Jahren eben ſo hoch bringen, als die Summe des Nutzens in (55). Man hat alſo

$$P = \mu^{nt-z} (\mu^{q+z} - \varrho^{q+z})\, C \text{ oder:}$$

$$\mu^{nt-z} \cdot \varrho^{q+z} \cdot C = \frac{\mu^{nt} \varrho^{q+t} - \varrho^{q+(n+1)t}}{\mu^{t} - \varrho^{t}}\, S \text{ woraus folgt}$$

$$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{z} = \frac{(\mu^{nt} \cdot \varrho^{t} - \varrho^{(n+1)t})\, S}{\mu^{nt} (\mu^{t} - \varrho^{t})\, C} = Q \text{ und } z = \frac{\log. Q}{\log. \frac{\varrho}{\mu}}$$

58) Für $q = 0 = p$; $t = 1$; wird

$$Q = \frac{(\mu^{n} - 1)\, S}{\mu^{n} (\mu - 1)\, C}; \text{ und } z = \frac{\log. Q}{\log. \frac{1}{\mu}}$$

59) Exemp. $S = 100$; $C = 1000$; $n = 10$; ſo iſt hier nach (38) $\log. Q = 0{,}8877076 - 1$; alſo $z = \frac{0{,}8877076 - 1}{0{,}9788107 - 1} = 5{,}299$ Jahr, welche Zeit hindurch, der Schuldner das ganze Capital beſitzen darf.

60) Will man dieſes nach dem Nutzen des Gläubigers berechnen, ſo bekömmt man eben die Formel aus (57). Es erhellet daher, daß der Gläubiger erſt nach $q + t$ Jahren die erſte Summe S bekömmt, die er alſo nur $(n - 1)t$ Jahre nützen kann. Von dem letzten S hat er gar keinen Nutzen. Folglich iſt ſeine ganze Einnahme, gleich der geometriſchen Reihe in (55); ſtatt dieſer bekömmt er das ganze Capital C, mit den Zinſen nach dem Fuſſe $p:1$ um es in $nt - z$ Jahren ſo hoch zu bringen, als er kann; woraus das Glied zur rechten Hand in (56) entſteht.

61) Sollte jemand jährlich S einnehmen, es gehörig nützen, und von allen Einnahmen und Nutzen nach n Jahren Rechnung ablegen; ſo braucht er nur ſie ſo zu führen, als ob er die Summe von allen S nach z Jahren erhalten, und er ſie $(n - z)$ Jahre genützt hätte.

62) Sollte dieſer Zahltermin ohne Zinſeszinſen berechnet werden, ſo könnte es auf folgende Art geſchehen:

 Nach

Nach Jahren	erhält der Gläubiger	nützt es Jahre	beträgt am Ende
$q+t$	$\left(\frac{q+t}{p}+1\right)S$	$(n-1)t$	$\left(\frac{(n-1)t}{m}+1\right)\left(\frac{q+t}{p}+1\right)S$
$q+2t$	$\left(\frac{q+2t}{p}+1\right)S$	$(n-2)t$	$\left(\frac{(n-2)t}{m}+1\right)\left(\frac{q+2t}{p}+1\right)S$
⋮	⋮	⋮	⋮
$q+nt$	$\left(\frac{q+nt}{p}+1\right)S$	$nt-nt$	$\left(\frac{(n-n)t}{m}+1\right)\left(\frac{q+nt}{p}+1\right)S$

Es iſt offenbar, daß dieſe letzte Columne mit der in (52) vollkommen übereinkommt; alſo iſt ihre Summe auch gleich dem dortigen Q;

63) Nun bekomme der Gläubiger nach $q+z$ Jahren das ganze C; welches er alſo $nt-z$ Jahre nützen kann; dieſer iſt dann mit dem Capitale =

$$\frac{m+nt-z}{m}\cdot C = Q \text{ nach (57)}$$

folglich iſt $z = m+nt-\frac{mQ}{C} =$

$$\frac{n+t}{2}-\left(m+nt-q-\frac{2n+1}{3}\right)\frac{(n+1)t}{2p}$$

Für $q=0=p$; $t=1$; iſt

$$z=\frac{n+1}{2}$$

Exempel. Nach (59); iſt $z = 5,5$

Alſo darf hier der Schuldner, das ganze Capital, 0,201 Jahre länger beſitzen, als dort.

64) Wären die Summen, welche der Gläubiger am Ende von jedem Termine bekäme, oder die Zeiten zwiſchen dieſen ungleich, ſo iſt offenbar, daß man die Rechnung für jede Zahlung führen müßte.

Ver-

Veränderte Zahlungstermine.

65) Geſetzt: Der Schuldner ſoll nach q Jahren, alle t Jahre, nt Jahre hintereinander, dem Gläubiger die Summe S zahlen; ſie werden eins, daß er nach φ Jahren dieſe Schuld in gleichen Terminen in $\nu\tau$ Jahren, alle τ Jahre abtragen, und ſie inzwiſchen verzinſen ſoll. Dieſes nenne ich veränderte Zahlungstermine.

Wieviel iſt der jedesmalige Abtrag? Er ſey $= \chi$; der jezige Werth aller auszuzahlenden S, iſt $=$ y in (36) $=$ N

66) Setzt man in (36)

ſtatt	q	t	S	n
hier	φ	τ	χ	ν

ſo erhält man den jezigen Werth aller der $\chi =$ N in (65)

$$= \frac{(\mu^{\nu\tau} - \varrho^{\nu\tau})\,\varrho^{\varphi+\tau}}{(\mu^{\tau} - \varrho^{\tau})\,\mu^{\varphi+\nu\tau}} \cdot \chi$$

$$\text{alſo } \chi = \frac{(\mu^{\tau} - \varrho^{\tau})\,\mu^{\varphi+\nu\tau} \cdot (\mu^{nt} - \varrho^{nt})\,\varrho^{q+t}}{(\mu^{t} - \varrho^{t})\,\mu^{q+nt} \cdot (\mu^{\nu\tau} - \varrho^{\nu\tau})\,\varrho^{\varphi+\tau}} \cdot S$$

67) Sollen bey den veränderten Zahlungstermine, keine Zinſen bezahlt, ſondern dadurch χ vergrößert werden; ſo iſt $\varrho = 1$ in (66) da es in (36) ſeinen Werth behält; alſo

$$\chi = \frac{(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{\varphi+\nu\tau} \cdot (\mu^{nt} - \varrho^{nt})\,\varrho^{q+t}}{(\mu^{t} - \varrho^{t})\,\mu^{q+nt} \cdot (\mu^{\nu\tau} - 1)} \cdot S$$

68) Iſt überhaupt $p = 0 = q$; ſo iſt

$$\chi = \frac{(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{\varphi+\nu\tau} \cdot (\mu^{nt} - 1)}{(\mu^{t} - 1)\,\mu^{nt} \cdot (\mu^{\nu\tau} - 1)}\,S$$

69) Iſt dabey $t = 1$; $\varphi = 0$; ſo iſt

$$\chi = \frac{(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{\nu\tau} \cdot (\mu^{n} - 1)}{(\mu^{\nu\tau} - 1)\,\mu^{n} \cdot (\mu - 1)} \cdot S$$

70) Exem-

70) Exemp. Es ſey $n = \nu = 10$; $S = 100$; $\tau = 2$;

$$\text{ſo iſt } 2 + \log. (\mu^{\tau} - 1) = 1{,}0107239$$
$$\log. \mu^{\nu\tau - n} = 0{,}2118929$$
$$\log. (\mu^{n} - 1) = 0{,}7985706 - 1$$
$$\log. \frac{1}{\mu^{\nu\tau} - 1} = 0{,}7816507 - 1$$
$$\log. \frac{1}{\mu - 1} = 1{,}3010300$$
$$\log. \chi = 2{,}1038681$$

giebt $\chi = 127{,}0189$

die der Schuldner alle zwei Jahre erlegen muß.

71) Exemp. II. $\nu = 5$; Die übrigen Größen wie vorhin.

$$\text{So iſt hier } \chi = \frac{(\mu^{2} - 1)\, S}{\mu - 1}$$
$$2 + \log. (\mu^{2} - 1) = 1{,}0107239$$
$$\log. \frac{1}{\mu - 1} = 1{,}3010300$$
$$\log. \chi = 2{,}3117539$$

giebt $\chi = 205$, wie auch ſonſt erhellet.

72) Hier iſt χ ſo gefunden, daß man beyde Größen auf den jezigen Werth brachte; weil der Schuldner bey allen vorzunehmenden Aenderungen in den Verträgen, doch nur ſchuldig iſt, die empfangene Summe mit den Zinſen, wieder zu bezahlen. Die Probe, daß ſo recht gerechnet worden, kann auf folgende Art angeſtellet werden.

Man berechne wie viel dem Gläubiger am Ende des $(q + nt)$ Jahres, alle zu erhaltenden S werth ſind.

Eben ſo wieviel ihm am Ende des $(\varphi + \nu\tau)$ Jahres, alle zu bekommenden χ werth ſind;

Dieſe Summe verzinſe man $(q + nt - \varphi - \nu\tau)$ Jahre; und ſetze ſie dann der von den S erhaltenen gleich; ſo giebt dieſes eben den Werth von χ, der in (66) angegeben worden.

Für $q + nt < \varphi + \nu\tau$ wird der Exponente der Verzinſung negativ; das heißt, der Werth der Summe der χ wird $\varphi + \nu\tau - q - nt$ Jahre, durch das Interuſurium früher geſucht.

73) Sollte die Aufgabe, auch auf einfache Zinſen berechnet werden; ſo erhellet, daß das N in (65) gleich ſeyn muß dem y in (52); und wenn man ſtatt der dortigen Größen die in (66) angegebenen ſetzt; ſo iſt aller χ jeziger Werth = $R\chi =$

$$\frac{m}{m+\varphi+\nu\tau}\left(1+\frac{(\nu-1)\tau}{2m}+\frac{\varphi}{p}\left(1+\frac{\nu\tau}{m}\right)+\left(m+\nu\tau-\varphi-\left(\frac{(2\nu+1)\tau}{3}\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\frac{(\nu+1)\tau}{2mp}\right)\right)\right)\cdot\nu\chi$$

$$\text{und } \chi = \frac{N}{R}$$

74) Für $q=0=\varphi=p$; $t=1$; iſt

$$\frac{(2m+\nu\tau-\tau)\nu}{2(m+\nu\tau)}\chi = \frac{(2m+n-1)n}{2(m+n)}S$$

$$\text{und } \chi = \frac{(m+\nu\tau)(2m+n-1)n}{(m+n)(2m+\nu\tau-\tau)\nu}S$$

75) **Exemp.** Für die Werthe in (70) iſt

$$\chi = \frac{4\cdot 49\cdot 100}{3\cdot 58} = 112{,}6413\ldots$$

Für die Werthe in (71) iſt

$$\chi = \frac{2\cdot 49\cdot 100}{48} = 204{,}1666$$

76) Um auch hier die Probe nach (72) anzuſtellen muß der Fall, daß $q+nt > \varphi+\nu\tau$, von dem umgekehrten unterſchieden werden.

Der Werth aller S nach $(q+nt)$ Jahren iſt $= Q$ in (52). Der Werth aller χ nach $(\varphi+nt)$ Jahren iſt $= P$; man erhält ihn, wenn man die Größen in (52) mit denen in (66) verwechſelt;

Nun ſey $q+nt > \varphi+\nu\tau$ ſo muß ſeyn

$$Q = \frac{m+q+nt-(\varphi+\nu\tau)}{m}P$$

Iſt aber $q+nt < \varphi+\nu\tau$ ſo iſt

$$P = \frac{m+\varphi+\nu\tau-(q+nt)}{m}Q;\ \text{für } q+nt=\varphi+\nu\tau;\ \text{iſt } Q=P;$$

woraus man leicht χ beſtimmen kann.

77) Für

77) Für $q=o=\varphi=p; t=1;$

Iſt im erſten Falle nach (52)

$$\frac{(2m+n-1)nS}{2m} = \frac{(2m+\nu\tau-\tau)\ (m+nt-\nu\tau)\nu\chi}{2m \cdot m}$$

$$\text{alſo } \chi = \frac{m(2m+n-1)nS}{(2m+\nu\tau-\tau)\ (m+nt-\nu\tau)\nu}$$

Für den zweiten iſt

$$\frac{(2m+n-1)\ (m+\nu\tau-nt)nS}{2m \cdot m} = \frac{(2m+\nu\tau-\tau)}{2m} \cdot \nu\chi$$

$$\text{alſo } \chi = \frac{(2m+n-1)\ (m+\nu\tau-n)nS}{m(2m+\nu\tau-\tau)\nu}$$

Für $q+nt=\varphi+\nu\tau$; iſt in dieſer Vorausſetzung $n=\nu\tau$; alſo kömmt hier für χ der Werth in (74).

78) Exemp. Für die Werthe in (70)

$$\text{iſt } \chi = \frac{49 \cdot 30 \cdot 5}{58} = 126{,}724 \ldots$$

Alſo von dem in (75) ſehr unterſchieden, welches mit (51) wohl übereinſtimmt; weil bey dieſer letztern Rechnung angenommen werden mußte, daß die Summe aller S, noch $(\varphi+nt)-(q+nt)$ Jahre verzinſet würde.

Der etwanige Einwurf, daß vielleicht eine von den beyden Rechnungsarten in (73) und (76) falſch wäre, wird ganz durch (72) gehoben.

79) Hingegen kann man auf folgende Art beweiſen, daß ſie nicht übereinſtimmen können. Einer Summe S, die nach n Jahren ſoll ausgezahlt werden, jeziger Werth iſt $= \frac{mS}{m+n}$ nach der Annahme in (49);

Geſetzt nun der Schuldner ſoll erſt nach ν Jahren C bezahlen; aber weder er, noch der Gläubiger ſollen hiedurch Schaden leiden; ſo ſind hiezu folgende zwei Wege:

Der Schuldner zahle nach ν Jahren die Summe S, und die angehäuften Zinſen davon, von $\nu-n$ Jahren;

Alſo wäre dann

$$S \cdot \frac{m+\nu-n}{m} = C;$$

 oder

oder er zahlet den jezigen Werth von S, nebſt den angehäuften Zinſen davon von ν Jahren; folglich kömmt hier wieder

$$\frac{m S}{m + n} \cdot \frac{m + \nu}{m} = C$$

80) Hieraus folgt daß ſeyn muß

$$\frac{m + \nu}{m + n} = \frac{m + \nu - n}{m}$$

$$\text{Alſo } n^2 = \nu n$$

$$\text{und } n = \nu$$

Das heißt beyde Rechnungen können nur übereinſtimmen, wenn in der Zeit gar keine Veränderung vorkömmt.

81) Aus dem, daß (78) beynahe mit (70) übereinkömmt, darf man nicht ſchlieſſen, daß dieſes in allen Fällen geſchehen werde. Ein Exempel kann gleich vom Gegentheile überzeugen. Iſt z. B. $n = 20$; $\nu = 15$; $\tau = 4$; $S = 100$ ſo wird $\chi = 283{,}75$ nach (70)
$= 245{,}888$ nach (71)

Warum dieſe Uebereinſtemmung hier ſtatt findet, zu unterſuchen, wäre für eine Rechnung zu weitläuftig, die ich nur beyläufig anführe. Die Auflöſung der folgenden Aufgaben nach einfachen Zinſen, geſchieht immer nach der in (72) angegebenen Methode, weil dieſe wenigſtens auf keine Trugſchlüſſe ſich gründet.

82) Wäre der Schuldner nur verpflichtet, ein für allemal, nach n Jahren, dem Gläubiger die Summe C zu bezahlen, und ſie errichten nun den Vortrag in (65); ſo iſt offenbar, daß der Werth des dortigen N, nicht der aus (36), ſondern der aus (27) ſeyn muß; dann wird

$$\chi = \frac{(\mu^{\tau} - \varrho^{\tau})\, \mu^{\phi + \nu\tau} \cdot \varrho^{n}}{(\mu^{\nu\tau} - \varrho^{\nu\tau})\, \varrho^{\phi + \tau} \cdot \mu^{n}} \cdot C$$

und für $p = 0$;

$$\chi = \frac{(\mu^{\tau} - 1)}{(\mu^{\nu\tau} - 1)} \frac{\mu^{\phi + \nu\tau}}{\mu^{n}} \cdot C$$

83) **Exemp.** Es ſey $C = 4000$; $n = 18$; $\mathfrak{v} = 4$; $\tau = 1$; $\phi = 12$ ſo iſt;

log.

$$\log.\ (\mu - 1) = 0{,}6989700 - 2$$
$$16\ \log.\ \mu = 0{,}3390288$$
$$\log.\ \frac{1}{\mu^{18}} = 0{,}6185926 - 1$$
$$\log.\ \frac{1}{\mu^4 - 1} = 0{,}6665520$$
$$\log.\ 4000 = 3{,}6020600$$
$$\log.\ \chi = 2{,}9252034$$

giebt $\chi = 841{,}7892$;

84) Darum muß auch ſeyn in (76)

$$Q = \frac{p + n}{p} C$$

Folglich für $n > \varphi + \nu\tau$

$$\frac{p + n}{p} C = \frac{m + n - (\varphi + \nu\tau)}{m} P$$

für $n < \varphi + \nu\tau$

$$\frac{p + n}{p} C \cdot \frac{m + \varphi + \nu\tau - n}{m} = P$$

für $n = \varphi + \nu\tau$

$$\frac{p + n}{p} C = P$$

wo P nach (52) beſtimmt werden muß.

85) Iſt $\varphi = 0 = p$; ſo iſt im erſten Falle

$$\chi = \frac{2 m^2 C}{(2m + \nu\tau - \tau)\ (m + n - \nu\tau)\nu}$$

Im andern

$$\chi = \frac{2 C (m + \nu\tau - nt)}{(2m + \nu\tau - \tau)\nu}$$

Im letzten

$$\chi = \frac{2 m C}{(2m + \nu\tau - \tau)\nu}$$

 86) Exemp.

86) Exemp. Für die Werthe in (83)

Hier iſt alſo $p = 0$, aber nicht φ; es tritt der erſte Fall aus (84) ein;

$$\text{aus (52) wird } P = \left(1 + \frac{(\nu - 1)\tau}{2m}\right)\nu\chi; \text{ alſo iſt}$$

$$\chi = \frac{2m^2 C}{(2m + \nu - 1)\ (m + n - \varphi - \nu)\nu}$$

$$= \frac{400 \cdot 1000}{43 \cdot 11} = 845{,}8773$$

87) Wäre der erſte Termin gleich nach φ Jahren fällig; ſo würde man nicht nach den gegebenen Formeln rechnen können; man müßte ſie erſt nach (41) ändern, welches ſehr leichte ſeyn wird.

Darnach wird z. B. aus (66)

$$\chi = \frac{(\mu^{nt+t} - \varrho^{nt+t})\ \varrho^{q}\ (\mu^{\tau} - \varrho^{\tau})\ \mu^{\varphi+\nu\tau}}{(\mu^{\nu\tau+\tau} - \varrho^{\nu\tau+\tau})\ \varrho^{\varphi}\ (\mu^{t} - \varrho^{t})\ \mu^{q+nt}} \cdot S$$

88) Auſſer dem Capitale C, welches der Schuldner dem Gläubiger, nach dem Fuße p : 1 verzinſet, ſchießet dieſer noch alle t Jahre, nt Jahre hindurch, die Summe B zu, die eben ſo ſoll verzinſet werden.

Nach nt Jahren ſoll der Schuldner die Schuld, in ν gleichen Terminen, deren jeder von dem nächſten τ Jahre abſteht, abtragen. Wie groß iſt χ; wenn dieſes den jedesmaligen Abtrag anzeiget?

Das Capital C, ſteigt in nt Jahren, auf ϱ^{nt} C nach (16), die Summe aller nach geſchoßenen B, beträgt nach nt Jahren mit den Zinſen

$$\frac{\varrho^{nt} - 1}{\varrho^{t} - 1} B$$

Denn das erſte B, was der Schuldner erhält, nützt er $(n - 1)t$, das zweite $(n - 2)t$ Jahre u. ſ. w.

Folglich iſt ſeine ganze Schuld nach nt Jahren

$$= \varrho^{nt} C + \frac{\varrho^{nt} - 1}{\varrho^{t} - 1} B = R$$

89) Dieſes ſoll er nun in $\nu\tau$ Jahren abtragen;

Statt	S	μ	ϱ	q	n	t	in (36)
ſetze man hier	χ	ϱ	1	0	ν	τ	

So iſt der jezige Werth aller der Abträge =

$$\frac{(\varrho^{\nu\tau}-1)\chi}{(\varrho^{\tau}-1)\varrho^{\nu\tau}} = \varrho^{nt}C + \frac{\varrho^{nt}-1}{\varrho^{t}-1}B$$

Folglich $$\chi = \left(\varrho^{nt}C + \frac{\varrho^{nt}-1}{\varrho^{t}-1}B\right)\frac{\varrho^{\nu\tau}(\varrho^{\tau-1})}{\varrho^{\nu\tau}-1}$$

90) Schießt der Gläubiger nichts nach; ſo iſt $B = 0$;

alſo $$\chi = \frac{\varrho^{\nu\tau+nt}(\varrho^{\tau}-1)C}{\varrho^{\nu\tau}-1}$$

91) Exemp. $C = 1000$; $n = 10$; $\nu = 20$; $t = 1 = \tau$; $\varrho = \frac{21}{20}$; ſo iſt

$$\begin{aligned} \log.\ \varrho^{30} &= 0{,}6366790 \\ 3 + \log.\ (\varrho - 1) &= 1{,}6989700 \\ \log.\ \frac{1}{\varrho^{20}-1} &= 0{,}7816486 - 1 \\ \hline \log.\ \chi &= 2{,}1172976 \end{aligned}$$

giebt $\chi = 131{,}008$

92) Der jedesmalige Zuſchuß iſt aus (89), nach den gehörigen Veränderungen

$$B = \frac{\left((\varrho^{\nu\tau}-1)\chi - \varrho^{nt+\nu\tau}(\varrho^{\tau}-1)C\right)(\varrho^{t}-1)}{(\varrho^{\tau}-1)(\varrho^{nt}-1)\varrho^{\nu\tau}}$$

wo für $C = 0$; des Zählers zweites Glied auch $= 0$ wird.

93) Eben ſo erhält man auch

$$C = \left(\frac{(\varrho^{\nu\tau}-1)\chi}{(\varrho^{\tau}-1)\varrho^{\nu\tau}} - \frac{\varrho^{nt}-1}{\varrho^{t}-1}B\right)\frac{1}{\varrho^{nt}}$$

wo für $B = 0$, des Zählers zweites Glied verſchwindet.

94) Ferner iſt auch

$$\varrho^{nt} = \frac{(\varrho^{t}-1)(\varrho^{\nu\tau}-1)\chi + (\varrho^{\tau}-1)\varrho^{\nu\tau}B}{(\varrho^{\tau}-1)\varrho^{\nu\tau}\left((\varrho^{t}-1)C + B\right)} = A$$

alſo $$nt = \frac{\log.\ A}{\log.\ \varrho}$$

wodurch

wodurch die Zeit gefunden wird, wie lange der Gläubiger warten muß, ehe er gewiſſe Jahre hindurch, von dem bezahlten Capitale C, nebſt den Beyträgen, eine beſtimmte Einnahme haben kann.

95) Will aber der Gläubiger keine Beyträge geben, ſondern die fehlende Summe, am Ende der nt Jahre, auf einmal nachſchießen, um die beſtimmte Einnahme bekommen zu können; ſo ſey dieſer Nachſchuß = N; und man hat aus (89)

$$N = \frac{(\varrho^{\nu r} - 1)\,\chi}{(\varrho^{r} - 1)\,\varrho^{\nu r}} - \varrho^{nt}\,C$$

Halbjährige viertheiljährige ꝛc. Zahlungstermine.

96) Wenn 100 Rthl. in einem Jahre 5 Rthl. Zinſen bringen ſollen; ſo darf der Schuldner nicht ohne ſeinen Schaden, nach $\frac{1}{2}$ Jahre 2,5 Rthl. und am Ende des Jahres, wieder 2,5 Rthl. bezahlen. An den erſten 2,5 Rthl. würde er das commodum temporis verlieren. Dieſes wäre bey kleinen Summen vielleicht unbeträchtlich, bey großen iſt es gewiß ſehr merklich.

97) Die Reihe nach der die Vermehrung eines Capitals, von Jahre zu Jahre ſteigt, iſt geometriſch (1), die Exponenten ihrer Glieder, ſind immer gleich der Anzahl der Jahre.

Theilt man nun jedes Jahr in t gleiche Zeiten, die ſo klein ſeyn können, als man will, ſo laſſen ſich zwiſchen jede zwei auf einander folgende Glieder der vorigen Reihe, t mitlere geometriſche Proportionale ſetzen, die den Zuſtand der Vermehrung, in den Zwiſchenzeiten der beyden auf einander folgenden Jahre, vorſtellen.

Das Capital mit den Zinſen und Zinſeszinſen, iſt nach q Jahren = $\mu^{q} \cdot C$; nach (q + 1) Jahren = $\mu^{q+1} \cdot C$

Alſo für eine jede Menge n, von dazwiſchen fallenden Zeit theilen = $\mu^{q+\frac{n}{t}} \cdot C$

Und der wahre Nutze = $(\mu^{q+\frac{n}{t}} - 1)$ C. Für q = 0; n = 1; t = 2, ſind es halbjährige; bey eben der Vorausſetzung für t = 4; viertheiljährige Zinſen.

98) **Exemp.** C = 100000; q = 0; n = 1; t = 2; ſo ſind nach der gewöhnlichen Annahme, die halbjährigen Zinſen = 2500 Rthl.

Aber $\mu^{\frac{1}{2}} - 1 = 0{,}02469476$;

alſo $C\,(\mu^{\frac{1}{2}} - 1) = 2469{,}476$

Welches 30,524 Rthl. weniger, als die gewöhnliche Annahme beträgt. Eine Beſtätigung von (23);

99) Der

99) Der Schuldner iſt verpflichtet alle Jahre, n Jahre hintereinander, die Summe S zu erlegen. Der Gläubiger verlanget dagegen, eben die Zeit durch, alle $\frac{1}{t}$ vom Jahre, eine Einnahme; ſo iſt offenbar daß ſie nicht $\frac{1}{t} \cdot S$ ſeyn kann; indem vorausgeſetzt wird, daß der Gläubiger dem Schuldner keine größere Summe leihet.

Wie groß kann ſie unter dieſen Bedingungen ſeyn? Sie ſey = R; ſo finden hier in n Jahren, nt Bezahlungen ſtatt. Der jezige Werth, aller den Gläubiger zukommenden Einnahmen S, ſey = N; er wird nach (36) berechnet, indem dort $t = 1$; $q = 0 = p$ geſetzt wird.

Der jezige Werth des erſten R iſt offenbar $= \frac{R}{\mu^{\frac{1}{t}}}$ der des zweiten $= \frac{R}{\mu^{\frac{2}{t}}}$ ꝛc.

der des letzten $= \frac{R}{\mu^{n}}$

100) Der Exponent dieſer Reihe iſt alſo $= \frac{1}{\mu^{\frac{1}{t}}}$ folglich ihre Summe

$$= \frac{\frac{1}{\mu^{\frac{1}{t}}} - \frac{1}{\mu^{n+\frac{1}{t}}}}{1 - \frac{1}{\mu^{\frac{1}{t}}}} R = \frac{\mu^{n} - 1}{\mu^{n}(\mu^{\frac{1}{t}} - 1)} R = N$$

101) Alſo iſt $R = \frac{\mu^{n}(\mu^{\frac{1}{t}} - 1)\,N}{\mu^{n} - 1}$

$$= \frac{(\mu^{\frac{1}{t}} - 1)\,S}{\mu - 1}$$

wenn man aus (36), den Werth von N, in die Gleichung ſetzt.

102) Exemp. Es ſey $S = 100$; $t = 2$

$$2 + \log.\,(\mu^{\frac{1}{2}} - 1) = 0{,}3926047$$

$$\log.\,\frac{1}{\mu - 1} = 1{,}3010300$$

$$\log.\,R = 1{,}6936347$$

giebt $R = 49{,}3895$ alſo um $0{,}6105$ kleiner als $\frac{1}{2}$ S.

103) Der Gläubiger will aber jezt noch Geld nachſchießen, damit ſeine Einnahme jedesmal $= \frac{1}{2}$ S iſt; wie groß iſt der Nachſchuß?

Man ſetze in (100) $R = \frac{1}{t} S$; ſo iſt er offenbar $= \frac{\mu^n - 1}{\mu^n (\mu^{\frac{1}{t}} - 1)} \cdot \frac{1}{t} S - N$

$$= \left(\frac{1}{t(\mu^{\frac{1}{t}} - 1)} - \frac{1}{\mu - 1} \right) \frac{(\mu^n - 1) S}{\mu^n}$$

104) Iſt N der jezige Werth des jährlichen Einkommens S, ſo viele Jahre hindurch als man will; P der jezige Werth des Einkommens $\frac{S}{t}$, alle t Zeiten im Jahre; ſo erhellet aus (101), daß man immer hat

$$P : N = \frac{1}{t(\mu^{\frac{1}{t}} - 1)} : \frac{1}{\mu - 1}$$

ſo daß man ſehr leicht, den Werth von P finden kann.

105) Will der Gläubiger aber nichts nachſchießen, und doch alle t Zeiten, $\frac{S}{t}$ einnehmen; ſo iſt offenbar, daß er dieſe Einnahme weniger Jahre wird genieſſen können. Wieviel Jahre wird dieſes betragen?

Er genieſſe q Jahre die Einnahme $\frac{S}{t}$; ſo iſt aus (100) wenn

man ſtatt	R	n
hier ſezt	$\frac{S}{t}$	q

$$N = \frac{\mu^q - 1}{\mu^q (\mu^{\frac{1}{t}} - 1)} \cdot \frac{S}{t} \text{ folglich}$$

$$q = \frac{\log. S - \log. t \left(\frac{S}{t} + (1 - \mu^{\frac{1}{t}}) N \right)}{\log. \mu}$$

106) **Exemp.** $N = 772{,}165$; $S = 100$; $t = 2$;

$$\text{ſo iſt } t \left(\frac{S}{t} + N (1 - \mu^{\frac{1}{2}}) \right) = 61{,}87$$

$$\log. S = 2,$$
$$\log. 61{,}87 = 1{,}7914801$$
$$0{,}2085199$$

q =

$$q = \frac{2085199}{211893} = 9{,}8407$$

Er wird alſo 0,1593 Jahr weniger, als bey jährigen Zahlungen, das Einkommen genieſſen.

107) Es iſt ſehr leicht, eine Anwendung von dieſer Art Zahlungen, auf die vorhergehenden Aufgaben zu machen.

Gebraucht man die Lehre von den einfachen Zinſen; ſo fällt dieſe ganze Rechnung weg. Sie wachſen in arithmetiſcher Progreſſion; folglich ſind die Zinſen eines Capitals C, nach $\frac{1}{t}$ Jahre $= \frac{C}{tm}$; nach $\frac{2}{t}$ Jahre $= \frac{2C}{tm}$ ꝛc. wenn ſie nach einem Jahre, $\frac{C}{m}$ geweſen wären.

Für halbjährige oder viertheiljährige Verleihungen, gereicht dieſes zum Vortheile des Gläubigers, aber zum Schaden des Schuldners.

Antichretiſcher Vertrag.

108) Er iſt dann vorhanden, wenn der Schuldner dem Gläubiger, eine nutzbare Sache, auf eine gewiſſe Zeit übergiebt, ſie gehörig zu nutzen, damit der Gläubiger, wegen des Verluſtes am Nutzen ſeines Capitals, den der Schuldner zieht, entſchädigt werde.

Trägt ſie mehr ein, als der Gläubiger für ſeinen Verluſt fordern darf, ſo muß er den Ueberſchuß vom Capitale abziehen, oder ihn dem Schuldner zuſtellen.

109) Das verliehene Capital ſey $= C$; der jährliche Ertrag der nutzbaren Sache $= S$; die Zeit welche ſie der Gläubiger nützet $= n$;

So fragt ſich, wer nach der verfloßenen Zeit, dem andern etwas heraus giebt, (voraus geſetzt, daß der Schuldner den Ueberſchuß jährlich vom Capitale abzieht) und wieviel?

Der Gläubiger zieht alſo am Ende jedes Jahres S; folglich iſt der Werth aller dieſer S, mit dem Nutzen davon, nach n Jahren $= \frac{\mu^n - 1}{\mu - 1} S$;

Das verliehene Capital C, iſt in der Zeit geſtiegen, auf $\mu^n C$;

Folglich iſt das, was einer von dem andern heraus bekömmt =

$$\mu^n C - \frac{\mu^n - 1}{\mu - 1} S = M;$$

Iſt

Iſt M poſitiv; ſo bekömmt es der Gläubiger; iſt es negativ; ſo bekömmt es der Schuldner.

110) **Exemp.** C = 10000; S = 1000; n = 10; ſo iſt

$$\log. (\mu^{10} - 1) = 0{,}7985712 - 1$$

$$3 + \log. \frac{1}{\mu - 1} = 4{,}3010300$$

$$4{,}0995012$$

giebt 12574,8

$$10000 \cdot (\tfrac{21}{20})^{10} = 16288{,}9$$

$$M = +\,3714{,}1$$

welches der Gläubiger heraus bekömmt.

Wäre S = 2000 das übrige wie vorhin; ſo wäre M = − 8866,5, die alſo der Schuldner heraus bekäme.

111) Wäre $S < \frac{C}{m}$; ſo würde des Gläubigers Capital, ſelbſt durch die Zinſen, immer mehr und mehr vergrößert; wäre $S = \frac{C}{m}$; ſo könnte der Gläubiger die Sache ewig beſitzen, wenn der Schuldner die Schuld nicht baar abtrüge. Es muß alſo wohl immer $S > \frac{C}{m}$ ſeyn.

112) Dieſe Rechnung ſetzt voraus, daß die Sache jährlich gleichviel einbringt. Bey einem in einer Bank ſtehenden Capitale, kann dieſes immer ſeyn. Bey einem Guthe aber, muß man den Ertrag, als die Pachtgelder einer Stylo ferreo contrahirten Pacht, oder als einen mitlern arithmetiſchen Durchſchnitt der Erträge, in einer Reihe von Jahren, anſehen; worauf man ziemlich ſicher rechnen kann.

113) Soll für ein beſtimmtes n, S geſucht werden, ſo, daß nach dieſer Zeit keiner etwas heraus bekömmt, ſo iſt offenbar daß in (111) M = 0; alſo

$$\mu^n C = \frac{\mu^n - 1}{\mu - 1} S \text{ folglich}$$

$$S = \frac{(\mu - 1)\,\mu^n C}{\mu^n - 1}$$

welches

welches auch die Größe der jährlichen Einnahme, n Jahre hinter einander, für ein jezt bezahltes Capital angiebt. Der umgekehrte Saz von (39) wo das dortige y gleich iſt dem hieſigen C;

114) Exemp. C = 772,165; n = 10; ſo iſt

$$\log.(\mu - 1) = 0{,}6989700 - 2$$
$$\log.\ \mu^{10} = 0{,}2118930$$
$$\log.\ C = 2{,}8877076$$
$$\log.\ \frac{1}{\mu^{10} - 1} = 0{,}2014294$$
$$\log.\ S = 2{,}0000000$$
$$\text{giebt } S = 100;$$

115) Aus (113) erhält man für ein beſtimtes S, die Zeit, wie lange der Gläubiger die Sache beſitzen darf, damit keiner dem andern etwas herausgebe, oder

$$n = \frac{\log.\ S - \log.\ (S - (\mu - 1)\ C)}{\log.\ \mu}$$

welches mit zu (39) gehört, und zeigt, wie lange man die jährliche Einnahme S, von dem jezt erlegten Capitale C, genieſſen kann.

116) Hier wird n öfters ein eigentlicher oder uneigentlicher Bruch ſeyn. Dann iſt die Rechnung genau brauchbar, wenn die Sache, ein Capital in einer Bank iſt, weil dieſes täglich ſeinen Nutzen einbringt. Beſteht ſie aber aus Grundſtücken, ſo iſt bekannt, daß dieſe nur zu gewiſſen Jahrszeiten, ihren Ertrag geben.

In dieſem Falle ſey $n = t + \frac{u}{365}$ Jahre; um nun ganz gerecht zu verfahren, ſo berechne man, wieviel dem Gläubiger nach t Jahren noch zukömmt (109); Dieſes bezahlt ihm nun der Schuldner gleich nach t Jahren, oder verzinſet es ihm noch die $\frac{u}{365}$ Jahre.

117) Ob gleich dieſe Rechnung durch Zinseszinſen geführt iſt, ſo nehmen doch viele Juriſten an, daß kein verbotener Anatocismus dabey vorkomme.

S. hievon *S. R. Weber*, tract. jurid. mathem. de pacto Antichretico. Goett. 1772.

Auch führt *Stryck* vſ. mod. lib. XIII. tit. 7. die hier vorkommende Rechnung, nach den angeführten Grundſäzen; nur etwas weitläuftiger.

In ſeinem Exempel, nimmt er den Ertrag des Guthes, nicht für beſtändig an. Um aber die Uebereinſtimmung zu zeigen, will ich das Exempel aus (110) nach ſeiner Art berechnen; wornach man ſich zugleich, bey ungleichen Erträgen, richten kann.

Im Anfange der Jahre	iſt der Schuldner ſchuldig	dieſe thun mit Zinſen bis ans Ende des Jahrs	bleibt am Ende des Jahrs, nach abgezogenem Ertrag des Guthes
1	10000	10500	9500
2	9500	9975	8975
3	8975	9423,75	8423,75
4	8423,75	8844,9375	7844,9375
5	7844,9375	8237,184375	7237,184375
6	7237,184375	7599,043589	6599,043589
7	6599,043589	6928,995768	5928,995768
8	5928,995768	6225,445556	5225,445556
9	5225,445556	5488,717834	4488,717834
10	4488,717834	4713,153726	3713,153726

Der Gläubiger ſoll alſo, noch 3713,1537 Rthl. heraus bekommen; der Unterſchied zwiſchen dieſer Rechnung und der in (110), iſt ganz unbeträchtlich.

118) Es erhellet hieraus, daß man die Zinſeszinſen Rechnung, in mehr als einem Falle, auch in den Rechten gebrauchen kann.

Auf dem Lande iſt dieſer Vertrag nicht ungewöhnlich. Siehe Hannöverſche Verordn. die Stellzeit betreffend, vom 29 Jun. 1705. Landesverordnungen Tom. IV. Cap. V. Seite 103.

Stellzeit, iſt die, wie lange der Eigenthümer ſein Guth, dem Gläubiger zum Nutzen, geben muß.

119) Polack (Math. For. p. 140.) behauptet, daß bey dieſer Art zu rechnen, der Gläubiger ſehr großen Schaden leiden, und alſo der ganze Vertrag aus der Welt verbannet werden würde. Dieſes zu vermeiden, giebt er folgende Rechnung an: Der Schuldner iſt ſchuldig C; dieſes beträgt in n Jahren mit den Zinſen $C + \frac{nC}{m}$;

Das Guth bringt ein, S; alſo in n Jahren nS; folglich wäre $\frac{m+n}{m} C - nS$ das, was einer von beyden, nach n Jahren, noch heraus bekäme.

120) Er

120) Er zeigt aber gar nicht an, wie des Gläubigers Schaden entſtehen kann. Auch kann ich es nicht einſehen. Was für ihn mißlich ſeyn könnte, wäre, daß er ſein Capital in kleinen Theilen zurückbekömmt, und alſo der Gefahr, es zu verthun, mehr ausgeſetzt iſt. Dieſes iſt aber keine Folge der Rechnung, ſondern des Vertrages ſelbſt, den die Geſetze billigen, und dabey vorausſetzen, daß der Gläubiger ein guter Haushälter ſey.

Es ſcheint, als wenn Polack ihn wegen dieſer Gefahr hat entſchädigen, und den jährlichen Ertrag des Guthes, ad depoſitum legen wollen.

Oder ſoll es ein Erſatz für die Arbeit ſeyn, die der Gläubiger bey Nützung des Guthes anwenden muß? Doch dieſe kann wegen (112), nicht in Betracht kommen.

121) Aber offenbar iſt es, daß der Schuldner, bey Polacks Rechnung, großen Schaden leidet. Warum ſoll er von den 500 Rthl. aus (117), die er am Ende des erſten Jahres hätte abtragen können, binnen 9 Jahren gar keinen Nutzen haben? Und eben ſo von dem Abtrage der andern Jahre, da dem Gläubiger, der Nutzen ſeines Capitals, doch nicht abgeſprochen wird. Seine Rechnung iſt alſo wider die Geſetze und wider die Billigkeit.

Schon weniger fehlerhaft würde eine Rechnung ſeyn, die nach Hofmanns Mannier eingerichtet wäre. Die Formel um M (109) nach dieſer zu finden, gäbe $M = \frac{m+n}{m} C - \frac{2m+n-1}{2m} \cdot nS$

Zweites Capittel.

Von der Wahrſcheinlichkeit.

1) Gewißheit, wie man in der Arithmetik und Geometrie, durch Verbindung der Begriffe und Schlüſſe, aus offenbahren oder ſchon überzeugend dargethanen Dingen erhält, findet bey unſerer Kenntniß, bey den Begebenheiten der Welt nicht ſtatt, weil wir die Einrichtung der Welt, nicht ſo vollkommen kennen, daß wir vorauszuſehen im Stande wären, was aus dem ſchon Geſchehenen, der Ordnung der Natur gemäß, folgen müſſe. Höchſtens können wir aus dem, was uns von dieſer Ordnung bekannt iſt, Schlüſſe machen. Der Aſtronom darf nur alsdann erwarten, daß eine Sonnenfinſterniß erfolgen wird, wie

wie er ſie berechnet hat, wenn die Bewegungen der himmliſchen Körper, ſo bleiben, wie ſie bisher geweſen ſind.

Freylich da dieſe Bewegungen Jahrtauſende lang, nach ungeänderten Geſetzen erfolgt ſind, ſo fällt niemanden der Zweifel ein, ob ſie auch noch, für die nächſte Finſterniß, ſo erfolgen werden. Mit geometriſcher Gewißheit, lieſſe ſich dieſer Zweifel nicht widerlegen, aber wer ihn im Ernſte triebe, bey dem würde man wenigſtens in dieſen Stücken, eine Verletzung des Verſtandes vermuthen.

2) Es giebt alſo eine **Gewißheit**, die ſich auf zuſammenhängende Uebereinſtimmung, aller bisherigen Erfahrungen, ohne die geringſte widerſprechende, gründet. Sie allein giebt vollkommene Sicherheit, bey den Erwartungen, im menſchlichen Leben, und daher hat man ſie *moraliſche* genannt.

Sind unter den bisherigen Erfahrungen, einige für das, was wir wünſchen, andere dagegen, ſo theilt ſich dieſe Gewißheit, in *Hofnung* unſere Abſichten zu erreichen, und **Furcht** ſie zu verfehlen. Es iſt klar, daß dieſe Hofnung und Furcht, ſich gegen einander verhalten werden, wie die Zahl der möglichen Fälle, die uns vortheilhaft ſind, zu der Zahl der nachtheiligen, alle Fälle für unſere Einſicht gleich möglich geſetzt. Die Summe der Fälle beyder Gattungen, macht die Gewißheit aus, denn einer von ihnen muß ſich ereignen. Alſo verhält ſich die Hofnung zu ihr, wie die vortheilhaften Fälle, zur Menge aller.

3) **Wahrſcheinlichkeit** alſo iſt ein Bruch, deſſen Nenner die Menge aller Fälle, der Zähler, die Menge der vortheilhaften iſt.

Sie beruht bloß auf unſerer Unwiſſenheit. Nur Unwiſſenheit iſt es, daß wir unterſchiedene Fälle gleich möglich halten, weil wir nicht wiſſen, was jeden beſtimmt. So nehmen wir an, in einer Schlacht befinden ſich alle, die dem feindlichen Feuer, auf einerley Art ausgeſetzt ſind, in gleicher Gefahr, die beſondere Bewegung jeder Kugel, vermöge welcher ſie den, und keinen andern trift, iſt uns unbekannt.

4) Rechnungen laſſen ſich alsdann anſtellen, wenn man die Zahl aller möglichen Fälle weiß, und mit ihr die Zahl, der uns vortheilhaften, vergleichen kann.

Unter den ſechs möglichen Lagen eines Würfels, iſt nur eine, die ein Aß oben darſtellt. Die Wahrſcheinlichkeit alſo, auf den erſten Wurf ein Aß zu werfen, kann man wohl den ſechſten Theil der Gewißheit nennen, und wer läugnete, daß auf den erſten Wurf ein Aß fallen werde, hätte fünfmal mehr Wahrſcheinlichkeit für ſich, als der, welcher es bejahte.

In der Natur, wird bey jedem Wurfe die Lage des Würfels, durch ihm eigene Umſtände beſtimmt. Dieſe Umſtände werden als unbekannt angenommen, und ſo hat man kein Recht, eine mehr als die andere zu erwarten.

5) Dieſe

5) Dieſe Kenntniß aller möglichen Fälle, erhält man:

Entweder aus Vernunftſchlüſſen, wie bey allen Spielen. So wird bey zwei Würfeln ein jeder leicht ſchlieſſen, daß die verſchiedenen Summen der Augen ſeyn werden

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

daß um 2 zu werfen, jeder Würfel ein Aß; um 3 zu werfen, entweder der erſte Würfel ein Aß, der andere eine II, oder der erſte Würfel eine II, der andere ein Aß; um 4 zu werfen, entweder jeder Würfel eine II, oder der erſte ein Aß, der andere eine III; oder der erſte eine III, der andere ein Aß, u. ſ. w. geben muß. Verfährt man eben ſo mit den übrigen Summen der Augen, ſo giebt ſich die Anzahl aller möglichen Fälle = 36; werden nun die günſtigen Würfe beſtimmt, ſo ſind hiedurch auch die widrigen, folglich alles gegeben, was zur Berechnung der Wahrſcheinlichkeit erfordert wird.

Oder man erhält ſie durch wiederhohlte Verſuche und Erfahrungen, wozu man aber nicht ſchreiten darf, ſo lange es unſerm ſchwachen Verſtande möglich iſt, die Anzahl aller Fälle, mit ihren unendlichen Beſtimmungen, zu überſehen. Hat man bey einer großen Menge von Verſuchen und Erfahrungen, die günſtigen Fälle, von den widrigen, unterſchieden; ſo ſchließt man, daß auch künftig die günſtigen Fälle zu den widrigen, oder zu der Summe aller, ſich eben ſo verhalten werden. Giebt z. B. die Erfahrung, daß von 100 gleich gut gebaueten und ausgerüſteten Schiffen, die zu einer gewiſſen Jahrszeit von Amſterdam nach Petersburg ſegeln ſollten, fünf, Schiffbruch gelitten haben; ſo nimmt man an, daß auch in dieſem Jahre, und in den folgenden, bey eben den Umſtänden, eben daſſelbe geſchehen wird, doch nur ſo lange, als die Reihe der folgenden Erfahrungen, mit den vorhergehenden übereinſtimmt. Kämen in irgend einem Jahre 6 Schiffbrüche vor, ſo wäre dieſes noch nicht hinreichend, von den vorigen Schlüſſen abzugehen. Geſchähe dieſes aber 10 und mehrere Jahre hintereinander; ſo muß man es auch, für das 11te und die folgenden Jahre annehmen, bis wieder neuere Erfahrungen die Verhältniß genauer beſtimmen.

Hieraus erhellet, daß man die folgenden Verſuche und Erfahrungen, zur Beſtätigung, der aus den vorhergehenden angenommenen Verhältniß, oder zu genauerer Beſtimmung ihrer Grenzen, gebrauchen muß. Treffen dieſe, mit der Zeit unendlich nahe zuſammen; ſo iſt offenbar, daß wir dann mit Gewißheit über die Begebenheit werden urtheilen können.

6) Iſt nun nach (3) für irgend eine Begebenheit, $n =$ der Anzahl der günſtigen Fälle; $m =$ der, der widrigen, ſo iſt $m + n =$ der Anzahl aller möglichen Fälle, folglich die Wahrſcheinlichkeit, daß die Begebenheit günſtig aus-

fällt = $\frac{n}{m+n}$; die daß ſie widrig ausfällt = $\frac{m}{n+m}$; und $\frac{n}{m+n} + \frac{m}{m+n}$ = 1 = der Gewißheit (2) daß entweder eine günſtige oder widrige Begebenheit geſchieht; folglich auch $1 - \frac{m}{m+n}$ = der Wahrſcheinlichkeit, daß eine günſtige, und $1 - \frac{n}{m+n}$ = der, daß eine widrige Begebenheit geſchieht.

So iſt für das Exempel in (5); n = 95; m = 5; folglich wenn ich ein Schiff auslaufen laſſe, die Wahrſcheinlichkeit daß es glücklich in Petersburg einläuft = $\frac{95}{95+5} = \frac{95}{100}$; die Wahrſcheinlichkeit daß es verunglückt = $\frac{5}{100}$;

7) Iſt m in Vergleichung mit n unendlich klein; ſo iſt $\frac{n}{m+n} = \frac{n}{n}$ Gewißheit = 1; und dann $\frac{m}{m+n} = \frac{0}{n}$ Gewißheit = 0; folglich im erſten Falle Gewißheit, daß die Begebenheit glücklich ſich ende, im zweiten auch Gewißheit, daß ſie nicht unglücklich ſich ende, und umgekehrt für $n = \frac{0}{1}$; und $m = \frac{1}{0}$;

Da nun bey einer unbeſtimmten Begebenheit, n und m immer eine Größe, allein von o bis ∞ wachſen kann, da die andere von ∞ bis auf o abnimmt; ſo iſt offenbar, daß je kleiner die Anzahl der widrigen Fälle, gegen die Anzahl aller Fälle wird, deſto größer auch die Wahrſcheinlichkeit, für eine günſtige Begebenheit werden muß, und umgekehrt.

Sind in einer Lotterie 10000 Looſe, und ein höchſter Gewinnſt, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß, wenn ich ein Loos beſitze, der höchſte Gewinnſt darauf fallen werde, = $\frac{1}{10000}$; ſind aber ſchon 5000 Looſe gezogen, der höchſte Gewinſt und mein Loos noch nicht heraus, ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit daß ich den höchſten Gewinſt bekomme = $\frac{1}{5000}$; und unter eben den Bedingungen, wenn nur noch 10 Looſe im Glücksrade ſind = $\frac{1}{10}$ bis ſie endlich, wenn nur noch mein Loos und der höchſte Gewinſt im Glücksrade ſind, = 1 wird.

8) Als

8) Als einen Grundſatz darf man wohl annehmen, daß ein jeder nur erwarten darf ſo viel zu erhalten, als er unfehlbar erhalten wird. Iſt nun auf das Geſchehen oder Nichtgeſchehen einer Begebenheit ein Preis geſetzet, ſo iſt ſein jeziger Werth gleich dem Produkte der Wahrſcheinlichkeit in den Preis.

Geſetzt, in einer Urne ſind eine weiſſe, und $p - 1$ ſchwarze Kugeln; p Perſonen ſollen jede eine blind heraus nehmen, die die weiſſe zieht bekömmt die Summe S. Sie können alſo zuſammen das erwarten, was der Werth aller Kugeln iſt, alſo S; und da alle ein gleiches Recht auf den Preis haben, auch die Wahrſcheinlichkeit, die weiſſe Kugel zu ziehen, für einen jeden $= \frac{1}{p}$ iſt; ſo iſt offenbar, daß der Werth eines jeden ſeiner Erwartung, bloß nach der Wahrſcheinlichkeit geſchätzt, iſt $= \frac{1}{p} \cdot S$;

Und für irgend eine andere Begebenheit, worauf eben der Preis geſetzt iſt $= \frac{n}{m+n} \cdot S$

9) Iſt die Anzahl der Fälle, in denen man S bekommen kann $= p$; die in denen man T bekommen kann $= q$; ſo iſt der Werth der Erwartung, aus der Wahrſcheinlichkeit allein, für einen Fall $= \frac{pS + qT}{p+q}$

Es ſeyen $p + q$ Spieler und eben ſo viel verſchloſſene Käſtchen; in p von dieſen, liege in jedem, die Summe S, in q von ihnen, die Summe T; ſo iſt die ganze Summe $= pS + qT$. Aber ein jeder, hat eben ſo viel Wahrſcheinlichkeit als der andere, entweder die Summe T, oder die Summe S, zu bekommen, folglich iſt aus (8) der Werth eines jeden ſeiner Erwartung $= \frac{pS + qT}{p+q}$

Und eben ſo für $p + q + r$ Spieler, wenn es r Fälle giebt, in denen man V bekommen kann; u. ſ. w. wo auch $V = 0$ ſeyn kann.

10) **Exempel.** In einer Lotterie von 10000 Looſen, ſind Gewinſte, 1 von 10000 Rthl. 1 von 5000 Rthl. 2 von 3000 Rthl. 4 von 1000 Rthl. 8 von 500 Rthl. 10 von 200 Rthl. 15 von 100 Rthl. 20 von 80 Rthl. 40 von 50 Rthl. 100 von 20 Rthl. 300 von 10 Rthl. ich bin der Beſitzer eines Looſes, was iſt der Werth meiner Erwartung? hier ſind alſo überhaupt 401 Gewinne und 9599 Nieten. Folglich iſt der Werth der Erwartung =

 10000

$$\frac{10000 + 5000 + 2.3000 + 4.1000 + 8.500 + 10.200 + 15.100 + 20.80 + 40.50 + 100.20 + 300.10}{1+1+2+4+8+10+15+20+40+100+300+9599}$$

$= \frac{41100}{10000} = 4{,}11$ Rthl. in Betrachtung der Wahrſcheinlichkeit allein.

11) Aus (8) iſt offenbar, daß wenn der Werth der Erwartung und der Preis gegeben iſt, man die Wahrſcheinlichkeit für die Begebenheit, und folglich nach (6) auch die Wahrſcheinlichkeit gegen die Begebenheit hat.

Giebt es in (9) mp Fälle, in denen man S, und mq Fälle, in denen man T erhalten kann, ſo iſt der Werth der Erwartung für einen Fall $= \frac{pmS + mqT}{mp + mq}$

$$= \frac{m(pS+qT)}{m(p+q)} = \frac{pS+qT}{p+q}$$

woraus erhellet, daß man den Werth der Erwartung, und alſo auch die Wahrſcheinlichkeit, auf kleinere Ausdrücke bringen kann; ſo iſt in (6) die Wahrſcheinlichkeit $\frac{95}{100} = \frac{19}{20}$; und die $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$;

12) Von dem Werthe des Preiſes aus der Wahrſcheinlichkeit, muß man den Werth des Gewinnſtes, aus der Wahrſcheinlichkeit, alſo den wahrſcheinlichen Gewinnſt, unterſcheiden. Er iſt die Differenz zwiſchen dem Werthe des Preiſes, und dem Einſatze, und wird gleich dem Werthe des Preiſes, wenn der Einſatz = o iſt. Iſt die Differenz negativ; ſo wird aus dem Gewinnſte Verluſt, iſt ſie = o; ſo iſt weder Gewinnſt noch Verluſt da.

Iſt in (9) T = o; ſo iſt der Werth der Erwartung $= \frac{pS}{p+q}$; Muß man aber $\frac{1}{n}$ S einſetzen, um mitſpielen zu dürfen; ſo gewinnt man, wenn man S bekömmt, nur $\frac{n-1}{n}$ S; bekömmt man aber nichts, ſo iſt der Gewinnſt $= -\frac{1}{n}$ S; Es giebt aber p Fälle, in denen man S, und q Fälle, in denen man o bekommen kann; folglich iſt der wahrſcheinliche Gewinnſt =

$$\frac{\frac{n-1}{n}pS - \frac{qS}{n}}{p+q} = \frac{S((n-1)p-q)}{n(p+q)}$$

13) Iſt

13) Iſt in (9) aber T nicht = 0; und man muß O einſetzen; ſo kann man entweder S oder T bekommen, alſo ohne einzuſetzen, entweder S — O oder T — O; folglich iſt der wahrſcheinliche Gewinnſt =

$$\frac{p(S-O)+q(T-O)}{p+q} = \frac{pS+qT}{p+q} - O$$

14) Exemp. In einer Urne liegen 4 weiſſe und 2 ſchwarze Kugeln. Die weiſſen gewinnen allein, jede gleichviel. A, kauft ſich die Erlaubniß 4 Kugeln heraus zuziehen mit 5 Rthl. B, 2 Kugeln heraus zuziehen, mit 3 Rthl. ſo iſt jeder Gewinn = 2 Rthl. Aber die Wahrſcheinlichkeit eine weiſſe Kugel zu ziehen iſt = $\frac{4}{6}$ nach (6); alſo der, der Erwartung für einen Fall = $\frac{4}{6} \cdot 2$ Rthl. = $1\frac{1}{3}$ Rthl. folglich A ſeine ganze Erwartung = $4 \cdot 1\frac{1}{3}$ Rthl = $5\frac{1}{3}$ Rthl. und daher ſein wahrſcheinlicher Gewinnſt = $5\frac{1}{3} - 5 = \frac{1}{3}$ Rthl. und B ſein wahrſcheinlicher Gewinnſt = $2\frac{2}{3} - 3 = -\frac{1}{3}$ Rthl.

15) Die Wahrſcheinlichkeit, daß mehrere Begebenheiten geſchehen, iſt gleich dem Produkte aller einzeln Wahrſcheinlichkeiten.

Geſetzt, daß auf das Geſchehen von zwei Begebenheiten, der Preis S geſetzt, die Wahrſcheinlichkeit daß die erſte geſchehe = $\frac{n}{m+n}$; die daß die zweite geſchehe = $\frac{p}{p+q}$ iſt; ſo iſt der Werth der Erwartung aus der Wahrſcheinlichkeit, die zweite Begebenheit allein betrachtet, = $\frac{p}{p+q} S = R$ nach (8); dieſes kann als baares Geld angeſehen werden, daß man aber nicht eher erhalten kann, als bis auch die erſte Begebenheit geſchieht. Der Werth der Erwartung iſt alſo in Betrachtung dieſer = $\frac{n}{m+n} R = \frac{n}{m+n} \cdot \frac{p}{p+q} S$;

Alſo die Wahrſcheinlichkeit daß beyde Begebenheiten geſchehen

$$= \frac{\frac{n}{m+n} \cdot \frac{p}{q+p} S}{S} = \frac{n}{m+n} \cdot \frac{p}{p+q} \text{ nach (11).}$$

Eben ſo findet man auch die Wahrheit des Satzes für drei, und ſoviel Begebenheiten, man will.

16) Hieraus erhellet, daß wenn auf das Geſchehen von mehreren Begebenheiten ein Preis geſetzt iſt, ſein Werth auch gleich iſt, dem Produkte aller einzeln Wahrſcheinlichkeiten, in den Preis, z. B.

In zwei Urnen ſind in jeder 100 Nummern, und N iſt der Beſitzer von einer Nummer in jeder Urne, werden dieſe beyden Nummern bey dem erſten Zuge gezogen, ſo bekömmt er 10000 Rthl. Die Wahrſcheinlichkeit, daß es bey der erſten Urne geſchieht, iſt $= \frac{1}{100}$; die daß es bey der zweiten geſchieht, auch $= \frac{1}{100}$; alſo der Werth ſeiner Erwartung $= \frac{1}{100 \cdot 100} \cdot 10000$ Rthl. = 1 Rthl.

17) Aber ſorgfältig muß man ſich hüten, daß man jedem einzeln Falle, nicht einem zu großen Werth giebt, und ſie nicht ungehörig verbindet. Z. B. in zwei Haufen Karten liegen im erſten, Herzen König, Dame, Bube; im andern eben die Blätter aus Treff. Aus jedem Haufen ſoll man blindlings eine Karte ziehen, und wenn unter den beyden Karten ein König iſt, die Summe S bekommen. Was iſt der Werth der Erwartung?

Man könnte leicht ſchlieſſen: die Wahrſcheinlichkeit den Herzen König zu ziehen iſt $= \frac{1}{3}$; Eben ſo groß die, für den Treff König; folglich iſt der Werth der Erwartung $= (\frac{1}{3} + \frac{1}{3})\, S = \frac{2}{3}\, S$.

Aber es iſt offenbar, daß dieſes falſch iſt, denn für den Fall, daß man beyde Könige trift, iſt kein Preis feſtgeſetzt, ſondern nur für den, wenn von beyden möglichen Begebenheiten eine geſchieht, oder wenn von beyden **keine nicht geſchieht.**

18) So oft alſo der Fall eintritt, daß man einen Preis bekommen ſoll, wenn von zwei oder mehreren Begebenheiten keine nicht geſchieht, ſo verfährt man am ſicherſten auf folgende Art; Es ſey $x =$ der Wahrſcheinlichkeit, daß die erſte geſchieht; $y =$ der, daß die zweite geſchieht ꝛc. ſo iſt $1 - x =$ der, daß die erſte nicht geſchieht; $1 - y =$ der, daß die zweite nicht geſchieht; alſo $(1 - x)(1 - y)$ (ꝛc.) = der Wahrſcheinlichkeit, daß keine von allen geſchieht (15); folglich die entgegen geſetzte Wahrſcheinlichkeit, oder die, daß von allen keine nicht geſchieht $= 1 - (1 - x)(1 - y)$ (ꝛc.)

Für zwei Begebenheiten iſt ſie $= y + x - xy$; und ſo iſt in (17) $x = \frac{1}{3} = y$; alſo der Werth der Erwartung $= (\frac{2}{3} - \frac{1}{9})\, S = \frac{5}{9}\, S$

19) Der Begriff von entgegengeſetzter Wahrſcheinlichkeit, leidet alſo nicht die geringſte Ausdehnung; man muß ihm immer eben die Bedeutung geben, wie allen negativen Größen der Mathematik, ob die entgegen geſetzte Wahrſcheinlichkeit gleich, durch poſitive Zeichen ausgedrückt wird. Sagt man z. B. Es iſt wahrſcheinlich, daß von einer beſtimmten Anzahl Menſchen, alle noch ein Jahr leben; ſo iſt die entgegen geſetzte Wahrſcheinlichkeit die, daß ſie nicht alle noch

ein

ein Jahr leben; es können dann einer, zwei ꝛc. oder alle, vor Verlauf des Jahrs geſtorben ſeyn.

20) Eine Menge M verſchiedener Begebenheiten ſind ſo verbunden, daß gewiß eine von ihnen geſchieht; Eben ſo ſind die Begebenheiten einer andern Menge m verbunden. Sollen nun immer zwei Begebenheiten, aus jeder Menge eine, geſchehen; ſo iſt $M m =$ der Anzahl der möglichen Fälle, wo zwei verſchiedene Begebenheiten zuſammen treffen können. Es ſey $M = a + b + c + d +$ ꝛc. $m = \alpha + \beta + \gamma + \delta +$ ꝛc. Geſchieht nun von der erſten die Begebenheit a; ſo kann mit ihr aus der zweiten zugleich geſchehen, entweder α, oder β, oder γ, oder δ ꝛc. Aber eben dieſe Begebenheiten, können auch mit der Begebenheit b, und mit der c ꝛc. zu gleicher Zeit geſchehen; alſo kann eine Begebenheit der erſten Menge, mit m verſchiedenen Begebenheiten der zweiten Menge, in Verbindung kommen; und dieſes kann M mal geſchehen; alſo iſt $M m =$ der Anzahl aller möglichen Verbindungen.

Eben ſo iſt $M m \mu =$ der Anzahl aller möglichen Verbindungen, wenn eine dritte Menge μ von Begebenheiten, zu den vorigen kömmt u. ſ. w.

21) Sind die Begebenheiten der Menge M, die ſechs verſchiedenen Seiten eines Würfels, und die Begebenheiten der Menge m, auch die Seiten eines andern Würfels; ſo iſt offenbar, das kann verbunden ſeyn

	mit					
1	1,	2,	3,	4,	5,	6,
2	·	·	·	·	·	·
3	·	·	·	·	·	·
4	·	·	·	·	·	·
5	·	·	·	·	·	·
6	·	·	·	·	·	·

daß alſo hier 36, verſchiedene Verbindungen ſtatt finden.

22) Sind aber unter jeder Menge in (20), einige günſtige, die andern widrige Begebenheiten, z. B. in der erſten A günſtige, N widrige; in der zweiten a günſtige, n widrige; ſo iſt offenbar $M m = (A + N)(a + n) = A a + A n + N a + N n$; und dann erhellet, daß $A a$ die Anzahl der möglichen Verbindungen wie in (20) von zwei günſtigen Begebenheiten; $A n$ die, von einer günſtigen der erſten Menge, mit einer widrigen der zweiten; $N a$ die, von einer widrigen der erſten, mit einer günſtigen der zweiten; und $N n$ die, von zwei widrigen anzeigt.

Beſteht auch μ aus α günſtigen ν widrigen Begebenheiten; ſo iſt gleichfals $M m \mu = (A + N)(a + n)(\alpha + \nu) = A a \alpha + a A \nu + \alpha A n + \alpha a N + \alpha N n + A \nu n + a \nu N + \nu n N$, wo jedes Glied eine ähnliche Bedeutung wie die, bey den vorhergehenden Mengen hat. Eben ſo kann man ſo viele Mengen von

Bege-

Begebenheiten verbinden, als man will, und auch wenn es nöthig wäre, gleichgültige Begebenheiten, mit in Betracht ziehen.

23) Die Seiten des erſten Würfels in (21) welche mit 1, 2 bezeichnet ſind, und die des zweiten welche mit 5, 6 bezeichnet ſind, ſind günſtig, ſo ſind in jedem Würfel vier widrige Seiten; beyde Würfel werden zu gleicher Zeit geworfen;

Es iſt alſo $Aa = 2 \cdot 2 = 4 = \dot{1} + 5;\ \dot{1} + 6;\ \dot{2} + 5;\ \dot{2} + 6;\ An = 2 \cdot 4 = 8 = \dot{1} + 1;\ \dot{1} + 2;\ \dot{1} + 3;\ \dot{1} + 4;\ \dot{2} + 1;\ \dot{2} + 2;\ \dot{2} + 3;\ \dot{2} + 4;\ Na = 2 \cdot 4 = 8 = 5 + \dot{3};\ 5 + \dot{4};\ 5 + \dot{5}:\ 5 + \dot{6};\ 6 + \dot{3};\ 6 + \dot{4};\ 6 + \dot{5};\ 6 + \dot{6}$ und $Nn = 4 \cdot 4 = 16 =$ allen übrigen Verbindungen, die ſich nach (21) machen laſſen. Hier ſind die Augen des erſten Würfels mit einem Punkte bezeichnet.

24) Nun iſt aus (22) nach (3) offenbar, daß $\frac{Aa}{Mm} =$ der Wahrſcheinlichkeit, daß zwei glückliche Begebenheiten zuſammen geſchehen; folglich die entgegen geſetzte Wahrſcheinlichkeit $= 1 - \frac{Aa}{Mm} = \frac{aN + An + Nn}{Mn} =$ der, daß nicht zwei glückliche Begebenheiten geſchehen; folglich daß entweder eine oder gar keine geſchieht.

Eben ſo iſt bey drei Mengen, die Wahrſcheinlichkeit daß drei glückliche Begebenheiten geſchehen $= \frac{Aa\alpha}{Mm\mu}$; und die entgegen geſetzte $= 1 - \frac{Aa\alpha}{Mm\mu}$;

25) Exemp. Ein Tetraedrum, ein Würfel und ein Octoedrum haben; das Tetraedrum eine weiſſe Seite; der Würfel zwei; das Octoedrum drei; die übrigen ſind ſchwarz, was iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß wenn alle drei zu gleicher Zeit in die Höhe geworfen werden; alle drei auf eine weiſſe Seite fallen. Hier iſt alſo $M = 4;\ m = 6;\ \nu = 8$ und $A = 1;\ a = 2;\ \alpha = 3;$ alſo iſt die Wahrſcheinlichkeit $= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{4 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{1}{32}$

Und die entgegen geſetzte Wahrſcheinlichkeit $= 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$. Eben ſo leicht wird man eine jede andere Wahrſcheinlichkeit, z. B. die, daß wenigſtens zwei Seiten unten fallen ꝛc. finden.

26) Begebenheiten ſind von einander *unabhängend*, wenn das Geſchehen der einen, auf das Geſchehen der andern, in keinem Betrachte, alſo auch nicht im Betrachte der Wahrſcheinlichkeit, Einfluß hat. Im entgegen geſetzten Falle ſind

ſind ſie von einander **abhängend**. Z. B. Aus zwei Haufen Karten, deren jeder alle, vom Aſſe an, bis auf den König, alſo 13 enthält, ſoll jemand die Könige blindlings herausziehen. Die Wahrſcheinlichkeit aus jedem Haufen einen zu ziehen, iſt offenbar $= \frac{1}{13}$; und wenn auch ſchon aus dem erſten Haufen, eine Karte gezogen iſt; ſo bleibt ſie doch, für den andern, eben dieſelbe. Beyde Begebenheiten ſind alſo von einander unabhängend.

Soll er aber aus einem Haufen, den König und die Dame ziehen; ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit für die erſte Karte $= \frac{1}{13}$. Er zieht ſie heraus; ſo bleiben in dem Haufen nur noch zwölf Karten; folglich iſt die Wahrſcheinlichkeit für die andere Karte die er ziehen ſoll, nur $= \frac{1}{12}$; und die Begebenheiten ſind von einander abhängend.

27) Sind nun die Begebenheiten in (20) u. f. von einander unabhängend und alle Mengen, und von dieſen auch die günſtigen, einander gleich; ſo iſt offenbar $M m \mu = m^3 = (a + n)^3 = a^3 + 3a^2 n + 3 a n^2 + n^3$; und eben ſo $m^x = (a + n)^x$ Entwickelt man dieſe Potenz; ſo giebt das erſte Glied die Anzahl der Fälle, wo x günſtige Begebenheiten; das zweite Glied wo $x - 1$ günſtige ꝛc. das vorletzte, wo eine günſtige, und das letzte, wo gar keine günſtige Begebenheit geſchieht, welches dem Geſetze des Exponenten von a folgt.

28) **Exemp.** Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, mit einem gemeinen Spielwürfel, in drei Würfen, wenigſtens einmal ein Aß zu werfen.

Da der Würfel 6 Seiten hat, von denen aber nur 1 günſtig iſt; ſo iſt $a = 1$; $n = 5$; $m = 6$;

Da aber jeder Wurf von dem andern unabhängend iſt; ſo iſt es einerley ob man drei mal hintereinander mit einem Würfel, oder einmal mit drei gleichen Würfeln wirft; folglich iſt aus (27) $x = 3$

Aber die entgegengeſetzte Wahrſcheinlichkeit von der geſuchten, iſt die, daß in drei Würfen gar kein Aß geworfen wird $= \left(\frac{5}{6}\right)^3$

Alſo iſt die geſuchte Wahrſcheinlichkeit $= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216} = 0{,}42176$

 und

und für x Würfel, oder einem Würfel, in x Würfen $= 1 - \frac{n^x}{m^x}$

29) Soll man aber mit drei Würfeln, in einem Wurfe, wenigſtens zwei Aſſe werfen, ſo iſt der Zähler des Bruchs der Wahrſcheinlichkeit (3), gleich der Summe aller Glieder, der dritten Potenz des Binomiums $(1 + 5)$ in denen wenigſtens 1^2 vorkömmt alſo $= \frac{1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot 5}{6^3} = 1 - \frac{3 \cdot 1 \cdot 5^2 + 5^3}{6^3} = \frac{16}{216} = 0{,}0740074 \cdots$

Und eben die Wahrſcheinlichkeit für x Würfel, oder einem Würfel, in x Würfen $= 1 - \frac{x \cdot a n^{x-1} + x^n}{m^x}$

30) Nur fällt die größte Beſchwerlichkeit vor, die gehörige Anzahl von Gliedern zu entwickeln, wenn x eine große Zahl iſt, weil denn die Coefficienten der Glieder, auch ſehr große Zahlen werden. Aber es iſt offenbar, daß alle Glieder des Binomiums, eben die Verhältniß gegen einander behalten werden, wenn man die ganze Reihe, durch eben dieſelbe Zahl dividirt; folglich auch, daß eben die Verhältniſſe bleiben werden, wenn man proportionale Zahlen, ſtatt der würklichen Coefficienten im Binomio, gebrauchen wird.

31) Nun iſt $(a + n)^x = a^x + x \cdot a^{x-1} n + \frac{x \cdot x - 1}{1 \cdot 2} \cdot a^{x-2} n^2 + \frac{x \cdot x - 1 \cdot x - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^{x-3} n^3 +$ ꝛc.

Und das r^{te} Glied vom Anfange, a^x mit zu der Reihe der Glieder gerechnet

$$= \frac{x(x-1)(x-2) \cdots (x-r+3) \cdot (x-r+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \quad \cdots \quad (r-2) \cdot (r-1)} \cdot a^{x-r+1} \cdot n^{r-1} = P$$

Das $(r+1)$ſte Glied vom Anfange =

$$\frac{x(x-1)(x-2) \cdots (x-r+2)(x-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \quad \cdots \quad (r-1) \quad (r)} a^{x-r} \cdot n^r = P \cdot \frac{x-r+1}{r} \cdot \frac{n}{a}$$

Iſt das $(r+1)$ſte Glied $= Q$; ſo iſt das $r^{te} = Q \cdot \frac{r}{x-r+1} \cdot \frac{a}{n}$; ſo daß man leicht aus dem vorhergehenden Gliedern, die folgenden, und umgekehrt finden kann, wie es aus des Hrn. Hofrath Käſtners Anal. end. Gr. 116. u. f. erhellet.

32) Be-

32) Betrachtet man dort die Tafel bey (117); ſo iſt offenbar, daß die Coefficienten einerley, bey allen Gliedern in einer Reihe, wo einerley Exponenten vorkommen, ohne auf die Größen zu ſehen, welchen ſie zugehören. So haben die Glieder $a^{x-r+2} \cdot n^{r-2}$ und $a^{r-2} \cdot n^{x-r+2}$ einerley Coefficienten.

Nun aber beſteht die Potenz x eines Binomii, aus $x+1$ Gliedern, x mag eine gerade oder ungerade Zahl ſeyn; folglich iſt, wenn x ungerade iſt, die Summe aller Coefficienten, gleich der doppelten Summe der Coefficienten, vom niedrigſten an, bis zu den höchſten; wenn x gerade iſt, gleich der doppelten Summe der Coefficienten vom niedrigſten an, bis zu dem höchſten, weniger den höchſten Coefficienten. Der höchſte Coefficiente gehört immer, wenn x ungerade iſt, dem $\left(\frac{x+1}{2}\right)^{\text{ten}}$ Gliede; wenn x gerade iſt dem $\left(\frac{x}{2}+1\right)^{\text{ten}}$ Gliede zu.

33) Iſt nun x gegeben, und man ſetzt den höchſten Coefficienten $= C$; ſo laſſen ſich hieraus nach (31) alle niedrigere finden, von denen C, ein Faktor ſeyn wird; ſetzt man alſo dann, ſtatt C eine Größe, welche man will; ſo iſt offenbar nach (30), daß die Glieder alle proportional bleiben werden, daß man alſo auf dieſe Weiſe, leicht die Verhältniß der Summe einiger Glieder, zur Summe der ganzen Reihe finden kann.

34) **Exemp.** In einem Becher ſind 100 auf der einen Seite weiß, auf der andern ſchwarz bezeichnete Marken; man will die Wahrſcheinlichkeit wiſſen, daß wenn ſie zehnmal in die Höhe geworfen werden, niemals mehr als 50, und niemals weniger als 40 weiſſe Seiten, oben fallen.

Es bedeutet alſo a die weiſſe, n die ſchwarze Seite; und weil jeder Anzahl $= 1$ iſt; ſo iſt offenbar, daß wenn man $(a+n)$ auf die Potenz 100 erhebet, die Summe aller Coefficienten, von dem Gliede an, wo a^{50} vorkömmt, bis auf das, wo a^{40} vorkömmt, dividirt durch die Summe aller Coefficienten der ganzen Reihe, die geſuchte Wahrſcheinlichkeit ausdrücken wird. Aber das Glied wo a^{50} vorkömmt iſt das 51ſte vom Anfange an, und hat zugleich nach (32), den höchſten Coefficienten; es ſey alſo $= c \cdot a^{50} \cdot n^{50}$ ſo werden die folgenden ſeyn:

$$c \cdot \frac{50}{51} \cdot a^{49}\, n^{51}$$

$$c \cdot \frac{50}{51} \cdot \frac{49}{52} \cdot a^{48}\, n^{52}$$

$$c \cdot \frac{50}{51} \cdot \frac{49}{52} \cdot \frac{48}{53} \cdot a^{47}\, n^{53} \quad \text{u. ſ. w.}$$

 Setzt

Setzt man nun $c = 100$; ſo erhält man folgende Coefficienten, wenn die erſte Reihe, die Glieder anzeigt, denen ſie zukommen.

	Coefficienten.		Coefficienten.		Coefficienten.
a^{50}	100	a^{39}	8,9334	a^{28}	0,0050
a^{49}	98,0392	a^{38}	5,6196	a^{27}	0,0019
a^{48}	92,3850	a^{37}	3,3896	a^{26}	0,0007
a^{47}	83,6600	a^{36}	1,9596	a^{25}	0,0003
a^{46}	72,8152	a^{35}	1,0852	a^{24}	0,0001
a^{45}	60,9000	a^{34}	0,5755		
a^{44}	48,9375	a^{33}	0,2920		
a^{43}	37,7763	a^{32}	0,1417		
a^{42}	28,0066	a^{31}	0,0657		
a^{41}	19,9369	a^{30}	0,0291		
a^{40}	13,6235	a^{29}	0,0123		

Die Summe dieſer Coefficienten iſt $= 678{,}1919$, welche man wegen der fehlenden, von a^{24} an bis a^{0}, die alle ſehr klein ſind $= 678{,}2$ ſetzen kann; die Summe der Coefficienten, von a^{50} an bis a^{40}, iſt $= 656{,}0802$; und die Summe der Coefficienten der ganzen Reihe, nach (32) $= 2 \cdot 678{,}2 - 100 = 1256{,}4$; folglich iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß ſie einmal ſo geworfen werden $= \frac{656{,}0802}{1256{,}4}$ $= \frac{1}{1{,}91333314\ldots}$

Und weil es unabhängende Begebenheiten ſind, die Wahrſcheinlichkeit daß ſie zehn mal ſo geworfen werden $= \left(\frac{1}{1{,}91333314\ldots}\right)^{10}$

$10 \cdot \log. 1{,}91333314 = 10 \cdot 0{,}2817906 = 2{,}8179062$, giebt $(1{,}91333314)^{10}$ $= 657{,}515857$; alſo die geſuchte Wahrſcheinlichkeit $= \frac{1}{657{,}515857} =$ $0{,}001520876428$.

35) Aus allen Erfahrungen erhellet, daß mehr Knaben als Mädchen gebohren werden, und daß die Differenz, zwiſchen den gebohrnen Knaben und Mädchen, immer in gewiſſen, wenig von einander abſtehenden Grenzen, eingeſchloſſen geweſen iſt. Nimmt man das arithmetiſche Mittel, von den jährlichen Ge-

Geburthen zu London, von 1629 an, bis 1710, alſo 82 Jahr hindurch, ſo findet man, daß jährlich 11429 Kinder gebohren ſind.

Im Jahre 1661, war der Unterſchied, zwiſchen den gebohrnen Knaben und den Mädchen, am größten; Es wurden nähmlich 4748 Knaben, und 4107 Mädchen, oder wenn dieſes auf die Mittelzahl gebracht wird, 6128 Knaben, und 5301 Mädchen gebohren; und ſo übertrafen die Knaben die Mädchen, um 827, und die Hälfte aller Geburthen, um 423;

Im Jahre 1703, kamen die Geburthen der Knaben, denen der Mädchen, am nächſten; es wurden 7765 Knaben, und 7683 Mädchen, oder auf die Mittelzahl gebracht, 5745 Knaben, und 5684 Mädchen gebohren. Die Knaben übertrafen alſo die Mädchen, nur um 61, und die Hälfte aller Geburthen, nur um 30.

36) Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß unter 11429 Kindern die gebohren werden, nicht unter 5745, und nicht über 6218 Knaben ſeyn werden? Die Auflöſung iſt eben dieſelbe wie in (34), wenn dort a einen Knaben, n ein Mädchen anzeigt, dann muß aber das Binomium, auf die Potenz 11429, erhoben werden, und der Nenner der Wahrſcheinlichkeit, iſt die Summe der Coefficienten, von dem Gliede an, wo a^{6218} bis auf das Glied, wo a^{5745} vorkömmt. Setzt man $c = 100000$; ſo iſt die Summe dieſer Glieder $= 3849092$, die Summe der ganzen Reihe $= 13196800$; alſo die Wahrſcheinlichkeit $= \frac{3849092}{13196800}$

$$= \frac{1}{3,4285\ldots}$$

und die Wahrſcheinlichkeit, daß es 82 Jahre hinter einander geſchehen wird

$$= \left(\frac{1}{3,4285}\right)^{82} = 1:755982152295524691358024691358024691355802469.$$

37) Hängen die Geburthen vom **Ohngefehr** ab, ſo iſt es immer gleich wahrſcheinlich, ob ein Knabe, oder ein Mädchen gebohren wird, und in dieſer Vorausſetzung, wird auch öfters die Anzahl der Mädchen, die der Knaben übertreffen; öfters werden ſie ganz zuſammen treffen, öfters ſo weit von einander abſtehen, daß entweder faſt lauter Knaben, oder faſt lauter Mädchen gebohren werden; und dann iſt nur die Wahrſcheinlichkeit vorhanden, daß das 82 Jahre hintereinander geſchehen wird, was zu London geſchehen iſt. Wer kann aber die unendliche Kleinheit dieſes Ausdruckes begreifen? Wer kann ſagen, daß ſie gegen irgend eine Größe, die ſo klein iſt, als ſie unſer Verſtand nur erdenken kann, in Betrachtung kömmt? Wer wird in der Vorausſetzung nicht behaupten, daß es unmöglich iſt, daß die Londner Begebenheiten geſchehen können?

 Und

Und doch iſt es geſchehen. Es iſt alſo offenbar, daß es eine göttliche Weißheit bewirken muß, daß die Ordnung, welche zur Erhaltung des menſchlichen Geſchlechts erfordert wird, beybehalten werde, daß ein unendliches Weſen, die unendliche Wahrſcheinlichkeit des Gegentheils überwindet, wenn man nur auf Folgerungen aus allgemeinen und phyſiſchen Geſetzen merket.

So beweiſet ohngefehr s' *Graveſande*, Oeuvres philoſophiques par *Allamand*, Amſterd. 1774. ſec. part. p. 230. u. f. Gottes Sorgfalt die Begebenheiten dieſer Welt zu regieren.

38) Will man eine Anwendung von (27) und folgenden auf gemeine Würfelſpiele machen, um z. B. die Wahrſcheinlichkeit zu finden, mit einer gewiſſen Anzahl Würfel, ſo viel Augen zu werfen als man will; ſo iſt offenbar, daß man jezt jede Seite eines Würfels, als eine Begebenheit beſonderer Art betrachten, folglich ſtatt des Binomiums $(a+n)$ jezt das Sexinomium $(a+b+d+e+f+g)$ auf die Potenz x erheben, wo x die Anzahl der Würfel mit denen geſpielt wird, oder die Zahl wie oft man mit einem Würfel hintereinander wirft, die Glieder des Sexinomium aber, der Reihe nach, die Seiten I, II, III, IIII, V, VI des Würfels anzeigt.

So erhält man für zwei Würfel $(a+b+d+e+f+g)^2 =$

$a^2 + 2ba + b^2 + 2da + 2db + d^2 + 2ea$
I, I + 2(II, I) + II, II + 2(III, I) + 2(III, II) + III, III + 2(IIII, I)
$+ 2eb + 2ed + e^2 + 2fa + 2fb + 2fd$
+ 2(IIII, II) + 2(IIII, III) + IIII, IIII + 2(V, I) + 2(V, II) + 2(V, III)
$+ 2fe + f^2 + 2ga + 2gb + 2(gd) + 2(ge)$
+ 2(V, IIII) + V, V + 2(VI, I) + 2(VI, II) + 2(VI, III) + 2(VI, IIII)
$+ 2gf + g^2$
+ 2(VI, V) + VI, VI.

Die Größen a, b, d ꝛc. ſind jede für ſich = 1; aber in Betrachtung ihrer Bedeutung unterſchieden. Die Zahlen Coefficienten zeigen an, wie oft eine jede Anzahl Augen, mit eben denſelben Würfel-Seiten, unter allen möglichen Fällen hier $= 6^2 = 36$ kann geworfen werden.

39) Verfährt man mit drei und mehr Würfeln, auf eben die Weiſe, und addirt die Coefficienten von gleichen Summen der Augen; ſo erhält man folgende Regeln, in der beygefügten Tabelle, welche zeigen, wie oft unter allen möglichen Würfen, von einem Würfel, bis auf ſechſe, jede mögliche Anzahl Augen, kann geworfen werden. Die Anzahl der letzten Würfe iſt weggelaſſen, weil die Reihen, von der höchſten Anzahl der Würfe an, eben ſo abnehmen, wie ſie von der kleinſten Anzahl an, bis dahin geſtiegen ſind.

Summen der Augen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
mit Würfel 1	1	1	1	1	1	1																
2		1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1										
3			1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	21	15	10	6	3	1				
4				1	4	10	20	35	56	80	104	125	140	146	140	125	104	80	56	35	20	ꝛc.
5					1	5	15	35	70	126	205	305	420	540	651	735	780	780	735	651	540	ꝛc.
6						1	6	21	56	126	252	456	756	1161	1666	2247	2856	3431	3906	4221	4332	ꝛc.

40) Eben

40) Eben dieſe Reihen kann man auch durch Combinationen erhalten, deren Lehre in des Hrn. Hofrath Käſtners Anal. end. Gr. S. 422 u. f. vorkömmt, nur muß man auch die Veränderungen, in Betrachtung des Orts, mit in Erwegung ziehen. Aber noch leichter nach der Methode, die Jac. Bernoulli in ſeiner arte coniectandi S. 24 u. f. vorträgt. Man ſchreibe nämlich zuerſt die Würfe mit einem Würfel einzeln hin; und dieſes ſechs mal untereinander, ſo, daß man bey jeder Reihe, eine Stelle weiter, nach der rechten Hand zu rücket; nehme die Summe von jeder ſenkrechten Reihe, ſo giebt dieſes die Reihe der Würfe, für zwei Würfel, wie folgt:

1,	1,	1,	1,	1,	1,					
	1,	1,	1,	1,	1,	1,				
		1,	1,	1,	1,	1,	1,			
			1,	1,	1,	1,	1,	1,		
				1,	1,	1,	1,	1,	1,	
					1,	1,	1,	1,	1,	1,
1,	2,	3,	4,	5,	6,	5,	4,	3,	2,	1,

Nun verfahre man mit dieſer Reihe eben ſo, wie mit der erſten, ſo erhält man die Reihe der Würfe, für drei Würfel u. ſ. w.

41) Der Grund des Verfahrens iſt offenbar. Aus (21) erhellet, daß durch jeden hinzukommenden Würfel, die Anzahl der Fälle, bey den vorigen Würfeln, ſechs mal vermehret wird; folglich muß auch hier, die Anzahl der Würfe, ſechs mal genommen werden, um die Anzahl der Würfe, mit den hinzugekommenen, zu finden. Und da die Anzahl der Augen, welche jedem Wurfe, bey der vorigen Anzahl der Würfel zukam, um I, II, III ꝛc. vermehrt wird, je nachdem eine Seite des hinzugekommenen Würfels oben liegt; ſo erhellet gleichfals, warum die Reihe von Würfen, jedesmal um eine Stelle weiter nach der rechten Hand zu, geſchrieben werden muß, nämlich damit jeder Zahl von Würfen, eine Anzahl Augen zugehören könne, die um eine Einheit größer, als die, die ihr in der vorhergehenden Reihe der Würfe zukam.

42) Daß Policeyrichter, die Wahrſcheinlichkeit bey Spielen, mit großen Nutzen gebrauchen können, wenn ſie herumziehenden Spielern, die Erlaubniß zum Spielen geben ſollen, iſt offenbar. Das Volk wird gewöhnlich durch ſie auf die fürchterlichſte Weiſe betrogen. Sie nehmen kleine Miſen, verſprechen ſie hundertfach wieder, aber freylich nur bey Fällen, die ſo ſelten vorkommen, daß ſie ſie mehrere tauſendmal wiedergeben müßten. Z. B. wenn der Spieler mit ſechs Würfeln ſpielt, zwei Gr. Einſatz nimmt, dafür bey dem Wurfe von 6 oder 36 Augen 100 Rthl. verſpricht, ſo iſt keiner der die Miſe aufbringen kann,

und

und ſie nicht ſetzen ſollte. Aber dieſe beyden Würfe kommen in der Zahl aller Würfe $= 6^6 = 46656$ nur zweymal vor, nach (39); Zahlt der Spieler auch beyde Gewinne aus, ſo kann man doch wahrſcheinlich rechnen, daß er dagegen $\frac{46656}{12}$ Rthl. $= 3888$ Rthl eingenommen hat, folglich in Betrachtung dieſer beyden Würfe noch 3688 Rthl. gewinnet.

Die Fälle die am häufigſten eintreten ſind die, von 11 bis 31 Augen. Werden dieſe geworfen, ſo bezahlt der Spieler nichts, bey den übrigen ſehr wenig.

43) Alle Spiele beſtehen eigentlich aus Wetten; Der Spieler wettet, daß eine Begebenheit geſchehe, der Banquier das Gegentheil, und deſſen Behauptung zutrift, der bekömmt von dem Andern eine gewiſſe Summe. Soll nun keiner zum Schaden des Andern bevortheilet werden, ſo müſſen Preiß und Miſe nach der Wahrſcheinlichkeit beſtimmt werden. Und dann verhält ſich immer die Miſe zum Preiſe, wie die Summe der günſtigen Fälle für den Spieler, zur Summe der widrigen, oder zur Summe der günſtigen für den Banquier. Spieler und Banquier, ſollen nämlich nicht mehr auszahlen, als ſie Hofnung haben, wieder einzunehmen. Nun ſey $1 =$ des Spielers Miſe; $x =$ dem Preiſe; $\frac{n}{m+n} =$ des Spielers Wahrſcheinlichkeit zu gewinnen; $\frac{m}{m+n} =$ ſeiner Wahrſcheinlichkeit zu verlieren; ſo hat der Banquier Hofnung $\frac{m}{m+n} \cdot 1$, der Spieler aber $\frac{n}{m+n} \cdot x$ zu bekommen; alſo $\frac{m}{m+n} = \frac{n}{m+n} \cdot x$; und $1 : x = \frac{n}{m+n} : \frac{m}{m+n} = n : m$; folglich $x = \frac{m}{n}$; und die Miſe $= \frac{xn}{m}$

44) Exemp. In einem Zahlen Lotto ſind 90 Nummern, von dieſen werden bey jeder Ziehung 5 gezogen, welche Gewinne ſind; hier iſt alſo $m + n = 90$; $n = 5$; $m = 85$; und für die Miſe 1, iſt $x = \frac{85}{5} = 17$ die Miſe, welche der Banquier bey einem einfachen Auszuge zahlen müßte. Aber die Anzahl der Amben, iſt nach der in (40) angeführten Stelle, aus Käſtners Anal. in 90 Nummern $= \frac{90 \cdot 89}{1 \cdot 2} = 4005 = m + n$; und die in 5 Nummern $= \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10 = n$; alſo $m = 3995$; und $x = \frac{3995}{10} = 399{,}5$ mal die Miſe.

Eben ſo iſt die Anzahl der Ternen in 90 Nummern $= \frac{90 \cdot 89 \cdot 88}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ $= 117480 = m + n$; in 5 Nummern $= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 10 = n$; alſo $m =$ 117470; und $x = \frac{117470}{10} = 11747$ mal die Miſe.

Die Anzahl der Quaternen in 90 Nummern, iſt $= \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} =$ $2555190 = m + n$; in 5 Nummern $= \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 = n$; alſo $m =$ 2555185, und $x = \frac{2555185}{5} = 511037$ mal die Miſe.

Für einen beſtimmten Auszug, iſt $n = 1$; $m = 89$; alſo $x = 89$ mal die Miſe.

Aber die Banquiers bezahlen nur den Auszug mit 15, die Ambe mit 270, die Terne mit 5300, die Quaterne mit 60000, den beſtimmten Auszug mit 75 mal der Miſe. Es erhellet alſo hieraus die Größe des Abzugs, den ſie für ihre Mühe rechnen. Hiebey handeln ſie gerade umgekehrt von (42). Sie ziehen bey den gewöhnlichern Fällen als Auszug, Ambe, verhältnißmäßig weniger ab, als bey den ungewöhnlichern; weil aber der Einſatz ſo ſehr geringe ſeyn kann, ſo wird das Volk auch mehr angelockt, auf Ternen und Quaternen zu ſetzen, ſ. Langsdorf Erläut. 1. Fortſ. p. 324. f.

45) Bey dieſen Rechnungen, iſt nach (4) angenommen, daß ein Fall eben ſo möglich, als der andere iſt, aber daß unter einer Menge Begebenheiten gleicher Art, die Wahrſcheinlichkeit für eine derſelben, nicht größer ſey, als die, für jede andere dieſer Menge, wie z. B. bey den Würfen, mit einem Würfel, wo vorausgeſetzt wird, daß der Würfel ein vollkommen mathematiſcher gleichdichter ſey. Wenn dieſes aber nicht iſt; ſo iſt offenbar, daß hiedurch, die nach den gewöhnlichen Geſetzen gefundene Wahrſcheinlichkeit, wird ſehr abgeändert werden. Es ſey alſo für einen ſolchen $\frac{1 + \alpha}{n}$ = der Wahrſcheinlichkeit, daß eine Begebenheit, bey einem Verſuche geſchehe; $\frac{1 + \beta}{n}$ = eben der Wahrſcheinlichkeit, für eine zweite Begebenheit; $\frac{1 + \gamma}{n}$ = eben der Wahrſcheinlichkeit, für eine dritte rc.

und $\frac{1+\nu}{n}$ = eben der Wahrſcheinlichkeit, für die n^{te} Begebenheit, ſo daß nur n Begebenheiten überhaupt, entweder günſtige und widrige, oder günſtige oder widrige allein, ſtatt finden können.

46) So muß nach (6) ſeyn $\frac{1+\alpha}{n} + \frac{1+\beta}{n} + \frac{1+\gamma}{n} + \cdots + \frac{1+\nu}{n} = 1$; und weil n Begebenheiten nur ſtatt finden $1 \cdot n + \alpha + \beta + \gamma + \cdots + \nu = n$; alſo $\alpha + \beta + \gamma + \cdots + \nu = 0$; und $\alpha = -(\beta + \gamma + \cdots + \nu)$.

47) Folglich iſt auch die Wahrſcheinlichkeit, daß die erſte Begebenheit in einem Verſuche nicht geſchehe $= 1 - \frac{1+\alpha}{n} = \frac{n-\alpha-1}{n} = \frac{n-1+\beta+\gamma+\cdots+\nu}{n}$

Und die daß ſie in x Verſuchen nicht geſchehe $= \frac{(n-\alpha-1)^x}{n^x} = \frac{(n-1+\beta+\gamma+\cdots+\nu)^x}{n^x}$; Derohalben die entgegengeſetzte Wahrſcheinlichkeit $= 1 - \frac{(n-\alpha-1)^x}{n^x}$

48) Iſt aber die Wahrſcheinlichkeit, daß eben dieſe Begebenheit in einem Verſuche geſchehe $= \frac{1+\beta}{n}$; ſo findet man, wie in (47) die Wahrſcheinlichkeit, daß ſie in x Verſuchen geſchehe $= 1 - \frac{(n-\beta-1)^x}{n^x}$; und auf gleiche Weiſe, wenn die Wahrſcheinlichkeit, daß ſie in einem Verſuche geſchehe, iſt $= \frac{1+\nu}{n}$; ſo iſt die, daß ſie in x Verſuchen geſchehe $= 1 - \frac{(n-\nu-1)^x}{n^x}$

49) Da aber die Begebenheiten in (45) unabhängende ſind, und es nur darauf ankömmt, daß jede in x malen, einmal geſchehe, ſie mag mehrmal geſchehen oder nicht; ſo iſt offenbar, daß es einerley iſt, in welchem Verſuche, von 0 bis auf x+1 Verſuchen, ſie geſchehe, ferner daß auch die Wahrſcheinlichkeiten in (47, 48) wegen (45) die ausdrücken, daß eine beſtimmte Begebenheit im erſten, zweiten ꝛc. x^{ten} Verſuche geſchehe.

Folglich iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß die beſtimmte Begebenheit, in x Verſuchen einmal geſchehe, gleich der Summe der Wahrſcheinlichkeiten in (47, 48) =

$$1 - \frac{(n-\alpha-1)^x}{n^x} + 1 - \frac{(n-\beta-1)}{n^x} + 1 - \frac{(n-\gamma-1)}{n^x} + \cdots + 1 - \frac{(n-\nu-1)^x}{n^x}$$

oder wenn $n - 1 = m$ iſt, =

$$n - \frac{(m-\alpha)^x}{n^x} - \frac{(m-\beta)^x}{n^x} - \frac{(m-\gamma)^x}{n^x} - \cdots - \frac{(m-\nu)^x}{n^x} =$$

$$1 - \frac{(m-\alpha)^x}{n^{x+1}} - \frac{(m-\beta)^x}{n^{x+1}} - \frac{(m-\gamma)^x}{n^{x+1}} - \cdots - \frac{(m-\nu)^x}{n^{x+1}}$$

50) Die Entwickelung dieſer Reihe giebt $1 - \frac{m^x}{n^x} +$

$$x \cdot \frac{m^{x-1}}{n^{x+1}}(\alpha+\beta+\gamma+\cdots+\nu) - \frac{x \cdot x - 1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{m^{x-2}}{n^{x+1}}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\cdots\nu^2)$$

$$+ \frac{x \cdot x - 1 \cdot x - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{m^{x-3}}{n^{x+1}}(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3+\cdots\nu^3) - \frac{x \cdot x - 1 \cdot x - 2 \cdot x - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{m^{x-4}}{n^{x+1}}(\alpha^4+\beta^4+\gamma^4+\cdots+\nu^4) + \text{ꝛc.}$$

wovon die erſten Glieder hinreichen, wenn α, β, γ ꝛc. ν kleine Größen ſind.

51) Exempel. Ich warf einen irregulären Würfel, 402 mal, und es fiel 65 mal ein Aß

75	2
61	3
70	4
59	5
72	6

Wäre er regulär geweſen; ſo hätte jede Seite 67 mal fallen müſſen. Nimmt man nun dieſes nach (5) zu dem Geſetze der Fälle an; ſo iſt:

$$\frac{1+\alpha}{n} = \frac{65}{402} = \frac{67-2}{402} = \frac{1-0{,}03}{6} \text{ für 1 Auge}$$

$$\frac{1+\beta}{n} = \frac{75}{402} = \frac{67+8}{402} = \frac{1+0{,}12}{6} \text{ für 2 —}$$

$$\frac{1+\gamma}{n} = \frac{61}{402} = \frac{67-6}{402} = \frac{1-0{,}09}{6} \text{ für 3 —}$$

$$\frac{1+\delta}{n} = \frac{70}{402} = \frac{67+3}{402} = \frac{1+0{,}04}{6} \text{ für 4 —}$$

$$\frac{1+\varepsilon}{n} = \frac{59}{402} = \frac{67-8}{402} = \frac{1-0{,}12}{6} \text{ für 5 —}$$

$$\frac{1+\zeta}{n} = \frac{72}{402} = \frac{67+5}{402} = \frac{1+0{,}08}{6} \text{ für 6 —}$$

Folglich iſt $\alpha^2 = 0{,}0009$; $\beta^2 = 0{,}0144$; $\gamma^2 = 0{,}0081$; $\delta^2 = 0{,}0016$; $\varepsilon^2 = 0{,}0144$; $\zeta^2 = 0{,}0064$; $\alpha^3 = -0{,}000072$; $\beta^3 = +0{,}001728$; $\gamma^3 = -0{,}000729$; $\delta^3 = +0{,}000064$; $\varepsilon^3 = -0{,}001728$; $\zeta^3 = +0{,}000512$.

Wie groß iſt die Wahrſcheinlichkeit, mit dieſem Würfel, in 3 Würfen, ein Aß zu werfen?

Es iſt alſo hier $x = 3$; $n = 6$; $m = 5$; alſo die Wahrſcheinlichkeit $= 1 - \frac{5^3}{6^3} + \frac{3 \cdot 5^2}{6^4}(-0{,}03 + 0{,}12 - 0{,}09 + 0{,}04 - 0{,}12 + 0{,}08) - \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} \cdot \frac{5}{6^4}$ $(0{,}0009 + 0{,}0144 + 0{,}0081 + 0{,}0016 + 0{,}0144 + 0{,}0064) + \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{1}{6^4}$ $(-0{,}000072 + 0{,}001728 - 0{,}000729 + 0{,}000064 - 0{,}001728 + 0{,}000512) = 1 - \frac{125}{216} - \frac{15}{1296}(0{,}0458) + \frac{1}{1296}(-0{,}000225) =$ $1 - 0{,}578771007 = 0{,}421228993$, da wenn der Würfel regulär iſt, dieſe Wahrſcheinlichkeit nach (28) iſt $= 0{,}421759260$.

52) Eben ſo wird auch die Anwendung dieſer Correktion auf andere Begebenheiten gemacht. Nur fällt es immer ſchwer, die Verhältniß der Fälle gegen einander zu finden; und hiezu glaube ich bleibt kein anderer Weg über, als Verſuche und Erfahrungen, wie es in (5) angegeben worden, die ſich wohl bey

Spielen leicht, aber in den Begebenheiten des menſchlichen Lebens deſto ſchwerer anſtellen laſſen.

53) Die hier gezeigten Sätze ſind ſo aufgelöſet, daß ein Richter darnach ſprechen müßte, weil von Mein und Dein juſtitia commutatiua, nicht diſtributiua gilt. Wenn es aber auf die Mittheilung eines guten Raths ankömmt, ſo müſſen die Glücksumſtände der Perſonen, mit in Betrachtung gezogen werden. Eine vortrefliche Abhandlung hierüber von **Daniel Bernoulli**, findet man in Comment. Acad. ſcient. Imper. Petrop. T. V. 1738. p. 175. f. unter der Aufſchrift: *Specimen theoriae nouae de menſura ſortis*, eben dieſelbe überſetzt, aber mit weggelaſſener Rechnung, im Hamburgiſchen Magazin, 1 B. Th. 5. Auch hier darf ich nur einige ſeiner Sätze anführen, ohne mich auf den Beweis ſeiner Formel einzulaſſen.

54) **Gar nichts**, hat nur derjenige der Hungers ſtirbt. Alſo hat der Schuldner Vermögen, der Bettler auch; denn zur Summe des Vermögens, wird alles das gerechnet, was Nahrung, Kleidung, Bequemlichkeit und überhaupt die Erfüllung aller Wünſche, zuwege bringen kann.

55) Es ſey eines Menſchen Vermögen = 100000 Rthl. eines andern ſeines, eben ſo viele halbe Thaler. So hat jener 5000 Rthl. jährliche Einkünfte, dieſer eben ſo viele halbe Thaler. Es iſt alſo offenbar, daß jenem, in jeder Abſicht 1 Rthl. das iſt, was dieſem $\frac{1}{2}$ Rthl. iſt, oder jenem iſt ein Thaler nicht mehr werth, als dieſem ein halber. Gewinnt nun jeder einen Thaler; ſo hat der zweite, in Betrachtung des Vermögens, noch einmal ſo viel gewonnen, als der erſte.

56) Hieraus folgt, daß der Werth einer Erwartung, für den Reichen und den Armen, nicht nach einem Maaſſe geſchätzet werden kann. Es beſitze ein Reicher und ein Armer jeder ein Looß, worauf 20000 Rthl. können gewonnen werden. Jedes ſeine Wahrſcheinlichkeit hiezu ſey = $\frac{1}{2}$; ſo iſt der Werth der Erwartung aus der Wahrſcheinlichkeit, nach (8) = 10000 Rthl. Würde es aber jemand dem Armen verdencken, wenn er ſein Looß für 9000 Rthl. verkaufte? Gewiß nicht; wohl aber dem Reichen.

57) Nimmt man nun an, daß im Durchſchnitte, das Vermögen eines Menſchen, nach unendlich kleinen Vermehrungen, beſtändig zunehme; ſo iſt es höchſt glaublich, daß jeder kleine Gewinnſt, ſtets einen Vortheil bringe, der zu der Summe des Vermögens, eine gegenſeitige Verhältniß hat; oder daß man den Vortheil eines ſehr kleinen Gewinnſtes, nach der gegenſeitigen Verhältniß deſſelben, zum ganzen Vermögen, ſchätzen kann.

58) Den Grundſatz aber wird jeder zugeſtehen, daß man den **mittlern Vortheil** erhält, wenn man alle gehofte Vortheile, jeden mit der Anzahl der

Fälle, in denen man ihn erhalten kann vervielfältigt, und die Summe dieſer Produkte, durch die Summe aller Fälle dividirt. Ferner daß der dieſem Vortheile gleiche Gewinnſt, auch der Werth des Looſes iſt.

Folglich muß man den Vortheil wiſſen, den jeder Menſch, aus jedem Gewinne ziehen kann, um das Maaß des Looſes finden zu können; und umgekehrt, wie groß der Gewinn ſeyn muß, um einen gewiſſen Vortheil dadurch zu erlangen. Offenbar aber iſt es, daß faſt jeder Menſch, in Betrachtung ſeiner Lage, aus einerley Gewinne, einen andern Vortheil ziehen kann.

59) Nun ſey M = dem mittlern Vortheile (58); der Gewinn α, kann in m Fällen, der β, in n Fällen, der γ, in p, der ε, in q Fällen, u. ſ. w. erhalten werden. Aus dem Gewinne α aber, entſteht der Vortheil a, aus β, der Vortheil b, aus γ, der Vortheil c, aus ε, der Vortheil e, u. ſ. w. ſo iſt

$$M = \frac{ma + nb + pc + qe + \text{etc.}}{m + n + p + q + \text{etc.}}$$

Und der, dieſem mittlern Vortheile zugehörende Gewinn μ, iſt der, den man rechtmäßig erwarten kann; er wäre nach (9)

$$= \frac{m\alpha + n\beta + p\gamma + q\varepsilon + \text{etc.}}{m + n + p + q + \text{etc.}} = \mu$$

60) Bernoulli conſtruiret eine krumme Linie, für ſenkrechte Coordinaten, wo α, β, γ, ε etc. die Abſciſſen, und a, b, c, e etc. die Ordinaten ſind, und hiedurch findet er (59). In dem Punkte, von dem die Abſciſſen angerechnet werden, ſchneidet die krumme Linie die Abſciſſenlinie; und zählt man die Abſciſſen nach der rechten Hand hin, ſo giebt von dem Durchſchnitspunkte an, auſſerhalb der krummen Linie, nach der linken Hand hin, die verlängerte Abſciſſenlinie, die Summe des Vermögens = A.

Wegen (57) iſt es offenbar, daß man Differentiale gebrauchen kann, wodurch die krumme Linie beſtimmt wird; ſie iſt eine logarithmiſche, die eine ſenkrechte Aſymptote auf die Abſciſſenlinie hat. Zwiſchen ihrem Durchſchnitspunkte mit der verlängerten Abſciſſenlinie, und dem Anfangspunkte der Abſciſſen, liegt die Linie A.

61) Nennt man nun $\mu + A = B$; ſo bekömmt man $B = ((A + \alpha)^m \cdot (A + \beta)^n \cdot (A + \gamma)^p \cdot (A + \varepsilon)^q \ldots)^{\frac{1}{m+n+p+q+\text{etc.}}}$ folglich $\mu = B - A$ das heißt: Einen jeden Gewinn, nachdem er mit der Summe des Vermögens vermehrt worden, erhebe man auf die Potenz, die der, ihm zugehörenden Anzahl von Fällen, gleich iſt, dieſe Potenzen multiplicire man in einander, und ziehe aus dem Produkte die Wurzel des Grades, der ſo groß iſt, als die An-

zahl

zahl aller Fälle, endlich ziehe man von dieſer Wurzel, die Summe des ganzen Vermögens ab, der Reſt wird der Werth des geſuchten Looſes, in Betrachtung des Vermögens des Beſitzers ſeyn.

62) Setzt man für den Armen in (56) A = 100 Rthl. ſo iſt ein Fall in dem er 20000 Rthl. gewinnen kann, und einer, in dem er nichts gewinnet.

Es iſt alſo $B = \sqrt{(20100 \cdot 100)} = 1418$; alſo $\mu = 1318$ Rthl. Iſt aber für den Reichen A = 20000; ſo iſt bey eben den Fällen, hier $B = \sqrt{(40000 \cdot 20000)} = 28284$; alſo $\mu = 8284$ Rthl. da der Werth des Looſes für jeden = 10000 Rthl. in Betracht der Wahrſcheinlichkeit iſt.

Die Regeln der Klugheit beym Haushalten, die aus dieſen Rechnungen folgen, verdienen wohl ein eben ſo ausführliches Werk, als Hofmanns Klugheit Hauszuhalten; nur müßten ſie von Mathematikern erklärt werden.

63) Die Menge der hieher gehörenden Aufgaben abzuhandeln, erforderte eigene Werke. Am beſten überſieht man den weiten Umfang dieſer Lehre, in des Herrn Direktor **Frömmichens** Schrift, **über die Lehre des Wahrſcheinlichen**, Braunſchw. 1773.

Vorzüglich hieher gehörende mathematiſche Schriften, ſind:

Iac. Bernoulli, ars conjectandi, Baſil. 1713. Das erſte Buch enthält Hugenius Werk de ludo aleae, mit Anmerkungen von Bernoulli.

De Montmort, analyſe ſur les jeux de hazard. ſec. Edit. Paris. 1714.

De Moivre, doctrine of Chances. ſec. Edit. Lond. 1738. 4. 1758. Fol.

D' Alembert, Opuſcul. Mathem. Tom. II, IIII, V.

A. G. Kaeſtner, Gradus et menſuram probabilitatis dari defendit, Lipſ. 1749.

Lichtenberg, Betrachtungen über einige Methoden, eine gewiſſe Schwierigkeit, in der Berechnung der Wahrſcheinlichkeit beym Spiele, zu heben, Götting. 1770.

Verſchiedener größern und kleinern Schriften nicht zu gedenken, die ſich in den Schriften der Academien der Wiſſenſchaften, in den Actis eruditorum, Miscellaneis, Wochenblättern, Magazinen rc. befinden. Daß dieſe Lehre, bey der Prüfung der Geſchichte, genutzt werden muß, zeigt

Euſebius Amort, im letzten Theile des Werks Noua philoſophiae planetarum et artis criticae ſyſtemata, Norimb. 1722. In der Vorrede zu dieſem Theile p. 7. u. 8. glaubt er, Berechnungen lieſſen ſich nur auf mathematiſche Gegenſtände anwenden. Es iſt aber offenbar, daß die logiſchen Schlüſſe, hier nur mit Zeichen ausgedruckt werden, folglich wo dieſe angewendet werden, auch Rechnungen geführt werden können.

Craig

Craig. theologiae Chriſtianae principia Mathematica Edit. Titii. Lipſ. 1755. wo er zwar nach bloſſen und unrichtigen Hypotheſen rechnet, aber doch zeigt, wie man den Werth der Zeugniſſe finden kann.

Im Rechte, leiſtet ſie den Lehren von den praeſumptionibus, von der probatione artificiali, von den delictorum indiciis, von der emtione ſpei, keinen geringen Beyſtand. Man ſehe hievon

Cramer ſpecimen novum juris naturalis, de aequitate in probabilibus, exemplo emtionis ſpei illuſtrata, Marburg. 1731.

Auch könnte man hiernach die Summe, die bey Vergleichen jeder Parthey muß ausgezahlt werden beſtimmen, wenn man die Anzahl der Fälle weiß, in denen der Proceß kann gewonnen, und verlohren werden. Aber freylich müßten dann, die juriſtiſchen Beweiſe, den geometriſchen mehr ähnlich ſeyn, damit man ihre Kraft beſtimmen könnte.

Drittes Capittel.

Politiſche Rechnung.

1) Wenn man weiß, wie eine gewiſſe Anzahl, zugleich gebohrner Menſchen, nach gerade abſtirbt, oder wieviel Menſchen, von jedem Alter, unter einer gewiſſen Anzahl, in einem Jahre Verſtorbenen, geweſen ſind; ferner, wie ſich dieſe Anzahl der Verſtorbenen, zu der Summe aller Lebenden, an dem Orte verhält; ſo wird es leicht ſeyn, hieraus die Anzahl der Lebenden, von jedem Alter zu beſtimmen, welches in mehr als einem Falle wichtig ſeyn kann.

Es wird hier vorausgeſetzt, daß der Ort im **Beharrungszuſtande** iſt; oder daß jährlich eben ſo viele gebohren werden, als ſterben; folglich müſſen auch von jedem Alter jährlich gleich viele leben.

Wenn nun $A =$ der Anzahl aller Lebenden; $X =$ der Anzahl der in einem Jahre Verſtorbenen; $Y =$ der Anzahl der von einem gewiſſen Alter ſich darunter befindenden; ſo iſt $X : A = Y : \frac{YA}{X} =$ der Anzahl der von dieſem Alter lebenden.

2) Durch jährliche Zählungen, könnte man die Volksmenge an jedem Orte erfahren, und ſie durch einen mittlern Durchſchnitt, aus einer Reihe von Jahren

 genau

genau beſtimmen. Eben ſo auch die Anzahl der von jedem Alter lebenden. Dieſes iſt aber vielen Beſchwerlichkeiten unterworfen, und Unterſchleifen ausgeſetzt. Das Volk befürchtet Kopfgelder; daher wird manches Kind übergangen, und das Alter der 15 jährigen zu klein, der 55 jährigen zu groß angegeben.

Die Anzahl der in einem Lande Geſtorbenen, und Gebohrnen, kann bey richtig geführten Kirchenbüchern, nicht leicht irrig ſeyn, wenn man die gehörigen Verbeſſerungen, wegen der Socinianer ꝛc. Juden und andern Religionsverwandten, anbringt. Man muß alſo nur die Anzahl der Lebenden gegen eine Geburth und einen Todesfall beſtimmen.

3) Aus Erfahrungen, die hin und wieder in Süßmilchs göttlicher Ordnung ꝛc. Berl. 1775. geſammlet ſind, findet man folgendes:

Die Summe aller Lebenden, verhält ſich zur Anzahl der jährlich Geſtorbenen:

Zu Amſterdam, Harlem, London, Leuwarden und Stockholm wie 24 : 1

Zu Rom wie 25 : 1

Zu Schiedam wie 26,5 : 1

Zu Berlin wie 28 : 1

In den Friesländiſchen Städten wie 26,5 : 1

In 1056 Dörfern der Kurmark im Durchſchnitte, und in Schweden, wie 40 : 1

In Engeland und im Herzogthum Würtenberg wie 32 : 1

In der Kurmark wie 31 : 1

Im Hannöverſchen wie 34 : 1

Allgemein kann man folgende Verhältniſſe annehmen:

Für das platte Land 40 : 1

Für kleine Städte 32 : 1

Für Handels- und andere große Städte z. B. Berlin ꝛc. 28 : 1

Für ſehr große Städte wie London, Rom ꝛc. 24 : 1 bis 25 : 1

Für ganze Länder im Durchſchnitte 35 : 1 bis 36 : 1

Bey einer gleich großen Menge Lebenden, in den Städten und auf dem Lande, verhalten ſich die Geſtorbenen in den Städten, zu denen auf dem Lande, ohngefehr wie 71 : 52

Von Juſti (Policeywiſſenſchaft 1 B. §. 221.) behauptet, daß in großen Städten, wie Paris, London ꝛc. die Summe der Lebenden, zu den jährlich Sterbenden ſich verhält, wie 50 : 1 weil in denſelben ⅓ aller Einwohner, Fremde von einem Alter zwiſchen 20 und 40 Jahren wären, bey denen von 75 nur einer, von den Einheimiſchen aber, jährlich von 25 einer ſterben ſoll.

Würde die große Anzahl der Fremden auch zugegeben; ſo iſt offenbar, daß hier falſch gerechnet worden, indem ſich bey dieſer Annahme, die Anzahl der Lebenden, zu den Geſtorbenen verhält wie 32 : 1

Verſteht

Verſteht man aber unter Fremden, hier nur Reiſende, die ſich eine kurze Zeit aufhalten; ſo können dieſe nicht $\frac{1}{3}$ der Einwohner ausmachen, und bey der Summe der Geſtorbenen, faſt gar nicht in Betrachtung kommen. Sind es aber Handwerker, Bediente, die ſich dort lange Jahre aufhalten; ſo kann hier ſeine Behauptung gleichfals nicht ſtatt finden, weil dieſe nach und nach die dortige Lebensart annehmen, alſo auch die böſen Folgen derſelben ertragen werden.

Aus ganz bekannten Urſachen, iſt die Sterblichkeit in den Städten größer, als auf dem Lande. Eine eingeſchränkte oft verdorbene Luft, Ueppigkeit bey den Großen, Mangel der Bewegung, häufiger Gebrauch hitziger Getränke; bey den Geringern, eine minder geſunde Nahrung, ſich mehr ausbreitende und länger herrſchende Seuchen ꝛc. können leicht häufigere Sterbefälle hervorbringen.

4) Die Anzahl der Lebenden verhält ſich zu den jährlichen Geburthen:
In 39 holländiſchen Dörfern wie 23,5 : 1
In 15 Dörfern bey Paris 22,7 : 1
In 1056 Brandenburgiſchen Dörfern 30 : 1
In 10 Brandenburgiſchen Städten 24,7 : 1
Zu Rom 31,4 : 1
Zu Paris 31 : 1
Zu Berlin 28,9 : 1
In ganz Schweden 28,5 : 1
In ganz Engeland 29,3 : 1

Dieſe Verhältniſſe ſtehen zu ſehr von einander ab, als daß man es wagen könnte, eine mittlere feſt zu ſetzen; ſie wird immer zwiſchen 26 : 1 und 28 : 1 ſchwanken.

5) Die Verhältniſſe in (3) $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{28}$ ꝛc. mögen das **Maaß der Sterblichkeit**; die aus (4) das **Maaß der Fruchtbarkeit** heiſſen.

Das erſte erhält man, wenn man die Summe aller Geſtorbenen eines Orts, durch die Summe aller daſelbſt Lebenden dividirt; das zweite wenn man ſtatt der Geſtorbenen die Gebohrnen ſetzt.

Offenbar iſt es, daß man alle dieſe Summen, aus einem mittlern Durchſchnitte von ſo vielen Jahren, als man kann, beſtimmen muß. In der Reihe der Jahre für die Todesfälle, müſſen nicht zu viele epidemiſche, in der für die Geburthen, nicht zu wenig fruchtbare Jahre vorkommen; Im erſten Falle, würde die Anzahl der Verſtorbenen zu groß, im andern, die der Gebohrnen zu klein angegeben werden. **Auſſerordentliche Jahre**, als ſolche, in denen die Peſt wüthet, oder große Emigrationen geſchehen, müſſen ganz ausgelaſſen werden, und am ſicherſten wird man verfahren, wenn man die Rechnungsperiode, erſt nach dieſer Zeit, ſich anfangen läßt.

6) Es ſey $\frac{1}{a}$ = dem Maaſſe der Fruchtbarkeit; $\frac{1}{b}$ = dem der Sterblichkeit; ſo giebt

$$\frac{1}{b} : \frac{1}{a} = a:b = 1 : \frac{b}{a}$$

die Verhältniß der Todesfälle zu den Geburthen. Sie iſt aus (3; 4)

Für ganz Engeland 1 : 1,1092
Schweden 1 : 1,4357
Für die Brandenburgiſchen Dörfer 1 : 1,3566
Für die Brandenburgiſchen Städte 1 : 1,2186

Wenn man ſie zwiſchen die kleinen und Handelsſtädte, und das Maaß ihrer Sterblichkeit = $\frac{1}{30}$ ſetzt. Für Rom wäre dieſe Verhältniß 1 : 0,7325, eine überaus große Abnahme, wo aber die geringere Anzahl der Geburthen, der großen Menge der Geiſtlichen, und die vielen Sterbefälle, auch ihnen und den Fremden, muß zugeſchrieben werden.

Nähme man mit Süßmilchen an, daß die Verhältniſſe aus Engeland, Schweden und den Brandenburgiſchen, mit denen für ganz Europa übereinſtimmten; ſo wäre die allgemeine Verhältniß hievor ohngefehr 1:1,25. Der Erfahrungen ſind aber zu wenig, als daß man es behaupten könnte, und vieler Länder jeziger Zuſtand, ſcheint die Verhältniß für falſch zu erklären; wodurch doch nicht geläugnet wird, daß die Bevölkerung im Ganzen etwas, und in verſchiedenen Ländern, ſehr zunimmt.

7) Iſt nun D = der Anzahl der in einem Jahre Geſtorbenen; N = der Anzahl der Gebohrnen an einem Orte; S = der Volksmenge daſelbſt; ſo iſt aus (3; 4) $S = Db = Na = \frac{Db + Na}{2}$ welcher letztere Ausdruck, der Wahrheit am nächſten kömmt.

Z. B. In Braunſchweig ſterben jährlich, nach einem mittlern Durchſchnitte, 900 Perſonen, und werden dort gebohren 1030; ſetzt man hier a = 27; b = 30; da Braunſchweig zwiſchen die mittelmäßigen und ſehr großen Städte fällt; ſo iſt dort

$$S = 27000 = 27810 = \frac{27000 + 27810}{2} = 27405$$

Süßmilch berechnet (II. Th. p. 475) die Volksmenge von 67 Hauptſtädten, nach der Mittelzahl der Geſtorbenen, welches nicht ſo ſicher, als dieſer Durchſchnitt iſt. Im (III. Th. p. 648. f.) von Süßmilchs Werke, iſt ſie von Baumann für verſchiedene Städte verbeſſert worden.

8) Bey

8) Bey verſchiedenen Oertern hindern local Umſtände, daß man auf ein Maaß von denen in (3 und 4) nicht ſicher bauen kann. So werden z. B. zu Londen, nur die in die Taufliſten geſetzt, welche zur Anglikaniſchen Kirche gehören, wodurch die Anzahl der Gebohrnen, gewiß um $\frac{1}{4}$ kleiner angegeben wird, als die würkliche Zahl. Zu Paris hingegen kommen ſehr viele, welche dort getauft ſind, aber bey ihren Ammen auf dem Lande ſterben, nicht mit in die Sterberegiſter, wodurch dieſe ſehr verkleinert werden. Ehe man alſo die Anzahl der Einwohner eines ſolchen Ortes beſtimmen will, muß man dieſe und ähnliche Umſtände unterſuchen, und ſich darnach richten.

9) Selbſt in den Kirchenbüchern, findet man unter der Anzahl der Gebohrnen, nur die, der Getauften, alſo alle die nicht, welche tod gebohren, oder vor der Taufe geſtorben ſind. Dieſes macht auf jede 100 Getaufte, einen Unterſchied von 4 Gebohrnen, daß man alſo ſtatt 100 Getaufte, 104 Gebohrne rechnen muß.

Eben ſo kommen auch die Kinder nicht in die Sterbeliſten, die noch unvollſtändig gebohren werden; weil dieſen ſelten ein Begräbniß auf den Gottesäckern erkauft wird.

Die daraus entſtehenden Fehler ſind zu wichtig, als daß man ihnen abzuhelfen, ſich nicht bemühen ſollte.

10) Jeder Pfarrer müßte daher verbunden ſeyn, jährlich der Obrigkeit eine Tabelle einzugeben, die folgende Punkte enthielte:

I) Alle Ehen die im verfloſſenen Jahre in ſeiner Parochie geſchloſſen, alſo nicht die, welche nur angekündigt ſind.
   a) Zwiſchen Jungfern und Junggeſellen.
   b) Zwiſchen Jungfern und Wittwern.
   c) Zwiſchen Wittwen und Junggeſellen.
   d) Zwiſchen Wittwen und Wittwern.

Auch muß bey jedem, das Alter des Ehepaars angegeben werden.

II) Die Anzahl der Geburthen.
A) a) Knaben
   b) Mädchen
B) Die vollkommenen und unvollkommenen Kinder, die Mißgeburthen ꝛc.
C) Die Anzahl der Unehelichgebohrnen.
D) Die Anzahl der Zwillinge, Drillinge ꝛc. und ob ſie zu früh oder zu ſpät auf die Welt gekommen ſind.
E) Die gebohrnen Socinianer ꝛc. anderer Sekten, und Juden, die ſich in ſeiner Parochie aufhalten, welche dem Pfarrer, von den Hebammen müſſen angegeben werden.

 III) Ge-

III) Geſtorbene.

A) a) Männlichen Geſchlechts.

α) Junggeſellen.

β) Ehemänner erſter oder folgender Ehe,

γ) Wittwer erſter oder folgender Ehe.

b) Weiblichen Geſchlechts.

α) Mädchen

β) Ehefrauen erſter oder folgender Ehe.

γ) Wittwen erſter oder folgender Ehe.

B) Ihr Alter, wobey angegeben werden muß, ob ſie vor der Geburth, oder vor der Taufe geſtorben ſind.

C) Ob ſie ehelich oder unehelich waren.

D) letzte Krankheit, beſonders bey Kindern, nach der Auſſage des Arztes.

E) Ob ſie an auſſerordentlichen Zufällen geſtorben ſind: z. B. vom Bliz erſchlagene, Erſoffene, Hingerichtete ꝛc. oder ob es vorſetzlich Verunglückte, z. B. Selbſtmörder ſind.

F) Ihre Lebensart, damit man daraus mit der Zeit ſchlieſſen könne, wie dieſe Einfluß auf die Sterblichkeit hat.

G) Ob ſie Fremde oder Einheimiſche waren.

IIII) Die in dieſem Jahre Confirmirten, wobey ihr Geſchlecht, Alter und Geburth angegeben werden muß.

V) Die Anzahl der ſtehenden Ehen; die Summe aller Lebenden, nebſt ihrem Alter. Wie groß die Anzahl der Fremden darunter iſt.

VI) Die aus der Parochie in dem Jahre Emigrirten, nebſt ihrem Alter und Gewerben. Die Anzahl derer, die ſich da wieder niedergelaſſen haben, nebſt ihrem Alter und Gewerben.

11) Die Anzahl der Todtgebohrnen, kömmt hier zweimal vor, erſtlich unter den Geburthen, dann unter den Todesfällen.

Die Hebammen müſſen eidlich verpflichtet ſeyn, dem Pfarrer, die genaueſten Nachrichten, von den Geburthen anzugeben.

Von der Obrigkeit wird jährlich, die Summe aus allen dieſen Tabellen gezogen, um die Generaltabelle, für den ganzen Ort, zu haben.

Ein mittlerer Durchſchnitt nach (5), von ſo vielen Jahren, als man bekommen kann, giebt eine allgemeine Regel in der Vorausſetzung, daß der Ort im Beharrungszuſtande bleibt.

Ein Schema von ſolchen Liſten, findet man bey Süßmilch II. Th. S. 575; III. Th. S. 661. und tab. 45;

Krünitz ökonom. Encyclopäd. IIII. Th. S. 224. ſehr weitläuftig, aber auch wohl darum nicht am beſten.

Bergius Cameral und Pol. Mag. I. Th. S. 287.

Für jede Hauptabtheilung, muß der Prediger ein eigenes Buch führen, und ſich dabey nicht auf den Küſter oder Schulmeiſter verlaſſen.

Im Preußiſchen wird der Geiſtliche, der in Verfertigung der Liſte von ſeinem Kirchſpiele, ſaumſelig iſt mit 5 Rthl. das Collegium aber, ſo nachläßig iſt, ſich die Provinzialtabellen zu rechter Zeit abgeben zu laſſen, mit 24 Rthl. beſtraft. S. *Circularia* wegen Einſendung der jährlichen Liſten der Geſtorbenen ꝛc. vom 7 Merz, 1751. und 5 Jenn. 1758. in nov. corp. Conſt. March. Pruſſ. Tom. I. p. 54. Tom. II. p. 282.

Wie Aerzte die letzten Krankheiten zu dieſen Tabellen angeben ſollen, zeigt Kůling Beſchreib. d. Stadt Northeim, Gött. 1779. S. 93. f.

12) Aus (10; III) hat man alſo die Anzahl aller Geſtorbenen, und die von jedem Alter darunter ſind. Aus (10; II) die Anzahl aller Gebohrnen; folglich nach (7) die Summe aller Lebenden, die man mit der, in (10; V) vergleichen kann; und nach (1), die Summe der Lebenden von jedem Alter.

13) Hieraus entſteht eine **Sterblichkeitsordnung**, oder eine Ordnung, nach der eine gewiſſe Anzahl zugleich Gebohrner, allmählig abſtirbt. Denn es iſt einerley, daß von 100 Geſtorbenen, worunter 50, von 0 bis 20 Jahr; 20, von 20 bis 50 Jahr; 30, von 50 bis 90 Jahr alt ſind; dieſe letzten 30, vor 90 bis 50 Jahren, die 20, vor 50 bis 20 Jahren, und die erſten 50, vor 20 bis 0 Jahren gebohren ſind: oder ob die 100 jezt zugleich gebohren werden, und von ihnen in 20 Jahren 50; in 50 Jahren 70; in 90 Jahren 100 abgeſtorben ſind.

Bringt man die Zahlen aus der Sterblichkeitsordnung, auf einen beſtändigen Maaßſtab; z. B. daß man annimmt, in jedem Jahre ſtürben 10000 an einem Orte; ſo hat man eine ſolche Ordnung, auch für andere Oerter, die mit dem gegebenen gleiche Lage, gleiche Nahrungsart, gleich großen Handel ꝛc. haben, obgleich die Anzahl der Einwohner, darinn verſchieden ſeyn kann, welches man leicht durch gewöhnliche Proportionsſätze findet.

14) Aber nicht immer, iſt das Alter der Verſtorbenen, genau von Jahre zu Jahre, angegeben; So ſind z. B. in Paris in dem Kirchſpiele zu S. Sulpice in 30 Jahren geſtorben 48538 Perſonen; hierunter waren

im Alter	Anzahl der Geſtorbenen.
von 0 bis 1 Jahr.	10333
1 — 5	12018
5 — 10	3133
10 — 20	1538
20 — 30	2630
30 — 45	4522
45 — 60	5068
60 — 70	3945
70 — 80	3505
80 — 90	1673
90 — 95	101
95 — 100	72

Um nun die Mitteljahre zu finden, muß man durch Interpoliren die Todten der zweiten Columne darauf vertheilen. Oder auf folgende leichtere und gewiſſere Art. Man denke ſich, daß die ganze Summe der Geſtorbenen, in einem Jahre gebohren wird; Alſo leben im 0 Jahre 48538 Perſonen; davon ſterben bis ans Ende dieſes Jahrs 10333; alſo erreichen das Alter von einem Jahre 37205 Perſonen; von dieſen ſterben bis ans Ende des fünften Jahrs 12018; folglich leben am Anfange des ſechſten Jahrs noch 25187 Perſonen u. ſ. w. Man hat alſo

im Alter von Jahren	leben
0	48538
1	37205
5	25187
10	22054
20	21516
35	18886
50	14364
60	9296
70	5351
80	1846
85	173
90	72

Nun

Nun trage man auf eine gerade Linie, 90 gleiche Abtheilungen, welche die Jahre anzeigen. Man ſehe ſie als Abſciſſen an. Aus jedem Punkte errichte man eine ſenkrechte Ordinate, und trage auf die Ordinaten bey 0, 1, 5, 10, 20 ꝛc. Jahr, die Anzahl der dann Lebenden, aus dem vorhergehenden Täfelchen; durch dieſe Punkte, ziehe man eine krumme Linie; ſo wird die bey jedem Jahre ſtehende Ordinate, die Anzahl der dann noch Lebenden vorſtellen, welche man alſo durch Meſſung finden kann.

Iſt M eine willkührliche Ordinate, M′ die nächſte darauf folgende; ſo iſt $M - M' =$ der Anzahl, der in der Zwiſchenzeit Geſtorbenen, welche hier ein Jahr iſt; oder wieviel von dem, den beiden Ordinaten zukommenden Alter, unter der ganzen Anzahl von Verſtorbenen geweſen ſind, wenn man annimmt, daß die Summe der im 0 Jahre Lebenden, in einem Jahre geſtorben iſt.

15) Bey dem Verzeichnen dieſer krummen Linie, muß man einen ſo großen Maaßſtab wählen, als nur das Papier verſtattet. Ein Punkt kann leicht einige Lebende mehr oder weniger geben, als würklich da ſind.

Hiedurch wird man auch berechtiget, die gemeſſenen Größen ſo zu verbeſſern, daß ſie dem Geſetze der Steetigkeit folgen, welches, ſo weit unſere Kentniſſe gehen, allenthalben der Natur zur Richtſchnur dienet.

Sollten die Angaben ſelbſt in der krummen Linie Sprünge verurſachen; ſo iſt dieſes ein ſicheres Merkmahl, daß die Erfahrungen nicht richtig angegeben ſind. Dann muß man andere wählen, oder in deren Ermangelung, die Linie nach dem Geſetze der Steetigkeit ziehen, aber ſich doch ſo wenig als möglich, von den Angaben entfernen.

Am bequemſten iſt es, wenn man die Linie nach reducirten Zahlen aufträgt; und für die Summe der im 0 Jahre Lebenden, wenigſtens 10000 annimmt. Nimmt man weniger an; ſo entſtehen Fehler, wegen den Decimalbrüchen, die man oft vernachläßigen muß.

Lambert hat (Beyträge zum Gebrauche der Mathematik, I. Th. S. 481. f.) dieſe krumme Linie ausführlich betrachtet; und (III. Th. S. 483. f.) für die Sterblichkeitsordnung in London, folgende Gleichung dafür gegeben:

$$y = 10000 \left(\frac{96 - x}{96}\right)^2 - 6176 \left(e^{-x:13{,}682} - e^{-x:2{,}43114}\right)$$

welche aus einer paraboliſchen und zwei logiſtiſchen Linien zuſammen geſetzt iſt.

Es iſt ziemlich leicht darnach zu rechnen. e bedeutet die Zahl, deren hyperboliſcher Logarithme = 1 iſt; alſo e = 2,718281828... und log. brigg. e = 0,4342944809... (Käſtner Anal. d. Unend. 222; 232.)

Nun iſt log. $\left(10000\left(\frac{96-x}{96}\right)^2\right)$ leicht zu finden;

Und log. $(6176 \cdot e^{-x:13,682}) = \log. 6176 - \frac{0,4342945}{13,682} \cdot x$

$= \log. 6176 - 0,0317420 \cdot x$

log. $(6176 \cdot e^{-x:2,43114}) = \log. 6176 - \frac{0,4342945}{2,43114} \cdot x$

$= \log. 6176 - 0,1786386 \cdot x$

In der angeführten Stelle von Lamberts Werke, ſteht durch einen Druckfehler $e^{-x:31,682}$, ſtatt $e^{-x:13,682}$ wie er es ſelbſt bezeuget; ſiehe *Greg. Fontana*, la dottrina degli azzardi, in Milano 1776. diſcorſ. prelim. p. LVI.

Die Abſciſſenlinie wird eine Art von Aſymptote. Es erhellet daraus, daß unter der ganzen Menge Menſchen, leicht einige, ein ſehr hohes Alter erreichen, auch die Abſciſſenlinie von der Kurve nie darf geſchnitten werden, weil ſonſt auch negative Ordinaten ſtatt fänden, welches in dieſem Falle unbegreiflich wäre.

16) Dergleichen Sterblichkeitsordnungen haben wir von *Halley*, philoſ. tranſ. No. 196. p. 596, für die Einwohner von Breslau; von der man aber wohl wegen des Handels, und vielen Verkehrs dieſer Stadt, mit ihm nicht annehmen darf, daß ſie der natürlichen Ordnung ſehr nahe kömmt.

Smart tables of Intereſt. Lond. 1728. rektificirt von

Simpſon Doctrine of annuities. Lond. 1742. beyde geben die Sterblichkeitsordnung für London.

Kerſeboom Verhandeling tot een proeve om te weeten de probable menigte des Volks in Holland. Haag. 1738. beſonders für die Rentenirer von Holland.

Deparcieux. Eſſai ſur les probabilités de la durée de la vié humaine, Paris. 1746. giebt die Ordnungen:

Für die franzöſiſchen Tontiniten, welche hier Tab. VI. reducirt beygefügt wird.

Für die Mönche von St. Maur.
Für die Benediktiner.
Für die Mönche von St. Genoveva.
Für andere Mönche.
Für die Nonnen zu Paris.

Supplement a l'ouvrage de Mſr. Deparcieux, Paris. 1760. die Sterblichkeitsordnung für Schweden.

Me-

Memoires et obſervations recueillies par la ſoc. oeconom. de Berne, année 1766. giebt *Muret* die Ordnung für das **Ländchen Wadt**, und für verſchiedene Kirchſpiele daſelbſt.

Süßmilch göttliche Ordnung ꝛc. Berlin 1775. giebt III. Th. Tab. 21. die Ordnung für die Landleute, Tab. 22. die Ordnung für die Kurmark, Tab. 23. die Ordnung für London.

In Deparcieux Ordnung für Tontiniten, fehlen die drei erſten Jahre. In der hieſigen ſind ſie ohngefehr nach Kerſeboom's Tabelle ergänzt worden, welches keine merklichen Fehler hervor bringen kann, weil auch dieſe ſich auf Rentenirer gründet.

17) Eine **allgemeine Sterblichkeitsordnung** wäre eine ſolche, nach der ſich alle Länder im Ganzen, ohngefehr richteten. Für ein Land würde man ſie erhalten, wenn man die Ordnungen in reducirten Zahlen für jede Stadt, und für jedes Kirchſpiel auf dem Lande, gefunden hätte, und hieraus den mittlern Durchſchnitt nähme. Der mittlere Durchſchnitt, aus den Hauptordnungen aller Länder, gäbe die allgemeine Ordnung. Aber von wie vielen fehlen die Erfahrungen, und wie groß würde die Arbeit ſeyn?

Weiß man hingegen die Sterblichkeitsordnung für große Städte, und die für gute Dörfer, auch die Verhältniß der Anzahl der Lebenden in den Städten, zu der Anzahl auf dem Lande überhaupt; ſo kann man, wenn man die Sterblichkeit in den Städten, und in den Dörfern für allgemein annimmt, ſie in der gegebenen Verhältniß verbinden, und den mittlern Durchſchnitt hieraus, als die allgemeine Ordnung anſehen.

Die Anzahl der Lebenden auf dem Lande, iſt ohngefehr noch einmal ſo groß, als die, der Lebenden in den Städten. Iſt nun $c =$ der **reducirten** Anzahl der Lebenden von einem gewiſſen Alter in den Städten; $f =$ dieſer Anzahl auf dem Lande; ſo iſt

$$\frac{2f+c}{3} = f - \frac{f-c}{3} = c + \frac{2(f-c)}{3}$$

die Anzahl der Lebenden von dieſem Alter, in der allgemeinen Ordnung.

18) Nach einer reducirten Mittelverhältniß aus Süßmilchs Tafeln

leben nach Jahren	zu Braunſchweig	zu Wien	zu Berlin	zu Paris	zu London.	Mittlerer Durchſchnitt.
0	10000	10000	10000	10000	10000	10000
1	6905	6344	6794	7945		6997
2	6336	5774	5932	6876	6363	6256
5	5477	5022	5097	5809	5500	5381
10	5192	4609	4745	5249	5154	4990
20	4859	4291	4467	4866	4848	4506
30	4113	3702	3812	4342	4070	4008
40	3383	2963	3037	3673	3117	3234
50	2533	2207	2217	2869	2141	2393
60	1664	1433	1477	2142	1344	1612
70	856	718	742	1154	714	837
80	310	231	222	309	266	267
90	58	50	37	43	38	45

Die letzte Columne, oder den mittlern Durchſchnitt nehme ich an, für die Ordnung der Sterblichkeit großer Städte.

19) Eben ſo auch die reducirte Ordnung, aus den 17 Kirchſpielen in Süßmilchs II. Th. Tab. 23; 24. als die Ordnung der Sterblichkeit für gute Dörfer. Darnach erhält man folgendes:

Nach Jahren	leben auf dem Lande	in den Städten	$\frac{f-c}{3}$	$\frac{2f+c}{3}$ oder allgemeine meine Ordnung.
0	10000	10000	0	10000
1	7627	6997	210	7417
2	7007	6256	247	6760
5	6287	5381	301	5986
10	5693	4990	234	5459
20	5208	4506	234	4974.
30	4615	4008	202	4413
40	4011	3234	259	3752
50	3358	2393	322	3036
60	2433	1612	274	2159
70	1296	837	153	1143
80	377	267	37	340
90	89	45	15	74

Verfährt

Verfährt man nun mit dieſer letzten Columne nach (14); ſo erhält man die allgemeine Sterblichkeitsordnung von Jahre zu Jahre, wie ſie die **vierte Tabelle** darſtellet.

20) Die erſte Columne in der Tabelle, zeigt das Alter an, indem die 10000 im 0 Jahre zugleich lebenden, allmählig abſterben.

Dieſes Abſterben enthält die Columne A.

Die Columne B ſtellt die Ordinaten der **Lebenslinie** (14) vor; alſo wieviel von 10000 jetzt Gebohrnen, nach irgend einem Jahre noch leben. Die Differenz von zwei auf einander folgenden Zahlen, giebt die daneben ſtehende Zahl der Columne A; z. B.

$$10000 - 7417 = 2583;\ 7417 - 6760 = 657;\ \text{rc.}$$

Dieſe Columne B zeigt auch an, daß wo jährlich 10000 Kinder gebohren werden, 7417 Einjährige, 6760 Zweijährige rc. leben müſſen; Folglich iſt die Summe der ganzen Columne, gleich der Summe aller Lebenden; wenn jährlich 10000 gebohren werden, und eben ſo viele ſterben.

Dieſe Summen enthält die Columne C, ſo daß die bey jedem Jahre der erſten Columne ſtehende Zahl, die von dem Alter, und allen höhern Alter Lebenden enthält. So iſt z. B. bey 5 Jahren 257041 = der Summe der 5 jährigen + den 6 jährigen + den 7 jährigen + rc. Folglich entſteht dieſe Columne, wenn man nach gerade, die Zahlen der Columne B, von unten auf addiret.

In der Columne B, leben bey 5 Jahren, 5986 Menſchen, ein Jahr zuſammen; von dieſen 5808 noch ein Jahr zuſammen; hievon wieder 5673 ein Jahr zuſammen u. ſ. w. Folglich kann man die Zahlen dieſer Columne, auch als die Jahre anſehen, die eine gewiſſe Menge zuſammen lebt. Und dann zeigt die daneben ſtehende Zahl der Columne C, die Menge der Jahre, welche die von dieſem Alter, überhaupt gelebt haben, das heißt z. B. 5986 fünfjährige, leben zuſammengenommen 257041 Jahre. Hieraus entſteht die Columne E, oder die **mittlere Lebensdauer**. Sie zeigt an, wieviel Jahre ein Menſch von einem gewiſſen Alter noch leben wird, wenn alle von dem Alter Lebende, gleich alt werden. Folglich iſt jedes Jahr dieſer Columne, gleich dem Quotienten, der danebenſtehenden Zahlen

$$\frac{\text{Columne C}}{\text{Columne B}} - \tfrac{1}{2}\ \text{Jahr},$$

Dieſes halbe Jahr wird von dem Quotienten ſubtrahirt, weil man ohne merklichen Fehler annehmen kann, daß von jedem Alter eben ſo viele, in der erſten Hälfte des Jahrs, als in der letzten ſterben; wie es *Seyberth* diſſ. de reditu annuo praeſertim vitati etc. Goett. 1767. p. 64. angemerkt hat.

 Die

Die Columne F zeigt die Jahre an, nach welchen, die Hälfte der von jedem Alter Lebenden, geſtorben iſt. Ich nenne ſie mit Halley die **wahrſcheinliche Lebensdauer.** Jede Zahl wird gefunden, wenn man die Hälfte der nebenſtehenden Zahl in der Columne B, in eben dieſer Columne aufſucht, und von dem, in der erſten Columne, daneben ſtehenden Alter, die ſchon durchlebten Jahre abzieht. Z. B. bey 25 Jahr iſt die Hälfte der dann Lebenden = 2355; dieſe Zahl findet man bey 58 Jahr; alſo iſt 58 — 25 = 33 Jahr, die wahrſcheinliche Lebensdauer; oder es iſt gleich wahrſcheinlich, daß ein 25 jähriger vor dem 58ſten oder nach dieſem Jahre ſterbe.

21) Daß der Unterſchied zwiſchen beyden Columnen, nicht von Fehlern der Sterblichkeitsordnung herrühre, wie Seyberth, **Daniel Bernoulli** (Mém. de l' acad. d. ſcienc. Paris. 1760. p. 28.) und andere geglaubt haben, beweiſe ich mit Lamberten auf folgende Art:

Die krumme Linie der **erſten Figur**, ſtelle die Sterblichkeitsordnung vor; ſo iſt $fc = y$ = der Anzahl aller Lebenden, nach af Jahren (14);

Es ſey $FC = \frac{1}{2} y$; ſo iſt Ff die wahrſcheinliche Lebensdauer derer, die af Jahre alt ſind.

Aber der Raum cfe, iſt gleich der Summe aller Lebenden, von af Jahren an, bis ins höchſte Alter. Alſo iſt $\frac{\text{Raum } cfe}{y}$ = mittlere Lebensdauer nach (20).

Sollten nun beide gleich ſeyn; ſo wäre

$$\frac{cfe}{y} = fF \text{ oder } \frac{cfe}{y} = \frac{cf \times Ft}{y};$$

alſo $cfe = cf \times fF$.

22) Nun ſey $ef = x$; ſo iſt der Raum $cfe = \int y\,dx$ (Käſtner Anal. unend. Gr. 205);

Es ſey ferner, die Gleichung für die krumme Linie, oder $x = \alpha y^n + \beta y^m + \gamma y^p +$ ꝛc. ſo iſt

$$dx = (n\alpha y^{n-1} + m\beta y^{m-1} + p\gamma y^{p-1} + \text{ꝛc.})\,dy$$

$$y\,dx = (n\alpha y^n + m\beta y^m + p\gamma y^p + \text{ꝛc.})\,dy$$

und folglich

$$\int y\,dx = \frac{n}{n+1}\alpha y^{n+1} + \frac{m}{m+1}\beta y^{m+1} + \frac{p}{p+1}\gamma y^{p+1} + \text{ꝛc.}$$

alſo

alſo auch

$$\frac{\text{Raum } cfe}{y} = \frac{n}{n+1}\alpha y^n + \frac{m}{m+1}\beta y^m + \frac{p}{p+1}\gamma y^p + \text{rc.}$$

23) Nun ſey wieder $eF = z$; ſo muß auch hier ſeyn

$$z = \alpha\left(\frac{y}{2}\right)^n + \beta\left(\frac{y}{2}\right)^m + \gamma\left(\frac{y}{2}\right)^p + \text{rc.}$$

weil $CF = \frac{1}{2}y$, nach der Vorausſetzung.

Daher wird endlich

$$fF = x - z = \alpha(1-(\tfrac{1}{2})^n)y^n + \beta(1-(\tfrac{1}{2})^m)y^m + \gamma(1-(\tfrac{1}{2})^p)y^p + \text{rc.}$$

Folglich in der Vorausſetzung, daß mittlere und wahrſcheinliche Lebensdauer gleich ſind, iſt $\frac{cfe}{y} = x - z$;

$$\text{alſo auch } \frac{n}{n+1}\alpha y^n = \alpha(1-(\tfrac{1}{2})^n)y^n$$

$$\text{oder } \frac{n}{n+1} = 1-(\tfrac{1}{2})^n = 1 - \frac{1}{n+1}$$

alſo $n+1 = 2^n$ welches nur ſtatt finden kann für $n = 0$ oder $n = 1$; und eben ſo, für die andern Glieder, beyder Gleichungen.

24) Für $n = 0 = m = p$; wird $x = \alpha + \beta + \gamma + \text{rc.}$ etwas unmögliches.

Für $n = 1$; $m = p = 0$; iſt $x = \alpha y$
Für $n = m = 1$; $p = 0$; iſt $x = (\alpha + \beta)y$
Für $n = m = p = 1$; iſt $x = (\alpha + \beta + \gamma)y$

Lauter Gleichungen, für gerade Linien (Käſtner Anal. end. Gr. 340).

Beyde Lebensdauern, können alſo in dieſem Falle nur gleich ſeyn, wenn die Anzahl der Lebenden, gleichförmig abnimmt. Da nun dieſes von 35 bis 60 Jahr beynahe wahr iſt, ſo erhellet hieraus, warum beyde, in dieſem Alter, ſo wenig von einander unterſchieden ſind.

25) Aus (23) ſoll ſeyn $\frac{cfe}{y} = x - z = \frac{\int y\,dx}{y}$; alſo auch

$ydx = ydx + xdy - ydz - zdy$ und
$ydz = xdy - zdy$; folglich auch

ydz

$\frac{y\,dz}{dy} = x - z$, wo das erſte Glied, der Ausdruck für eine Subtangente iſt, (Käſtner Anal. d. Unend. 77); ſie ſey hier $= Fg$;

Iſt nun FC in beſtändiger Verhältniß zu fc; ſo daß $FC = \mu y = \nu$; $d\nu = \mu \cdot dy$; ſo iſt

$$y = \frac{\nu}{\mu};\ dy = \frac{d\nu}{\mu};\ \text{alſo auch}$$

$\frac{y\,dz}{dy} = \frac{\nu\,dz}{d\nu}$; folglich iſt in allen Fällen wo $FC = \mu y$; auch $Fg = Ff$;

Die krumme Linie ſey paraboliſcher Art, welches man nach dieſer Vorausſetzung und nach (15) annehmen darf; und es ſey $y = \varepsilon x^q$; ſo iſt

$$\int y\,dx = \int \varepsilon x^q\,dx = \frac{\varepsilon x^{q+1}}{q+1};\ \text{und}$$

$$\frac{\int y\,dx}{y} = \frac{x}{q+1} = \frac{\text{Raum } fce}{y} = fF = gF;$$

$$z = x - fF = x - \frac{x}{q+1} = \frac{qx}{q+1}$$

$$\text{Alſo auch } FC = \nu = \varepsilon z^q = \varepsilon x^q \left(\frac{q}{q+1}\right)^q = y\left(\frac{q}{q+1}\right)^q;$$

Iſt nun $\left(\frac{q}{q+1}\right)^q = \frac{1}{2}$; ſo würden beyde Lebensdauern gleich ſeyn. Dieſes trift nur zu, für $q=1$; alſo ſind ſie in allen übrigen Fällen verſchieden.

D' Alembert. Opuſ. Mathem. Tom. II. p. 74. f. Tom. IIII. p. 92. f. Tom. V. p. 228.

26) Die Columne D, enthält die Verhältniß der von jedem Alter Lebenden, zu den, in jedem Jahre, davon Sterbenden. Jede Zahl entſteht, wenn man die nebenſtehende der Columne B, durch die Zahl der Columne A dividirt.

In der Folge werde ich mit Eulern (Mem. de Berlin. Tom. XVI. p. 144) die, welche 0 Jahre alt ſind, V nennen;

Die davon nach 1 Jahre noch leben [1] V

2 Jahren —— [2] V

n Jahren —— [n] V

Hier zeigen die Größen [1]; [2]; [n] eigentliche Decimalbrüche an; Iſt V=10000; ſo iſt nach der allgemeinen Tabelle [1]=0,7417; [2]=0,6760; ꝛc.

Die

Die Produkte ſtellen alſo die Zahlen der Columne B vor, folglich wird man die Columne A ſo bezeichnen können:

Im 0 Jahre ſterben V — [1] V = (1 — [1]) V

1 — — — [1] V — [2] V = ([1] — [1]) V

n — — — [n] V — [n+1] V = ([n] — [n+1]) V

27) Um die Richtigkeit einer ſolchen Tabelle zu beurtheilen, muß man zuerſt auf die Erfahrungen ſelbſt ſehen, ob ſie mit gehöriger Genauigkeit aufgezeichnet ſind. Zweifelhafte müſſen ganz weggelaſſen werden. Die von Süßmilch geſammleten, haben einen vorzüglichen Werth, ſo daß man ſie mehrentheils, ohne weitere Prüfung, annehmen darf,

Ob die Erfahrungen nach der Verhältniß in (17) verbunden ſind.

Ob die Anzahl der im 0 Jahre lebenden nicht zu klein angenommen iſt.

Ob die Columne D, nach dem Geſetze der Steetigkeit wächſt oder abnimmt. Fehler hiegegen ſind Hauptfehler. Nur muß man das ſchnelle Wachsthum, in den erſten Jahren, nicht hieher rechnen. Täglich nimmt die Lebenskraft der Kinder zu; im erſten Jahre beynahe in geometriſcher Reihe.

Rechnungsfehler, brauchen gar nicht erwähnt zu werden; ſich dagegen zu ſichern, addire man die Columne A; ihre Summe muß gleich ſeyn der Anzahl der im 0 Jahre Lebenden, der Columne B; u. ſ. w.

28) Süßmilch hat (II. Th. p. 319) eine ſolche allgemeine Sterblichkeitstabelle gegeben, die aber einigen Fehlern unterworfen iſt.

Er nimmt nur 1000 im 0 Jahre Lebende an; wodurch viele Decimalbrüche wegfallen; Dann kommen auch große Sprünge vor. So ſtirbt z. B. im 28ſten Jahre einer von 91; im 29ſten aber einer von 75; die Urſache hievon, mag theils in der kleinen Anzahl der im 0 Jahre Lebenden liegen, wodurch bey ihm die Sterblichkeitslinie nicht krumm, ſondern winkelicht wird, weil die Columne A, öfters 10 Jahre hintereinander, ſich nicht ändert; theils auch darinn, daß er die Erfahrungen nicht in gehöriger Verhältniß verbunden, ſondern vielleicht nur einen mittlern Durchſchnitt, aus ſeinen reducirten Zahlen, genommen hat.

Lambert ſucht (Beyträge III. Th. p. 494. f.) dieſes zu verbeſſern. Er hat die Sterbenden von London, mit denen auf dem Lande aus (19) verbunden; und wie ſich leicht vermuthen läßt, die Tabelle mit der ihm eigenen Schärfe berechnet. Aus (18) erhellet aber, daß die Sterblichkeit von **London**, der von **Braunſchweig** wenigſtens bis ins 40ſte Jahr ziemlich gleich iſt. Der Unterſchied zwiſchen den Ausſchweifungen an beiden Orten, der geſunden Luft, und anderer phyſikaliſcher Urſachen, iſt zu bekannt; als daß dieſes, dem Laufe der Natur nach, ſeyn ſollte. Die Unrichtigkeit, muß alſo an den Verzeichniſſen liegen, wie es auch leicht zu begreifen iſt, indem im Frühlinge die mehrſten Vor-

 nehmen

nehmen auf das Land ziehen; dort die ſchöne Jahrzeit zubringen, und ſo die Anzahl der Todten in der Stadt verringern.

Es ſcheint alſo, daß man London, Paris ꝛc. und ähnliche Städte nur brauchen kann, um aus ihnen einen mittlern Durchſchnitt zu nehmen, und hiernach die Verbindung mit den Landleuten einzurichten.

Daß die Sterblichkeitsordnung der 12 Kirchſpiele bey Paris (Süßmilch II. Th. Tab. II. No. 2.) verbunden mit drei aus Paris, mit dem Laufe der Natur übereinſtimmen ſoll, wie es v. Büffon (hiſtoire naturelle Tom. II.) zu beweiſen ſich bemühet, iſt ganz unwahrſcheinlich. Nach ihr, iſt die wahrſcheinliche Lebensdauer der 0 Jährigen = 8 Jahr. Oder die Hälfte aller Kinder, wird nur 8 Jahr alt. Das Erfreulichſte iſt, daß dieſes, wenigſtens in unſern Gegenden, ſich anders verhält; und auch in Frankreich, ſich anders verhalten muß, wenn man nach ſeiner großen Bevölkerung, ſchlieſſen darf. Daß die Unterſchiede, zwiſchen Süßmilchs, Lamberts und meiner Tabelle, nicht ſehr groß ſind, erhellet aus einer von jeden leicht anzuſtellenden Vergleichung.

29) *De Moivre* (annuities on lives, Lond. 1756.) nimmt an, daß eine Geſellſchaft Menſchen, von gleichem Alter, gleichförmig abſtirbt. Es ſey das höchſte Alter, welches man gewöhnlich erreicht = p; die Geſellſchaft ſey ſchon alt m Jahre; ſo iſt p — m = n; das **Lebenscomplement** der Geſellſchaft. Nun nimmt er an, ſie habe jezt die ganze Lebenskraft; Es ſterbe keiner von ihr, als bis ſie alle n Jahre noch gelebt haben; Die Lebenskraft werde aber gleichförmig vermindert, ſo daß ſie im n^{ten} Jahre = 0 iſt; ſo ſtellt die Reihe

$$\frac{n-1}{n};\ \frac{n-2}{n};\ \frac{n-3}{n}\ \ldots\ \frac{n-n+1}{n};\ \frac{n-n}{n}$$

die auf einander folgenden Lebenskräfte dar, oder das Maaß, nach dem allmählig die Geſellſchaft abſtirbt. Die Summe der Reihe $\frac{n-1}{n}$ iſt gleich, der mittlern Lebenskraft der Geſellſchaft, die alſo der mittlern Lebensdauer in (20) gleich ſeyn müßte. Das höchſte Alter ſezt er = 86 Jahr; ſo iſt die mittlere Lebenskraft, für 50 jährige = 17,5; ohngefehr wie in der Tabelle; für 70 jährige = 7,5 auch beynahe einerley; eben ſo, die für 30 jährige = 27,5; Der Unterſchied wird aber, immer größer, je mehr ſich das jezige Alter der Geſellſchaft, der Kindheit, oder dem höchſten Alter nähert; ſo iſt für 80 jährige die mittlere Lebenskraft = 2,5 Jahre; die mittlere Lebensdauer = 6,06 Jahre; Sezte man aber das höchſte Alter = 95 Jahre, wie es ohngefehr iſt, ſo würde man allenthalben ſehr große Unterſchiede bekommen.

De

De Moivre, iſt zu dieſer Hypotheſe, durch die Halleyiſche Sterblichkeitsordnung verleitet worden. Dieſer giebt ſie nur bis ins 84ſte Jahr, wo noch 20 Menſchen, von 1000 im 0 Jahre, übrig ſind. Dieſe könnten in ein paar Jahren abſterben; und ſo wäre das höchſte Alter = 86 Jahr. Ferner ſterben auch bey Halley, die Leute von 34ſten Jahre an, beynahe gleichförmig. Die größte Abweichung iſt nur = 1.

30) Man ſetze, wie in (Cap. 1. 16.) hier, den Quotienten $\frac{m+1}{m} = r$; Es wirke die Urſache der Fruchtbarkeit nach der beſtändigen Verhältniß $1 : r$; und bringe bis ans Ende des 0 Jahrs V Kinder hervor; ſo muß ſie vom Ende des 0 Jahrs, bis ans Ende des erſten rV, vom Ende des erſten, bis ans Ende des zweiten $r^2 V$, vom Ende des zweiten, bis ans Ende des dritten $r^3 V$, und vom Ende des $(n-1)$ſten bis ans Ende des $n$ten $r^n V$ Kinder hervorbringen.

Es ſey $n = 100$; wieviel leben von allen dieſen noch, nach 100 Jahren? Es läßt ſich ſo vorſtellen, wenn man die Zeichen aus (26) gebraucht:

Vom Anfange		bis ans Ende des Jahrs	werden gebohren	davon leben noch nach 100 Jahren
0	—	0	V	$[100]\,V$
1	—	1	rV	$[99]\,rV$
2	—	2	$r^2 V$	$[98]\,r^2 V$
|	—	|	|	|
99	—	99	$r^{99} V$	$[1]\,r^{99} V$
100	—	100	$r^{100} V$	$[0]\,r^{100} V$

Die Summe aller Lebenden nach 100 Jahren iſt alſo =

$$V\,([100] + [99]\,r + [98]\,r^2 + \dots + [2]\,r^{98} + [1]\,r^{99} + r^{100})$$

$$= r^{100} V \left(\frac{[100]}{r^{100}} + \frac{[99]}{r^{99}} + \frac{[98]}{r^{98}} + \dots + \frac{[2]}{r^2} + \frac{[1]}{r} + 1 \right) = r^{100} V (P)$$

31) Nennt man M, die Volksmenge, welche im 0 Jahre, V Kinder zeugte; ſo iſt offenbar, daß man wird ſagen können:

$$M : r^{100} V(P) = V : r^{100} V$$

$$M : P = V : 1$$

Alſo $P = \frac{M}{V}$; folglich die Volksmenge, nach 100 Jahren, $= r^{100} M$

P ſtellet hier, wie in (5), ein Maaß der Fruchtbarkeit vor; es iſt eine Zahl, welche zeigt, wie viel lebende Menſchen, auf eine Geburth gerechnet werden. Es wird alſo, aus dem bekannten Verhältniſſe der Vermehrung, $1:r$; Aus der bekannten Sterblichkeitsordnung, oder dem Werthe der Brüche [1]; [2] ꝛc. und aus der gegebenen Anzahl der Geburthen vor einer gewiſſen Zeit, gefunden, und umgekehrt.

In (30) wird das Ende und der Anfang, zweier auf einander folgender Jahre, als ein Augenblick angeſehen. Iſt $r = 1$; ſo bleibt der Ort in Beharrungszuſtande; Iſt $r > 1$; ſo wächſt die Bevölkerung; iſt $r < 1$; ſo nimmt ſie ab.

32) Die Vermehrungsverhältniß $1:r$, zeigt den jährlichen Ueberſchuß der Gebohrnen, über die Geſtorbenen. Im (Cap. 1. 5.) wurde die Sterblichkeitsverhältniß, mit in Rechnung gebracht. Hier muß alſo ſchon, die Vermehrungsverhältniß, gehörig vermindert ſeyn. Es kann auf folgende Art geſchehen:

Nach (6) ſey $\frac{1}{b}$ = dem Maaſſe der Sterblichkeit; ſo ſterben nach (31), an dem Orte überhaupt $\frac{M}{b}$;

Das Maaß der Fruchtbarkeit ſey nach (6) $= \frac{1}{a}$; ſo werden an dem Orte gebohren $\frac{M}{a}$;

Folglich iſt der Ueberſchuß $= \frac{M}{a} - \frac{M}{b} = \frac{(b-a)\,M}{ab}$ welcher von der ganzen Volksmenge iſt $\frac{(b-a)\,M}{ab \cdot M} = \frac{b-a}{ab}$;

dieſes iſt $\frac{1}{m}$; alſo $1 + \frac{1}{m} = r = 1 + \frac{b-a}{ab}$

Weiß man aber die Volksmenge des Orts vor n Jahren, und die jezige = N; ſo ſetze man in (Cap. 1. 20. III.)

ſtatt	C	x	μ	m
hier	M	N	r	n

woraus r ſehr leichte gefunden wird.

33) Exempel. In den alten preußiſchen Staaten ſtarben 1700, im Durchſchnitte, 44700 Menſchen; 1750 aber, 76000 Menſchen. Es haben alſo dort nach (3) gelebt:

Am Anfange des Jahrhunderts, $44700 \cdot 36 = 1653200 = M$. In der Mitte des Jahrhunderts, $76000 \cdot 36 = 2736000 = N$ und $n = 50$; alſo iſt

$$\frac{\log. N - \log. M}{50} = \frac{6{,}4371161 - 6{,}2180626}{50} = 0{,}0043811 = \log. r$$

giebt $r = 1{,}01014$;

$$\text{alſo } \frac{1}{m} = 0{,}01014;\; m = \frac{1}{0{,}01014} = 98{,}62$$

das heißt 98,62 Menſchen, geben in den alten preußiſchen Staaten, jährlich einen Menſchen, zum Ueberſchuſſe.

34) Die Zeit der Vervielfachung, der Volksmenge eines Orts, wird, wie die, eines Capitals, nach (Cap. 1. 20. I.) gefunden.

Will man z. B. die Zeit der Verdoppelung der Einwohner, in den alten preußiſchen Ländern finden; ſo iſt

$$n = \frac{\log. 2}{\log. r} = \frac{3010300}{43811} = 68{,}71 \text{ Jahr;}$$

welches vollkommen, mit Eulers Tabelle übereinſtimmt. Siehe Süßmilch I. Th. p. 285. f.

Langsdorf Erläut. zweite Fortſ. p. 445. f. zeigt dieſe Aufgabe, durch Conſtruktion aufzulöſen; ſeine Unterſuchungen geben, daß die zugehörende krumme Linie, eine logarithmiſche iſt. Er nennt dieſe deßhalb die **Bevölkerungslinie**.

Ueberhaupt muß man aber merken, daß in den n Jahren, und einige Zeit vorher, das Land von keiner Peſt und von Kriegen, verwüſtet ſeyn muß. Denn wenn dieſe aufhören, ſo ſind mehr Ehen getrennt, das Land iſt geräumiger; es iſt mehr Gelegenheit zur Nahrung da. Daher werden auch mehr Ehen geſchloſſen, mehr Kinder gezeugt, woraus eine größere Verhältniß der Vermehrung entſteht. Dieſes geht aber nur, bis auf einen gewiſſen Zeitpunkt, wo das Land hinlänglich bevölkert iſt; dann nimmt ſie ab. Sie entfernt ſich alſo ſehr, von der Vorausſetzung, daß die Vermehrungsverhältniß beſtändig iſt.

35) Aus (30) erhellet, daß unter einer Menge M Menſchen, immer ſeyn werden

V die 0 Jahre alt ſind

$\frac{[1]}{r}$ V einjährige

$\frac{[2]}{r^2}$ V zweyjährige; und überhaupt

$\frac{[x]}{r^x}$ V die x Jahre alt ſind.

Iſt alſo die Sterblichkeitsordnung, die Verhältniß der Vermehrung, und die Menge aller Lebenden, bekannt, ſo weiß man daraus, wieviel von jedem Alter noch leben. Die Aufgabe aus (1).

36) Lebt am Anfange eines Jahrs, die Menge M; ſo wächſt ſie bis an das Ende des Jahrs an, auf rM, nach (30); worunter aber rV, nulljährige ſind (35).

Alſo haben von der Menge M, am Anfange des Jahrs gelebt, $rM - rV = r(M - V)$.

Folglich ſind von der Menge M, in dieſem Jahre geſtorben, $M - r(M - V) = (1 - r)M + rV = D$.

Man hat alſo, aus der Verhältniß der Vermehrung, und der Anzahl, der in dem Jahre Gebohrnen, die Anzahl, der in eben den Jahre Geſtorbenen.

37) Hieraus folgt $M = \frac{D - rV}{1 - r}$

für $r >$ oder < 1. Wäre $r = 1$; ſo wäre auch $rV = D$; und $M = 0$; welches aber hier nur bedeutet, daß in dem Lande, eben ſo wenig Veränderungen vorgehen, als wenn die Volksmenge $= 0$ wäre.

Iſt r unbekannt, das übrige gegeben; ſo iſt $r = \frac{M - D}{M - V}$ eine Gleichung, die wegen der Leichtigkeit der Rechnung, denen in (32) vorzuziehen iſt.

38) Exemp. Für die alten preußiſchen Staaten war 1750, nach (6), $rV = 103746$; D und r wie in (33); ſo iſt

$$M = \frac{103746 - 76000}{0,01014} = 2736292$$

beynahe, wie es in (33) angenommen worden, und für dieſen Werth von rV und M, iſt

$$r = \frac{2660292}{2632546} = 1,0105$$

auch ohne ſehr beträchtlichen Unterſchied, wie in (33).

39) Sind

39) Sind M oder r; V und D gegeben; ſo findet man auf folgende Art, wieviel von jedem Alter unter D geweſen ſind.

Jährige	leben unter der Menge M nach (35)	hievon noch nach einem Jahre nach (26)	es ſind alſo geſtorben
0	V	$[1]\,V$	$(1 - [1]\,V$
1	$\frac{[1]\,V}{r}$	$\frac{[2]\,V}{r}$	$([1] - [2])\,\frac{V}{r}$
2	$\frac{[2]\,V}{r^2}$	$\frac{[3]\,V}{r^2}$	$([2] - [3])\,\frac{V}{r^2}$
⋮	⋮	⋮	
99	$\frac{[99]\,V}{r^{99}}$	$\frac{[100]\,V}{r^{99}}$	$([99] - [100])\,\frac{V}{r^{99}}$
100	$\frac{[100]\,V}{r^{100}}$	$\frac{[101]\,V}{r^{100}}$	$([100] - [101])\,\frac{V}{r^{100}}$

Folglich iſt $D = A$; wenn die letzte Columne ſo genannt wird, und unter den Geſtorbenen, ſind $(1 - [1])\,V$ Nulljährige; $([1] - [2])\,\frac{V}{r}$ Einjährige; $([2] - [3]\,\frac{V}{r^2}$ Zweijährige; u. ſ. w. Oder wenn der Ort im Beharrungszuſtande bleibt nach (19); ſo ſind unter 10000 Geſtorbenen, 2583 Nulljährige; 657 Einjährige; 301 Zweijährige u. ſ. w.

40) Man ſetze die Anzahl derer von 0 Jahren $= \alpha$;

$$
\begin{aligned}
1 \;\text{——} &= \beta\\
2 \;\text{——} &= \gamma\\
3 \;\text{——} &= \delta
\end{aligned}
$$

und ſo ferner nach der Reihe fort; ſo erhält man:

$\alpha =$

$$\alpha = V - [1]\,V \text{ alſo auch } [1] = \frac{V - \alpha}{V}$$

$$\beta = \frac{[1]\,V}{r} - \frac{[2]\,V}{r} \text{ alſo auch } [2] = \frac{\frac{[1]\,V}{r} - \beta}{\frac{V}{r}} = [1] - \frac{r\beta}{V}$$

$$\gamma = \frac{[2]\,V}{r^2} - \frac{[3]\,V}{r^2} \text{ alſo auch } [3] = \frac{\frac{[2]\,V}{r^2} - \gamma}{\frac{V}{r^2}} = [2] - \frac{r^2\gamma}{V}$$

$$\delta = \frac{[3]\,V}{r^3} - \frac{[4]\,V}{r^3} \text{ alſo auch } [4] = \frac{\frac{[3]\,V}{r^3} - \delta}{\frac{V}{r^3}} = [3] - \frac{r^3\delta}{V}$$

und ſo für die übrigen Brüche aus (26).

Weiß man alſo die Anzahl der Geburthen und der Verſtorbenen, von jedem Alter, in einem Jahre, auch die Verhältniß der Vermehrung; ſo kann man hieraus, für den beſtimmten Ort, das Geſetz der Sterblichkeit beſtimmen, auch ſo, daß der Ort, nicht wie in (19) allein in Beharrungszuſtande bleibt, ſondern entweder gleichförmig wächſt oder abnimmt.

41) Die große Sterblichkeit in den erſten Jahren (19), rührt ſicher mit von den unehelichen Kindern her. In großen Städten iſt ohngefehr $\frac{1}{10}$ von allen Gebuhrten, in kleinen und auf dem Lande aber $\frac{1}{18}$ von allen, unehelich. Von allen unehelichen Kindern, kömmt $\frac{1}{13}$ bis $\frac{1}{20}$ tod zur Welt, und kaum $\frac{1}{6}$ erreicht den zweiten Monath.

Unter der Anzahl der Gebohrnen, verhalten ſich die Knaben, zu den Mädchens, wie 105:100 oder 104:100; die confirmirten Knaben, verhalten ſich zu den confirmirten Mädchen, wenn man nach der Ordnung in Lebus (Süßmilch III. Th. p. 425) ſchlieſſen darf, ohngefehr wie 100:107;

Es müſſen alſo in den Jahren der Mannbarkeit, mehrere vom weiblichen, als männlichen Geſchlechte leben. Hieraus folgt; daß die Sterblichkeit, bey dem weiblichen Geſchlechte, geringer, als bey dem männlichen iſt, wie es auch aus der Summe der jährlich Geſtorbenen erhellet, worunter ſich das männliche Geſchlecht zu dem weiblichen verhält wie 108:100, folglich leben überhaupt mehr

Weiber

Weiber als Männer.* Wegen dieſer verſchiedenen Sterblichkeit, iſt die Tab. V und VI, wie die in (19) berechnet. Für die Sterblichkeit in den Städten, habe ich den mittlern Durchſchnitt, aus der Sterblichkeit in dem Kirchſpiele St. Sulpice zu Paris, und der zu Berlin, nach Süßmilch II. Th. Tab. 12. 13. für die auf dem Lande, den mittlern Durchſchnitt, aus der in den Dörfern, Süßmilch II. Th. Tab. 20. 21, 24. angenommen; und daraus folgende allgemeine Ordnungen erhalten:

Für das männliche Geſchlecht.

Jahre. Alter.	Es leben zu Berlin	zu St. Sulpice.	Mittl. Durchſchnitt	es leben auf dem Lande	$\frac{f-d}{3}$	$\frac{2f+d}{3}$ oder allgemeine Ordnung.
0	10000	10000	10000	10000	0	10000
1	6153	7624	6888	7649	254	7395
5	5089	5162	5125	6254	376	5878
10	4828	4498	4663	5647	328	5319
20	4585	4171	4378	5212	278	4934
30	3705	3806	4755	4576	270	4306
40	2795	3385	3090	4079	330	3749
50	1999	2717	2358	3811	484	3327
60	1134	1626	1380	2371	330	2041
70	585	891	738	1179	147	1032
80	167	289	228	429	64	365
90	12	7	9	86	26	60

Für das weibliche Geſchlecht.

0	10000	10000	10000	10000	0	10000
1	6285	8114	7199	7098	—34	7132
5	5087	5624	5306	6287	+327	5950
10	4782	4995	4888	5675	262	5413
20	4478	4689	4583	5278	232	5046
30	3653	4325	3989	4736	249	4487
40	2970	3869	3413	4047	211	3836
50	2326	3197	2761	3475	238	3137
60	1611	2199	1905	2501	199	2302
70	895	1309	1102	1351	83	1268
80	304	470	387	334	—18	352
90	37	22	30	61	+10	51

* Voltaire ſagt addit. a l' hiſtoire générale pag. 311: Les maſſacres pour cauſes de réligion, depeuplent plus que les combats, parceque dans les batailles on ne

42) Dieſe beyden Tabellen, ſetzen gleichfals den Beharrungszuſtand voraus. In der für das männliche Geſchlecht, wird die Sterblichkeitslinie, bey der funfzigſten Ordinate ſehr winkelicht. Die nöthige Correktion, verringert die Anzahl der von dem Alter Lebenden, um 393 Perſonen. Dieſer Fehler mag wahrſcheinlicher Weiſe von den Pariſer Liſten wegen der Urſache in (9) herrühren. Der Mangel an andern Erfahrungen von großen Städten, machte es nothwendig, dieſe beyzubehalten.

Aus beiden Tabellen erhellet, daß die Summe aller Lebenden vom männlichen Geſchlechte, ſich zu der vom weiblichen Geſchlechte verhält, wie 3869:2999 = 100:104,5; ferner, daß die wahrſcheinliche und mittlere Lebensdauer, ohngefehr bis 60 Jahr, bey dem weiblichen Geſchlechte größer, als bey dem männlichen iſt; aber umgekehrt von der Zeit an, bis ans Ende.

Der mittlere Durchſchnitt von beiden Tabellen, giebt ohne beträchtliche Unterſchiede, die allgemeine Sterblichkeitsordnung aus (19).

Durch eine Vergleichung der Columne A, dieſer beiden Tabellen iſt offenbar, daß mehr Weiber in einem Alter von 20 bis 40 Jahren ſterben, als Männer. Die Urſache rührt aus den Wochenbetten her; von 40 bis 70 Jahren, ſterben mehr Männer als Weiber, und dann bis ans Ende, mehr Weiber.

43) Fernere Erfahrungen geben: daß die Anzahl der Geburthen ſich jährlich zu den ſtehenden Ehen verhält, wie 2:9 oder 9 Ehen, geben jährlich nur zwei Kinder, oder eine Ehe alle 4,5 Jahre ein Kind. Iſt alſo $\frac{1}{29}$ das allgemeine Maaß der Fruchtbarkeit; ſo verhält ſich die Summe aller Lebenden, zu der, der ſtehenden Ehen wie $2 \cdot 29 : 9 = 6{,}44 : 1$

Im Durchſchnitte beſtehen 10 Familien, aus 43 Perſonen; folglich verhalten ſich die Familien, zu den Geburthen, wie $10 : \frac{43}{29} = 10 : 1{,}48 = 67 : 10$ oder aus 67 Familien werden jährlich nur 10 Kinder gebohren. Und die Familien verhalten ſich zu den ſtehenden Ehen, wie $10 : \frac{4300}{644} = 10 : 6{,}67$;

Iſt V = der Anzahl der in einem Jahre Gebohrnen; ſo iſt offenbar $\frac{9 \cdot V}{2}$ = der Anzahl der ſtehenden Ehen; worunter welche im erſten und letzten Jahre der Ehe ſind, wie in (20), bey der Summe aller Lebenden, im Nulljahre.

Iſt

ne *détruit que l' eſpece mâle, toujours plus nombreuſe, que la femelle;* mais dans les maſſacres faits pour la réligion, les femmes ſont immolées comme les hommes. Ein Gedanke der ſich auf keine Erfahrung gründet, und von dem das Gegentheil aus obigen erhellet.

Iſt die Anzahl, der in einem Jahre getrauten Paare, = C; ſo verhalten ſich dieſe zur Anzahl der Geburthen, wie C:V; und dann iſt $\frac{9 \cdot V}{2C}$ die mittlere Dauer aller Ehen in dem Lande; man erhält ſie nähmlich, wenn man die Summe aller Ehen, durch die Anzahl, der in einem Jahre geſchloſſenen, dividirt, wie in (20) die mittlere Lebensdauer der Nulljährigen.

44) Die Verhältniß der Lebenden zu den Ehen, die jährlich geſchloſſen werden, iſt:

In Finnland wie	108:1
In andern ſchwediſchen Provinzen	126:1
In den holländiſchen Dörfern	64:1
Zu Amſterdam	82:1
Zu Harlem	99:1
Zu Dordrecht	100:1
Zu Gouda	97:1
In den Kurmärkſchen Dörfern	109:1
In kleinen Städten daſelbſt	98:1
Zu Berlin	110:1
In den engliſchen Dörfern	119:1
In den Marktflecken daſelbſt	115:1
Zu Paris	137:1
Zu Zürich	100:1
Zu Königsberg	114:1

Läßt man die zu ſehr abweichenden Verhältniſſe weg, z. B. die von den holländiſchen Dörfern, ſo bekömmt man die Mittelverhältniſſe:

Für das platte Land wie	115:1
In kleinen Städten	103:1
In Handelsſtädten	106:1
In ſehr großen Städten	137:1

welche man doch nur, als beynahe wahre Verhältniſſe, anſehen muß.

Unter 500 Wöchnerinnen, ſterben 6 unmittelbar in den Wochenbette, oder an böſen Folgen deſſelben. Von 500 Ehen, werden alſo 24, durch unglückliche Niederkünfte getrennet; Oder die verunglückten Wöchnerinnen, verhalten ſich zu allen Wöchnerinnen = 1:83; und die unglücklichen Ehen, in Betrachtung des Wochenbettes, zu den glücklichen = 1:20,833.

45) Die Anzahl der Wittwer, verhält ſich zu der, der Wittwen:

In Pommern wie	1000:2559
Zu Dreßden	1000:3180

Zu Wittenberg wie 1000:3837
Zu Gotha 1000:3619
Zu Gera 1000:3561

Im Durchſchnitte kann man alſo rechnen, daß ſich die Wittwer zu den Wittwen verhalten, wie 100:335.

Die Urſache mag ſeyn, weil die Männer ſpäter, als die Weiber heyrathen, und bey eintretender Wittwerſchaft, leichter folgende Ehen ſchlieſſen können.

So verhalten ſich von Seiten der Ehemänner die erſten Ehen zu den folgenden:

In Pommern wie 1000 : 260
Zu Harlem 1000 : 274
Zu Amſterdam 1000 : 437

nach den genealogiſchen Tabellen (Lambert III. Th. p. 548) wie 1000:306
In dem Ländchen Wadt (mem. oecon. de Berne 1766. p. 30.) wie 1000:194

Alſo nach dem mittlern Durchſchnitte, wie 1000 : 294; oder von 1000 Ehemännern erſter Ehe, treten, nachdem dieſe getrennt iſt, 294 in die zweite. Und dieſe zweiten Ehen, verhalten ſich zu den dritten, wie 3190:444 = 7,2 : 1

Aber die erſten Ehen der Frauen, verhalten ſich zu den folgenden:

In Pommern wie 1000 : 195
Zu Harlem 1000 : 265
Zu Amſterdam 1000 : 270
In dem Ländchen Wadt 1000: 86

Alſo nach der Mittelverhältniß, wie 1000:204; die ſich wieder verheyrathenden Wittwer, verhalten ſich alſo, zu den ſich wieder verheyrathenden Wittwen, wie 294:204 = 1442 : 1000; oder wegen der genauen Erfahrungen in Pommern, aus dieſer Provinz allein, wie 260:195 = 1333:1000;

Nach Erfahrungen aus den Wittwenkaſſen, ſoll der ſechſte Theil der Wittwen, unter 40 Jahren wieder heyrathen.

46) Es leben jezt M Menſchen, die m Jahre alt ſind; ſie ſind alſo von $\frac{M}{[m]}$ Menſchen, die im o Jahre lebten, übrig geblieben nach (26); denn von V, die im o Jahre leben, werden noch leben nach m Jahren [m] V; alſo

$$[m]\, V : M = V : \frac{M\,V}{[m]\,V} = V : \frac{M}{[m]}$$

Von dieſen M Menſchen, werden nach n Jahren noch leben $\frac{[m+n]\,M}{[m]}$; denn von V im o Jahre, ſind nach (m + n) Jahren noch übrig, [m + n] V; alſo

also $V : \frac{M}{[m]} = [m+n] V : \frac{[m+n] M}{[m]}$

Eben ſo leben von einer Menge P Menſchen, die p Jahre alt ſind, nach n Jahren noch $\frac{[p+n] P}{[p]}$; Und von der erſten Menge, ſind in den n Jahren geſtorben $\left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right) M$, von der zweiten aber $\left(1 - \frac{[p+n]}{[p]}\right) P$

47) Folglich iſt eines beſtimmten Menſchen aus der Menge M Wahrſcheinlichkeit, daß er das n^{te} Jahr erlebe $= \frac{[m+n] M}{[m] M} = \frac{[m+n]}{[m]}$ der Gewißheit; nach (Cap. II. 6.) wo hier M = der Anzahl aller Fälle; $\frac{[m+n] M}{[m]} =$ der Anzahl der Treffer iſt.

Und eines beſtimmten Menſchen, aus der Menge P, Wahrſcheinlichkeit iſt $= \frac{[p+n]}{[p]}$

Alſo iſt auch aus (Cap. II. 22.) die Wahrſcheinlichkeit, daß der beſtimmte Menſch der Menge M, das n^{te} Jahr nicht erlebe, oder die, daß er vorhin ſterbe $= 1 - \frac{[m+n]}{[m]}$

Für den Menſchen der Menge P, iſt ſie $= 1 - \frac{[p+n]}{[p]}$

48) Exemp. $m = 20$; $n = 50$; ſo iſt

$[m] = 0,4987$; $[m+n] = 0,1141$; alſo

$$\log. 0,1141 = 0,0572856 - 1$$
$$\log. 0,4987 = 0,6978394 - 1$$

log. Wahrſcheinlichkeit zu leben $= 0,3594462 - 1$

giebt dieſe Wahrſcheinlichkeit $= 0,22879$ der Gewißheit.

Alſo die Wahrſcheinlichkeit, daß er das ſiebzigſte Jahr nicht erlebe $= 1 - 0,22879 = 0,77121$.

49) Des beſtimmten Menſchen aus der Menge M Wahrſcheinlichkeit, daß er in einer beſtimmten Anzahl von Jahren, z. B. zwiſchen n und n + r Jahren ſterbe, iſt $= \frac{[n] - [n+r]}{[m]}$;

Denn von $\frac{M}{[m]}$ Menſchen, die im $\circ$ Jahre leben, erreichen $\frac{[n] M}{[m]}$ das n^{te}; und $\frac{[n+r] M}{[m]}$ das $(n+r)^{te}$ Jahr, nach (46); alſo ſterben in der Zwiſchenzeit $\frac{[n]-[n+r]}{[m]}$ M Menſchen; folglich iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß ein beſtimmter, unter dieſer Anzahl iſt $= \frac{[n]-[n+r] M}{[m] M} = \frac{[n]-[n+r]}{[m]}$;

Alſo iſt auch die Wahrſcheinlichkeit, daß er in dieſer Zeit nicht ſtirbt $= 1 - \frac{[n]-[n+r]}{[m]}$. Er kann alſo früher oder ſpäter ſterben; woraus erhellet, daß dieſe Wahrſcheinlichkeit nicht anzeigt, daß er die beſtimmte Zeit überleben wird. Dieſe wäre nach (47) $= \frac{[m+n+r]}{[m]}$; die, daß er vor dem n^{ten} Jahre ſtirbt, ergiebt ſich nach (46).

50) **Exemp.** $m = 20 = r$; $n = 30$; ſo iſt $[m] = 0{,}4987$; $[n] = 0{,}4418$; $[n+r] = 0{,}3036$; $[m+n+r] = 0{,}1141$; $[n]-[n+r] = 0{,}1382$;

$$\begin{array}{r} \log.\ 0{,}1382 = 0{,}1401937 - 1 \\ \log.\ 0{,}4987 = 0{,}6978394 - 1 \\ \hline 0{,}4423543 - 1 \end{array}$$

$= \log.$ der Wahrſcheinlichkeit, in der beſtimmten Zeit, tod zu ſeyn; giebt dieſe $= 0{,}27692$; alſo die entgegengeſetzte $= 0{,}72308$;

Die Wahrſcheinlichkeit, daß er die beſtimmte Zeit überleben werde, iſt nach (47) $= 0{,}22879$;

$$\begin{array}{r} \log.\ 0{,}3036 = 0{,}4823018 - 1 \\ \log.\ 0{,}4987 = 0{,}6978394 - 1 \\ \hline 0{,}7844624 - 1 \end{array}$$

$= \log.$ der Wahrſcheinlichkeit, das n^{te} Jahr zu erleben, giebt dieſe Wahrſcheinlichkeit $= 0{,}60876$; alſo die Wahrſcheinlichkeit, vor den n^{ten} Jahre tod zu ſeyn $= 0{,}39124$.

51) Die Wahrſcheinlichkeit, daß ein beſtimmter Menſch aus der Menge M, und ein beſtimmter, aus der Menge P, nach n Jahren, noch zuſammen leben iſt $= \frac{[m+n]}{[m]} \cdot \frac{[p+n]}{[p]}$

Jeder von den beiden Faktoren, iſt gleich jedes einzeln Wahrſcheinlichkeit, nach n Jahren, noch zu leben (47), alſo iſt das Produkt, gleich der verbundenen Wahrſcheinlichkeit (Cap. II. No. 18.)

Folglich iſt auch die Wahrſcheinlichkeit, daß alle beide nach n Jahren nicht mehr leben $= 1 - \frac{[m+n]}{[m]} \cdot \frac{[p+n]}{[p]}$; es kann alſo einer, oder es können beide geſtorben ſeyn. Die Wahrſcheinlichkeit aber, daß beide beſtimmte Menſchen nach n Jahren tod ſind iſt $= \left(1 - \frac{[p+n]}{[p]}\right)\left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right) = 1 - \frac{[p+n]}{[p]} - \frac{[m+n]}{[m]} + \frac{[p+n] \cdot [m+n]}{[p] \cdot [m]}$

Alſo die Wahrſcheinlichkeit, daß nicht alle beide tod ſind, oder die Wahrſcheinlichkeit, daß noch einer, oder daß noch beide leben $= \frac{[p+n]}{[p]} + \frac{[m+n]}{[m]} - \frac{[p+n] \cdot [m+n]}{[p] \cdot [m]}$

52) Die Wahrſcheinlichkeit, daß der beſtimmte Menſch aus der Menge M, nach n Jahren, noch lebe, der aus der Menge P aber, dann tod ſey iſt $= \left(1 - \frac{[p+n]}{[p]}\right) \cdot \frac{[m+n]}{[m]} = \frac{[m+n]}{[m]} - \frac{[p+n]}{[p]} \cdot \frac{[m+n]}{[m]}$; denn hier iſt wie in (51), jeder Faktor, gleich der einzelnen Wahrſcheinlichkeit.

Eben ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß der erſte tod ſey, der andere noch lebe $= \left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right)\left(\frac{[p+n]}{[p]}\right)$

Kömmt hiezu noch eine dritte Menge Q; die q Jahre alt iſt; ſo iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß einer aus der Menge M, nach n Jahren tod ſey, die beiden aber aus den Mengen P und Q, nach der Zeit noch leben =

$$\left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right)\left(\frac{[p+n]}{[p]}\right)\left(\frac{[q+n]}{[q]}\right)$$

Die Wahrſcheinlichkeit, daß beide aus der Menge M und P tod ſind, der aus der Menge Q noch lebe $= \left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right)\left(1 - \frac{[p+n]}{[p]}\right)\left(\frac{[q+n]}{[q]}\right)$

und

und eben ſo mit den übrigen. Hieraus erhellet, daß man dieſe Verbindungen, für ſo viel Menſchen, aus ſo viel beſtimmten Mengen man will, leicht fortſetzen kann.

53) Es ſey aus (46) $\frac{[m+n]}{[m]} M = L$;

$$\frac{[p+n]}{[p]} P = \mathfrak{L};\ M - \frac{[m+n]}{[m]} M = G; \text{ und}$$

$$P - \frac{[p+n]}{[p]} P = \mathfrak{G};\ \text{ſo iſt } M = L + G;\ P = \mathfrak{L} + \mathfrak{G};$$

und das Produkt aus beiden, oder:

$$P M = \mathfrak{L} L + \mathfrak{L} G + \mathfrak{G} L + G \mathfrak{G}$$

hier iſt alſo nach (Cap. II. No. 24) P M = der Anzahl aller Fälle, wo zwei Perſonen, mit einander können verbunden ſeyn;

$\mathfrak{L} L$ = der Anzahl der Fälle, wo nach n Jahren, zwei Lebende, aus jeder Menge einer, verbunden ſeyn können;

$\mathfrak{L} G$ = der Anzahl der Fälle, wo ein Lebender der Menge P, mit einem Geſtorbenen, der Menge M, verbunden ſeyn kann;

$L \mathfrak{G}$ = der Anzahl der Fälle, wo ein Lebender der Menge M, mit einem Geſtorbenen der Menge P, verbunden ſeyn kann; und

$G \mathfrak{G}$ = der Anzahl der Fälle, wo zwei Geſtorbene, aus jeder Menge einer, verbunden ſeyn können.

54) Iſt aber P = M; und ſollen überhaupt nur vom Anfange an, M Verbindungen ſtatt finden, z. B. wenn P Ehefrauen, M Ehemänner wären, ſo finden überhaupt nur M Fälle ſtatt, und man hat denn in (53)

$$M = \frac{L \mathfrak{L}}{M} + \frac{\mathfrak{L} G}{M} + \frac{L \mathfrak{G}}{M} + \frac{G \mathfrak{G}}{M}$$

Und nun zeigt das erſte Glied rechter Hand an, die nach n Jahren noch ſtehenden Ehepaare; das zweite, die Paare, bey denen der Mann geſtorben iſt, die Frau noch lebt, alſo die Wittwen; das dritte, die Paare, wo die Frau geſtorben iſt, der Mann noch lebt, alſo die Wittwer; das vierte die ganz ausgeſtorbenen Ehen.

Dann ſind in den vorigen Zeichen, wenn E = der Anzahl der noch ſtehenden Ehepaare; W = der Anzahl der Wittwer; $\mathfrak{W}$ = der Anzahl der Wittwen; X = der Anzahl der ganz ausgeſtorbenen Ehen;

E =

$$E = \frac{L\mathfrak{L}}{M} = \frac{[m+n]}{[m]} \cdot \frac{[p+n]}{[p]} \cdot M$$

$$\mathfrak{W} = \frac{\mathfrak{L}G}{M} = \frac{[p+n]}{[p]} M - \frac{[m+n]}{[m]} \cdot \frac{[p+n]}{[p]} M = \frac{[p+n]}{[p]} M - E$$

$$W = \frac{L\mathfrak{G}}{M} - \frac{[m+n]}{[m]} M - \frac{[m+n]}{[m]} \cdot \frac{[p+n]}{[p]} M = \frac{[m+n]}{[m]} M - E$$

$$X = \frac{G\mathfrak{G}}{M} = M - \frac{[m+n]}{[m]} M - \frac{[p+n]}{[p]} M + \frac{[m+n]}{[m]} \cdot \frac{[p+n]}{[p]} M =$$

$$M - E - W - \mathfrak{W} = \left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right) M - \mathfrak{W}$$

55) **Exemp.** Es ſey $M = 10000$; $m = 30$ Jahr; $p = 20$ Jahr; n ſteige immer von 5 zu 5 Jahren; ſo iſt:

Am Ende des Jahres. n	Lebende Frauen.	Geſtorbene Frauen.	Lebende Männer.	Geſtorbene Männer.	Noch ſtehende Ehen. E	Lebende Wittwen. 𝔚	Lebende Wittwer. W	Ausgeſtorbene Ehen. X
0	10000	0	10000	0	10000	0	0	0
5	9600	400	9293	707	8922	678	371	29
10	9043	957	8534	1466	7717	1326	817	130
15	8395	1605	7689	2311	6454	1941	1235	370
20	7728	2272	6754	3246	5220	2508	1534	738
25	7175	2825	5748	4252	4124	3051	1624	1201
30	6392	3607	4701	5299	3004	3388	1697	1911
35	5559	4441	3524	6476	1963	3596	1561	2980
40	4684	5315	2360	7640	1105	3579	1255	4061
45	3729	6271	1413	8587	527	3202	886	5385
50	2579	7421	824	9176	213	2366	611	6810
55	1496	8504	421	9577	63	1433	358	8144
60	717	9283	154	9806	12	705	142	9101
65	299	9701	55	9945	1,6	297	53	9648
70	106	9894	7	9993	0	106	7	9887
75	20	9980	0	10000	0	20	0	9980
80	4	9996	0		0	4	0	9996
85	0	10000	0		0	0	0	10000

56) Die zweite Columne iſt nach Tab. VI. die vierte nach Tab. V. berechnet worden. Würden beide nach der allgemeinen Sterblichkeitsordnung berechnet; ſo würden die Weiber früher ſterben, die Männer länger leben, folglich in der Anzahl der Wittwer und Wittwen, hiedurch beträchtliche Fehler entſtehen.

Die Mitteljahre können hier, wie in (14), durch die Ordinaten, einer krummen Linie, gefunden werden.

Halley ſtellt dieſe Rechnung, durch ein Parallelogram vor, auf folgende Art. Es ſey (Fig. 2.) $ab = dc = M =$ der Menge jezt lebender Männer; $fb = G =$ der Anzahl der davon nach n Jahren geſtorbenen; alſo $af = L =$ der Anzahl der davon noch Lebenden; ſo iſt $ab = M = L + G$;

Es ſey $bc = ad = P =$ der Anzahl, der jezt lebenden Weiber; $ce = \mathfrak{G} =$ der davon nach n Jahren, geſtorbenen; alſo $be = \mathfrak{L}$ der davon dann noch Lebenden; ſo iſt $bc = P = \mathfrak{L} + \mathfrak{G}$; und der Innhalt des Parallelograms $PM = L\mathfrak{L} + L\mathfrak{G} + G\mathfrak{L} + G\mathfrak{G}$ wie in (53); folglich auch $ai = L\mathfrak{L}$; $gh = L\mathfrak{G}$; $fe = G\mathfrak{L}$; und $ic = G\mathfrak{G}$;

Verzeichnet man dieſes Parallelogram, auf einen Royalbogen, und trägt die Größen der zweiten und vierten Columne (55), nach einen ſehr großen Maaßſtabe auf; ſo kann man bloß durch Meſſungen, die ſechſte und folgende Columne finden.

Mir ſcheint dieſes Verfahren, nicht kürzer, als die leichte Rechnung aus (54), beſonders wenn man ſich der Logarithmen bedient. Dieſe giebt jeden Werth weit genauer, als ein 1000 theiliger Maaßſtab. Man kann es aber zur Prüfung gebrauchen, um etwanige Rechnungsfehler, zu entdecken.

Daß die Fehler, welche **P. P. Guden** im Hannöverſchen Magazine 1779. Stück 81 bis 83, dieſer Methode aufbürden will, nicht eintreffen können; kann jeder leicht einſehen. Sie ſollen aus dem Entſtehen des Parallelograms, durch **die Summirung von Punkten** entſpringen. Wer einen **Begriff von unendlich kleinen Größen** hat, und dabey bedenkt, daß die Linien ge, hf in unendlich kleinen Zeiten durch **unendlich kleine Räume geführt** werden, würde dieſes nicht behaupten.

Seine übrigen Einwendungen, ſind von gleicher Art, auch ſchon beynahe wörtlich, im Hannöverſchen Magazine 1777. Stück 41, 42. abgedruckt. **Kritter** zeigt in der Sammlung von dreien Aufſätzen ꝛc. No. III. die Fehler ſeiner Rechnungen und ſeine irrigen Schlüſſe auf das deutlichſte.

57) Auch durch folgende Schlüſſe kann man (55) berechnen:

Es leben jezt M Ehepaare, Männer und Frauen, von dem Alter in (54); ſo leben nach n Jahren, von den Männern noch $\frac{[m+n]}{[m]}$ M; alſo ſind in der Zeit geſtorben $\left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right)$ M; dieſe hätten eben ſo viele Wittwen nachlaſſen müſſen, wenn dieſe unſterblich wären.

Da ſie es nicht ſind; ſo ſind am Ende von n Jahren auch nur Wittwen vorhanden $\left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right)$ M weniger der Anzahl derer, die von dieſen Weibern, in der Zeit n geſtorben ſind. Sie waren am Anfange des Zeitraums p Jahre alt; alſo iſt hier 𝔚 $= \frac{[p+n]}{[p]} \left(1 - \frac{[m+n]}{[m]}\right)$ M.

Eben ſo auch, wenn man die Wittwer finden will. Man weiß alſo die Anzahl der noch lebenden Männer, und die Anzahl der darunter lebenden Wittwer. Aber alle Männer, weniger den Wittwern, geben die verheyratheten Männer; folglich $E = L - W$.

Eben ſo bey den Frauen, E = 𝔏 — 𝔊.

Nun macht aber jede Wittwe und jeder Wittwer ein halbes Ehepaar aus; alſo iſt die Anzahl der anfänglichen M Ehepaare, weniger der Anzahl der noch ſtehenden Ehen, weniger der Anzahl der Wittwer und Wittwen, gleich der Anzahl der ausgeſtorbenen Ehen; oder:

$$X = M - (E + W + 𝔚) \text{ wie in (54).}$$

58) Weil man hier nur wiſſen will, wie der Beſtand der M Ehepaare, nach einem gewiſſen Zeitraume n iſt; ſo kann man ihn gleichfals auf Zeiträume von 2n; 3n; kn Jahre finden, woraus die Tabelle in (55) entſteht. Oder um zu wiſſen, wie ſie ſich am Ende von 2n Jahren, verhalten; ſo verfahre man mit den, am Ende von n Jahren, vorhandenen E Ehepaaren, wie mit den M Paaren, im o Jahre; ſo ergiebt ſich hieraus E, für den zweiten Zeitraum n; und gleichfals W; 𝔚; X für E Ehepaare, wovon der Mann (m + n); die Frau (p + n) Jahre alt war.

Um aber die Anzahl aller verhandenen Wittwer und Wittwen, nach 2n Jahren zu wiſſen; ſo muß man finden, wie viele von den, am Ende von n Jahren, vorhanden geweſenen Wittwern und Wittwen, nach der Sterblichkeitsordnung, am Ende von 2n Jahren, noch verhanden ſind, und ſie zu den eben gefundenen Wittwern und Wittwen, von E Ehepaaren, addiren.

Die in dieſem Zeitraume geſtorbenen Wittwen, Wittwen und Wittwer, zu den ausgeſtorbenen X von E Ehepaaren addirt, giebt die Summe der am Ende des 2 n^{ten} Jahrs, ausgeſtorbenen Ehepaare.

Man nimmt alſo hier nicht an wie **Guden** meynt, daß die Wittwen und Wittwer unſterblich ſind; auch nicht, daß alle gerade am Ende von n Jahren abſterben. Man findet nur die Ueberlebenden. Die Geſtorbenen mögen geſtorben ſeyn wie ſie wollen; alſo auch allmählig dem Laufe der Natur gemäß.

59) Aus (55) erhellet, daß ohngefehr im zwei und zwanzigſten Jahre, nach dem Anfange der Ehe, ſchon die Hälfte der Ehen getrennet ſind; welche Zeit alſo, die **wahrſcheinliche Dauer** ſolcher Ehen iſt.

Die mittlere Ehendauer, wird eben ſo gefunden, wie die mittlere Lebensdauer, in (20); dann muß hier die ſechſte Columne, als dort die dritte betrachtet werden. Aber eine allgemeine Ehenordnung, würde nicht daraus entſtehen, weil man die Werthe von m und p ſehr oft verändern kann.

Eine **mittlere Ehenordnung** würde man erhalten, wenn man das Alter der Eheleute nach einem mittlern Durchſchnitte, nämlich die Männer zu 43, die Frauen zu 35 Jahr, annähme, damit wie in (54) vorgeſchrieben, und mit der daraus entſtehenden Columne E, nach (30. u. f.) verführe. Eben ſo für die Wittwen und Wittwer; wo aber freylich, der Beharrungszuſtand, auch voraus geſetzt wird.

In (55) iſt im acht und zwanzigſten Jahre, erſt die Hälfte aller Ehemänner; und im acht und dreiſigſten, die Hälfte aller Ehefrauen geſtorben. Nach 35 Jahren, iſt die Anzahl der Wittwen ein Größtes; ſie verhält ſich dann, zu der Anzahl der noch lebenden Frauen wie 1 : 1,54, zu der, der noch lebenden Männer wie 1 : 0,98, zu der, der Wittwer wie 1 : 0,434, zu der, der noch ſtehenden Ehen wie 1 : 0,546; ſo daß man dann ohngefehr, zwei Wittwen, gegen eine Ehe rechnen kann.

Dieſe Verhältniß der Wittwen, zu den Ehen, nimmt immer zu, bis ins ſiebzigſte Jahr, wo 106 Wittwen, und keine ſtehende Ehe vorhanden iſt. Und 15 Jahre, nach der Trennung der letzten Ehe, und 10 nach dem Tode, des letzten Wittwers, leben noch Wittwen.

60) Ueber die allmählige Entſtehung der Ehen giebt Hr. **Muret** in den Memoires de la ſoc. oeconom. de Berne, 1766. memoire prémier Tab. 7. die Erfahrungen für das Ländchen Wadt, von welchen ich hier die reducirten Zahlen wegen Mangel an andern, woraus man eine allgemeine Ordnung herleiten könnte, anführe.

Jahre-Alter.	ſterben von	Lebende.	Unter den Geſtorbenen ſind Mädchens.	Eheweiber.	Es verheyrath. ſichMädchen.	Summe der lebenden Frauen.	Summe der abgehenden Mädch.	Es bleiben Mädchen übrig.
	A	B	C	D	E	F	G	H
0	1601	10000	1601	0	0	0	1601	10000
1	480	8399	480	0	0	0	480	8399
2	619	7919	619	0	0	0	619	7919
5	467	7300	467	0	0	0	467	7300
10	215	6833	215	0	0	0	215	6833
15	213	6618	205	8	866	858	1071	6618
20	201	6405	173	28	1783	2613	1956	5547
25	237	6204	114	123	1293	3883	1407	3591
30	220	5967	65	155	533	4261	598	2184
35	344	5747	75	269	334	4326	409	1586
40	294	5403	62	232	142	4236	204	1177
45	494	5109	111	383	122	3975	233	973
50	1253	4615						740
60	1638	3362						
70	1373	1724						
80	281	441						
85		160						

Die Columne B enthält die reducirten Erfahrungen; Hieraus entſteht die Columne A wie in (20); Columne D gleichfals aus Erfahrungen; jede Zahl der Columne C iſt = der nebenſtehenden der Columne A — der der Columne D; die Columne E, iſt auch aus Erfahrungen gegeben; die Columne F entſteht, wenn man die Columne E von oben herab addirt, und von der Summe, die Summe der Columne D (gleichfals von oben herab addirt,) abzieht; jede Zahl der Columne G, iſt = der nebenſtehenden der Columne E + Columne C; und hieraus entſteht die Columne H, wie die Columne B, aus der Columne A.

Die ganzen Angaben, gründen ſich auf 15 jährige Erfahrungen, aus 35 Kirchſpielen.

61) Man mag dieſe Sterblichkeitsordnung, mit allen bekannten vergleichen, ſo wird ſie doch immer weit von ihnen abweichen. Aus der Columne B erhellet, daß die wahrſcheinliche Lebensdauer in dem Ländchen Wadt ohngefehr 46 Jahr iſt, da die aus den bekannten Tabellen, zwiſchen 14 und 27 Jahren, wanket.

wanket. Sollten die Kirchenbücher vielleicht nicht mit der Genauigkeit abgefaßt ſeyn, als ſie angegeben wird? Wäre dieſes nicht, ſo müßte man es der größern Lebenskraft, beſonders in den Jahren der Kindheit, dem vortreflichen Clima, den unverderbteren Sitten, dem geſunderen Blute der Eltern, und ihrer größern Sorgfalt für ihre Kinder, und dem Falle zuſchreiben, daß ſie faſt aus lauter Landleuten beſtehen. Denn geſetzt auch, daß die ſchweizeriſchen Aerzte eine gröſſere Kenntniß der Kinderkrankheiten hätten, als an andern Orten, auch durch ſie den Epidemien größerer Einhalt gethan würde; ſo kann doch dieſes auf das Ganze, keinen großen Einfluß haben, weil nach Murets Zeugniſſe, a. a. O. S. 100. alte Weiber oft ihre Stelle vertreten, und durch die ſchlechte Geburthshülfe, manchem Kinde ein kränkliches Leben verſchaffet wird. Daß die Ordnung dem Geſetze der Steetigkeit nicht folget, erhellet aus Columne A, wo die Differenzen bald ſteigen bald fallen, beſonders von dem fünf und zwanzigſten Jahre bis ans funfzigſte.

Die Summe aller Heyrathenden iſt = 5073; wenn man annimmt, daß keine ledige Frauensperſon über 50 Jahr noch heyrathet. Sie iſt ohngefehr die Hälfte aller Gebohrnen, welches auch mit den übrigen Erfahrungen, beſtehen kann, da ſchon ſehr viele, zwiſchen 15 und 20 Jahren heyrathen, und in unſern Gegenden verhältnißmäßig noch mehrere heyrathen müſſen. Eine allgemeine Erfahrung iſt es, daß die Weiber im Eheſtande länger leben, als wenn ſie unverheyrathet bleiben. Man könnte ihre geringere Sterblichkeit, aus den Mortalitätstabellen berechnen, aber eine Unrichtigkeit, würde hier ziemliche Irrthümer hervorbringen, nähmlich die, daß die Heyrathenden ausgeſuchte Leute, die aus den Tabellen, Leute von allen Arten ſind.

62) Ein Verzeichniß der hieher gehörenden Schriften, findet man in Süßmilch, III. Th. p. 25. f.

Krünitz, ökonomiſche Encyclopädie IIII. Th. p. 224. f.

Seyberth, de reditu annuo praeſertim vitali, Lipſ. 1767. p.

Gregorio Fontana, dottrina degli azzardi, in Milano. 1776. diſcorſo preliminare. p. LIX. f. die Vornehmſten darunter ſind:

Ioh. Graunt's natural and political Obſervations on the Bills of Mortality of London, Lond. 1676. überſetzt Leipzig, 1702.

William Petty's Upon the Dublin Bills of mortality, Lond. 1683.

Thom. Short's Obſerv. on Bills of mortality, Lond. 1750.

Corbyn Morris Obſervat. on the paſt growth of London Bills of mortality, Lond. 1759.

Haygarth Obſerv. on the Bill of mortality in Cheſter. Lond. 1774.

Philo-

Philoſoph. Tranſact. vom Jahre 1748; 54; 55; 56. auch in den neuern Bänden.

Deparcieux, ſiehe (16); und ſupplement à ſon ouvrage.

Cheſeaux ſur le nombre des perſonnes qui meurent à chaque âge. Geneve, 1754. auch in ſeinen mémoires poſthumes p. 187.

Meſſange Recherches ſur la population etc. Paris, 1766.

Kerſeboom ſiehe (16).

Struyk, Inleiding tot de algemeene Geographie, Amſterd. 1740.

Ebenderſ. Verfolg van de Staat van't Menſchelyk Geſchlagt, in ſeinem Werke Verfolg van de Staartſteeren. Amſt. 1753.

Ebenderſ. Nader Ondekkingen noopens den Staat van't Menſchelyk Geſchlagt. 1753.

Memoires der Academie zu Harlem, Tom. V. 1760. Tom. VI. 1762. Tom. VIII. 1765.

Paludanus Verhandeling over het Getal der Inwooneren, Huizen, jaerlyks Geboorenen, Getrouwde Paeren, en Geſtorvenen, binnen de Stad Alkmaer. Harlem. 1773.

Schwediſche Abhandlungen, überſetzt von Herrn Hofrath Käſtner, Tom. IX. Jahr 1746. Tom XVI. 1754. p. 163. p. 245. f. Tom. XVII. 1755. p. 3. 81. 159. 237. f. auch einige Stücke in den folgenden und noch nicht überſetzten Bänden.

Süßmilch in ſeinem öfters angeführten, und noch öfterer gebrauchtem Werke.

Mares Laſtri, Richerche ſul antica e moderna popolazione della Città di Firenze per mezzo dei Regiſtri del Battiſtero di S. Giovanni dal 1451. al 1774. Firenze, 1775.

Und viele andere Werke in denen einzelne Stellen vorkommen; auch verſchiedene periodiſche Schriften, als Schlözers Briefwechſel, deutſches Muſeum ꝛc.

63) Den Gebrauch dieſer Lehren zeigen an von Juſti in ſeiner Policeywiſſenſchaft §. 226. f. auch in den erſten Blättern der Göttingiſchen Policeyamts Nachrichten, 1756. Süßmilch auf jeder Seite ſeines ſchätzbaren Buchs; und hin und wieder alle, in (62) angeführte Schriftſteller. Einige vorläufige Anwendungen derſelben erhellen aus folgenden:

Man will die Anzahl der Kopfgeldzahlenden eines Landes wiſſen. Hiezu muß die Anzahl aller Gebohrnen oder Geſtorbenen, und das Maaß der Fruchtbarkeit oder Sterblichkeit des Landes, bekannt ſeyn, damit man nach (7) die Anzahl aller Lebenden finden kann. Ferner von welchem Jahre

re an, bis auf welches Jahr des Alters, die Leute Kopfgeld zahlen. Dieß iſt gewöhnlich von funfzehnten bis zum ſechzigſten Jahre.

Es ſey nun L = der Menge der Lebenden; ſo erhellet aus Tab. IV. daß die Summe aller Lebenden von 15 bis 60 Jahr nach der Sterblichkeitsordnung iſt = 201781 — 26674 = 174007; folglich hat man:

$$292680 : 174007 = L : \frac{174007}{292680} L$$
$$= L : 0{,}598283 \cdot L$$

Exemp. Das Herzogthum Braunſchweig Wolfenbüttel, ſoll nach einer Zählung enthalten 161000 Menſchen. Alſo iſt die Menge der Kopfgeldzahlenden darinn = 0,598283 · 161000 = 96323,563; wenn die angegebene Zählung nicht allein Leute von einem gewiſſen Alter, ſondern auch neugebohrne Kinder einſchließt.

64) Eben ſo wird auch die Menge der ſtreitbaren Männer eines Landes gefunden, worunter man gewöhnlich, die zwiſchen 20 und 60 Jahren rechnet. Sucht man dieſe Menge aber nach der allgemeinen Sterblichkeitsordnung; ſo iſt offenbar, daß man die gefundene Zahl in der Verhältniß 108 : 100, theilen muß (41); weil ſie aus der Summe von Männern und Weibern des Alters beſteht.

Uebrigens muß man nicht glauben, daß dieſe Summe der ſtreitbaren Männer, könnte zu Soldaten angeworben werden. Alle politiſche Calculators kommen darin überein, daß man ohne einem Lande zu ſchaden, nicht mehr, als den hundertſten Kopf, anwerben darf.

65) N hat das Recht, bey dem Sterbefalle eines gewiſſen Pfarrers, den neuen zu ernennen, und zwar ſo, daß er dann immer ſelbſt auf ein Jahr, einen gewiſſen Theil S des Einkommens der Pfarre zieht; z. B. die halbjährigen Einkünfte. Wieviel iſt ihm dieſes Recht werth?

Hiezu muß das Alter des jezigen Pfarrers, und die Zwiſchenzeiten gegeben ſeyn, in denen nach einem mittlern Durchſchnitte, jedesmal ein neuer Pfarrer ernannt wird. Des jezigen Alter ſey ſo beſchaffen, daß er noch m Jahre mittlere Lebensdauer hat; jede Zwiſchenzeit ſey = n;

Man betrachte den Werth des Rechts, nach m Jahren; ſo iſt ſein Werth dann gleich dem, einer Rente S, die von jezt an gezogen, und nach Zwiſchenzeiten n, bis in Ewigkeit, ausbezahlt wird; alſo =

$$S\left(1 + \frac{1}{\varrho^n} + \frac{1}{\varrho^{2n}} + \frac{1}{\varrho^{3n}} + \cdots\right) = \frac{\varrho^n \cdot S}{\varrho^n - 1}$$ nach (Käſtner Anal. end. Gr. 7)

Folglich

Folglich der jezige Werth = $\frac{\varrho^n S}{(\varrho^n - 1)\varrho^m}$

Exemp. Der jezige Pfarrer iſt 55 Jahr alt; die Pfarrer kommen im Durchſchnitte mit 30 Jahren ins Amt; ſo iſt nach Tab. V. m = 15; n = 28; nach der mittlern Lebensdauer; Es ſey S = 100;

$$\text{ſo iſt log. } (\varrho^{28} - 1) = 0{,}4654019$$
$$\text{log. } \varrho^{15} = 0{,}3178395$$
$$0{,}7832414 \text{ abgezogen von}$$
$$2 + \text{log. } \varrho^{28} = 2{,}5933004$$
$$\text{log. des Werths des Rechts} = 1{,}8100590$$
$$\text{giebt dieſen Werth} = 64{,}5742.$$

Auf gleiche Weiſe wird auch die Rechnung, bey dem Verkauſe eines Erbenzinsrechts, geführt.

66) Bey Erkaufung der Güther auf Lebenszeiten, muß der Kaufpreiß nach der mittlern Lebensdauer der Käufer beſtimmt werden. Z. B. N kauft ein Hauß, ſo, daß es nach dem Tode ſeines lezten Enkels, wieder an den vorigen Beſitzer fallen ſoll. Um nun den Kaufpreiß zu beſtimmen, muß die jährliche Nutzung des Hauſes, und die mittlere Lebensdauer des Käufers, ſeines Sohns, und jüngſten Enkels, gegeben ſeyn. Z. B. N ſey 30 Jahr alt; ſo iſt ſeine mittlere Lebensdauer 29 Jahr; er ſtirbt wahrſcheinlicher weiſe, wenn ſein jüngſter Sohn 20 Jahr alt iſt; dieſes ſeine Lebensdauer iſt dann = 35 Jahr, und er ſtirbt, da ſein jüngſter Sohn oder N's jüngſter Enkel, 18 Jahr alt iſt, folglich eine Lebensdauer von 36 Jahren hat. N wird alſo mit ſeinen Erben, das Hauß 29 + 35 + 36 = 100 Jahre beſitzen. Der jährliche Ertrag des Hauſes, iſt nach Abzug der im mittlern Durchſchnitt berechneten Reparaturen und Abgaben = 100 Rthl. ſo iſt der jezige des 100 jährigen Beſitzens, gleich dem Werthe eines 100 jährigen Einkommens jährlich zu 100 Rthl. alſo nach Tab. III. = 1984,8443039 Rthl.

67) Eben ſo wird auch die Rechnung geführt, bey Erbauung der Güther auf fremden Boden, die nach einer gewiſſen Zeit, dem Eigenthümer des Bodens zufallen, wogegen er aber, in der Zeit, keinen Nutzen von ſeinem Boden zieht, z. B. die Kloſterhäuſer in Hildesheim. Hier wird aber eigentlich die Zeit geſucht, wie lange der Bauherr, für ſeine angewandten Koſten, den Genuß des Bodens hat, und giebt ſie in Lebezeiten an. Sie ſey in Jahren = n; die Baukoſten = S; der jährliche Ertrag des Bodens, nach Abzug der Abgaben ꝛc. = A; ſo iſt $\varrho^n S = \varrho A \cdot \frac{\varrho^n - 1}{\varrho - 1}$

$$\text{alſo } n = \frac{\log. \varrho A - \log. (\varrho A - (\varrho - 1) S)}{\log. \varrho}$$

Vielleicht müßte aber auch, bey beiden Aufgaben, mit auf die Wahrſcheinlichkeit geſehen werden, welche der Käufer hat, ohne Kinder zu ſterben. Dann iſt offenbar, daß hiedurch der Kaufpreiß verkleinert wird.

68) N iſt 45 Jahr alt; verreiſet, 20 Jahre durch vernimmt man nichts von ihm. Seine Verwandte verlangen wegen Erbſchaftsſachen zu wiſſen, ob er tod ſey oder noch lebe.

Dieſes muß nach der Wahrſcheinlichkeit beantwortet werden. Die Columne F aus Tab. V. giebt, daß ein 45 jähriger wahrſcheinlich, nur noch 19,35 Jahre leben wird. Er wird alſo für tod gehalten.

Vlpianus beſtimmt l. 68. ad. leg. Falc. die wahrſcheinliche Lebensdauer auf folgende Art:

Alter des Menſchen.	Wahrſcheinliche Lebensdauer.
0 — 20 Jahr.	30 Jahr.
20 — 25 —	28 —
25 — 30 —	25 —
30 — 35 —	22 —
35 — 40 —	20 —
40 — 50 —	ſo viel Jahre als an 50 fehlen.
50 — 55 —	9 —
55 — 60 —	7 —
60 und drüber.	5 —

Dieſe Beſtimmung tritt freylich der wahren näher, als die vor Ulpians Zeiten, wo die wahrſcheinliche Lebensdauer von 0 bis 30 Jahr, auf 30 Jahr; von 30 bis 60 Jahr, auf das Complement des Alters zu 60 Jahr; und das höchſte Leben, auf 60 Jahr feſtgeſetzt war. Wieweit ſie aber noch von der wahren entfernt iſt, zeigt eine Vergleichung mit Tab. V.

Ob man die aufgegebene Frage, nach Ulpians Beſtimmung, im Gerichte entſcheiden müßte, iſt nicht ausgemacht, weil er ſeine Beſtimmung nur angiebt, um den Werth eines *Legati annui* zu finden: Ob man aber auch nicht billiger wäre, in dieſem Falle nach unſern bewährten Erfahrungen zu ſprechen, muß man den Geſetzgebenden Mächten überlaſſen.

69) Ein regierender Herr, will Kriegsleute in fremden Sold geben. Wieviel muß er ſich für jeden Mann zahlen laſſen?

Iſt es ein langwieriger Krieg; ſo kann man annehmen, daß faſt keine zurück kommen; welches ganz eintritt, wenn ſie auf Lebenszeit in Sold gegeben werden. Man muß alſo die Folgen dieſer Emigration, auf die Einkünfte des Fürſten betrachten.

Die Menge derer, die in fremden Sold gegeben werden, ſey = 10000, die im Durchſchnitte 33 Jahre alt ſind; dieſe ihre mittlere Lebensdauer iſt alſo 27 Jahr. Jeder Kopf, der über 20 Jahr alt iſt, bringt dem Fürſten jährlich a ein. Der Fürſt verliert alſo eine jährliche Einnahme von 10000 · a auf 27 Jahre.

Aus den 10000 Männern, wären gewiß 8000 Ehemänner entſtanden, alſo eben ſo viel Ehen; die 32000 Kinder gegeben hätten. Nimmt man nun an, daß alle Kinder im ſiebenten Jahre, nach der Ehe gezeugt ſind; ſo leben bey dem Tode der Väter, alſo wenn die Kinder im Durchſchnitt 20 Jahr alt ſind, gewiß noch 18000 davon, (weil ſie größtentheils Landleute ſind) deren mittlere Lebensdauer, 35 Jahre iſt. Folglich verliert der Fürſte, nach dem Tode der in Sold gegebenen, eine jährliche Einnahme von 18000 · a bis in Ewigkeit, welches daraus erhellet, daß das Land in Betrachtung ihrer, wenigſtens im Beharrungszuſtande bleiben müßte, folglich von dieſen 18000 Kindern wieder 8000 Ehen entſtehen müßten; ꝛc.

Nach 27 Jahren iſt alſo der Werth einer jährlichen Einnahme von 18000 · a bis in Ewigkeit $= 18000 \cdot a \left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho^2} + \frac{1}{\varrho^3} + \cdots\right) =$

$18000 \cdot a \left(\frac{1}{\varrho - 1}\right)$ (Käſtner Anal. end. Gr. 7.)

$$\text{Alſo der jezige Werth davon} = \frac{18000 \cdot a}{\varrho^{27}(\varrho - 1)}$$

Ferner iſt der jezige Werth, einer jährlichen Einnahme von 10000 · a, die 27 Jahre dauert

$$= \frac{(\varrho^{27} - 1)\ 10000\ a}{(\varrho - 1)\ \varrho^{27}} \text{ nach (Cap. I. 27)}$$

folglich die Summe von beiden, der jezige Werth des Verluſtes. Bekömmt der Fürſte nun für jeden Mann S; ſo müſſen die 10000 S wenigſtens dem jezigen Verluſte gleich ſeyn; Man hat alſo:

$$10000\ S = \frac{(\varrho^{27} - 1)\ 10000 \cdot a}{(\varrho - 1)\ \varrho^{27}} + \frac{18000 \cdot a}{(\varrho - 1)\ \varrho^{27}} \text{ oder}$$

$$S = \frac{((\varrho^{27} - 1) + 1,8)a}{(\varrho - 1)\,\varrho^{27}}$$

70) **Exemp.** Es ſey a = 3 Rthl. ſo iſt nach Tab. I.

$$\varrho^{27} - 1 = 2,73345632$$
$$+ 1,8$$
$$4,53345632$$
$$\log.\ \text{hievon} = 0,6564294$$
$$\log.\ a = 0,4771213$$
$$\log.\ \frac{1}{\varrho - 1} = 1,3010300$$
$$\log.\ \frac{1}{\varrho^{27}} = 0,4279249 - 1$$
$$\log.\ S = 1,8625056$$
$$\text{giebt}\ S = 72,86276\ldots$$

Bekömmt nun der Landesherr für den Mann 100 Rthl. und kann ihn mit Handgelde und Montirung für 27,137 Rthl. ſtellen, ſo werden ſeine Einkünfte wenigſtens nicht vermindert.

Ob es aber dem Lande vortheilhaft iſt, beſonders wenn es nicht unter die größten gehört, dieſes iſt eine ganz andere Frage, die man wahrſcheinlich immer verneinend beantworten kann.

71) Aus dem ſchwediſchen Tabellenwerke erhellet, daß dort ein Menſch jährlich an Staats Intereſſe werth iſt 111 fl. Züricher Geld. Verliert alſo das Land einen Menſchen, ſo verliert es eine ſo große Rente, als das Staats Intereſſe werth iſt, auf ſo viele Jahre, als der Menſch noch mittlere Lebensdauer hat.

Die Schweizeriſchen Soldaten, werden für Frankreich auf 6 Jahre geworben; und Frankreich bezahlt für jeden Mann 122 fl. Geſetzt, daß die Schweiz das Staats Intereſſe eben ſo hoch bringt, als Schweden, ferner, daß die Soldaten, nach der gewöhnlichen Sterblichkeitsordnung ſterben; endlich daß ſie bey der Werbung im Durchſchnitte 30 Jahr alt ſind; ſo kehren von 1000 Geworbenen nach 6 Jahren 914 ins Vaterland zurück. Man kann alſo rechnen, daß durch ihre Abweſenheit das Staats Intereſſe jährlich verlohren hat $\frac{1000 + 914}{2} \cdot 111$ fl. $= 957 \cdot 111 = 106227$ fl. Der jezige Werth des ganzen Verluſts iſt alſo nach Tab. III. zu 4. p. c. gerechnet =

$$\frac{524 \cdot 106227}{100} \text{ fl.} = 556630 \text{ fl.}$$

dafür erhält die Schweiz = 122000

ſie verliehrt alſo würklich 434630 fl.

alſo auf jeden Mann, ohngefehr 435 fl.

So führt ohngefehr Schlözer Briefwechſel Th. VI. Heft 31 — 36. 1780. p. 81. eine Vergleichung zwiſchen franzöſiſchem Gelde und ſchweizeriſchem Blute. Er berechnet, daß die Schweiz 582 fl. an jeden Mann verlöhre, wahrſcheinlich durch einem Rechnungsfehler. Bey der ganzen Vergleichung aber, tritt der Fehler ein, daß das ſchwediſche Staats Intereſſe, von dem ſchweizeriſchen, ſehr verſchieden iſt, und daß es nicht beſtimmt iſt, wie viele von den 1000 Rekruten zurückkehren. Gewiß viel weniger als hier angenommen werden, nach Mürets Zeugniſſe. Und ſo müßte auch der Verluſt in Anſchlag gebracht werden, den die ſchweizeriſche Bevölkerung hiedurch leidet.

Viertes Capittel.

Jahrrenten, Leibrenten, Tontinen.

1) Errichten Gläubiger und Schuldner den Vertrag, daß dieſer jenem, die von ihm empfangene Summe S, in gewiſſen, z. B. n Jahren jährlich zu gleichen Theilen R abbezahle, ſo heißt dieſes ein Jahrrenten, Zeitrenten, Annuitätenvertrag; Die jährliche Einnahme R des Gläubigers heißt die Jahrrente, der Gläubiger der Rentenirer, der Schuldner der Entrepreneur; die Summe S aber, des Rentenirers Miſe.

Wie groß R für ein gegebenes S und n ſeyn müſſe, und umgekehrt, erhellet aus (Cap. I. 36.) und Tabelle III.

In eben den Geldſorten, worinne die Miſe ausbezahlt worden, wird auch die Rente bezahlt, wenigſtens auf einem reducirten Fuſſe; ſo, daß wenn die Entrepriſe bis in Ewigkeit dauerte, auch in der Zeit keine Aenderung in den Geldſorten vorkommen kann. Wer alſo die Miſe in L. D. zu 5 Rthl. bezahlt, der bekömmt die Rente auch in L. D. zu 5 Rthl. von eben dem Gewichte, ſein Werth mag auf 10 Rthl. ſteigen, oder auf 3 Rthl. fallen. Dieſes wird bey allen ähnlichen Geldzahlungen voraus geſetzt.

Stirbt der Rentenirer früher, als die n Jahre um ſind, ſo **fällt die Rente auf ſeine Erben**, denn der Entrepreneur, darf nicht eher mit der Bezahlung aufhören, als bis die erlegte Miſe S mit den Zinſen, in n Jahren zu gleichen Theilen, abgetragen iſt.

2) Eine ſolche Jahrrente, kann ſich jeder kaufen, der das Vermögen dazu hat, ſo wohl das Geld, als auch die Erlaubniß. Minderjährigen iſt es ohne Bewilligung der Vormünder, nicht verſtattet.

Zum Entrepreneur kann ſich gleichfals ein jeder aufſtellen, dem es nicht verbothen iſt. *) Der Rentenirer eigene Sicherheit will es, daß ſie nur mit einem bemittelten Manne, der ihnen eine proportionale Caution ſtellen kann, den Vertrag eingehen.

Der Rentenirer kann ſeine Rente wieder verkaufen an wen er will, auch wenn er ſie ſchon einige Zeit genoſſen hat. Er habe ſie p Jahre gezogen; ſo iſt dann der Kaufpreiß der Rente, gleich dem jezigen Werthe einer Jahrrente R, die (n — p) Jahre hintereinander, ſoll gezogen werden. Er wird nach (Cap. I. 36) und Tab. III. gefunden. Aber zur Sicherheit aller Theile iſt es nöthig, daß jeder Verkauf der Rente, dem Entrepreneur, von dem Verkäufer, angezeigt werde. Hieraus folgt, daß wenn der Schein einer Rente verlohren wird, der Eigenthümer deſſelben, es dem Entrepreneur anzeigt, der den alten annulliret, und dem Eigenthümer einen neuen Schein, mit einer veränderten Nummer, giebt, worauf die vorige Rente gehoben wird. Dieſes tritt bey allen ähnlichen Geldzahlungen ein.

3) Iſt in (1) n gleich der Anzahl der Jahre, die der Rentenirer noch zu leben hoft; und S = ſeinem ganzen Vermögen; ſo iſt offenbar, daß es in n Jahren ganz verzehrt wird, folglich daß ſeine Erben nichts bekommen werden, und er, wenn er die n Jahre überleben ſollte, ein armer Mann ſeyn wird. Dieſes pflegen ſolche zu thun, die mit den Zinſen ihres Capitals, ihre jährlichen Ausgaben nicht beſtreiten können, und durch eigenen Fleiß ſich nichts dazu verdienen wollen. Wenigſtens müßte der Staat in dieſem Falle befehlen, daß das n ſo hoch angenommen würde, daß es beynahe Gewißheit iſt, daß kein Menſch es überleben wird; z. B. daß n das Lebenscomplement ſey, wenn die Dauer des Lebens zu 96 Jahre angenommen wird.

4) In Engeland ſind dieſe Verträge ſehr im Gange. Auch kann ſie ein jeder Staat gebrauchen, um geſchwind Geld zu bekommen. In dieſem Falle werden alle Miſen gleich geſezt, und **Aktien** genannt; wobey es aber jedem Ren-

*) Nemo prius a contractu removendus eſt, quam cum conditiones ejus aut impleri nequit, aut ſpeciali lege prohibetur. *Seyberth* p. 21. *Willenberg* de vitalitio. Gedani; 1701. §. 16.

Rentenirer verſtattet iſt, ſo viel Aktien zu erkaufen, als er will. Das n beſtimmt der Staat, je nachdem er das Aktiencapital in kürzerer oder längerer Zeit, abtragen will. Je länger dieſe iſt; je kleiner wird die Jahrrente und umgekehrt. Dann haben alle eine gleich lange Zeit die Rente zu ziehen, und nach n Jahren, wird jedem Rentenirer, der letzte Theil ſeiner Aktie bezahlt, oder der letzte Theil der Schuld getilget ſeyn.

5) Sollen aber nicht alle auf einmal befriediget, ſondern die eine Aktie früher als die andere abbezahlet werden; ſo kann man auf folgende Art verfahren: Die Summe aller R, die der Entrepreneur an alle Intereſſenten jährlich auszahlen muß, iſt beſtimmt. Nun bezahle er am Ende jedes Jahres, nur die Zinſen aller Aktien, und mit dem Reſte der Renten, tilge er ſo viel Aktien, als er kann, ſo lange bis die letzten Aktien getilget werden. Offenbar iſt es, daß da R ſich immer gleich bleibt, die jährlichen Zinſen aber immer abnehmen, man von Jahre zu Jahre wird mehr Aktien abtragen können.

Die Rechnung hiezu wäre folgende. Geſetzt daß 1000 Aktien jede von 100 Rthl. in 50 Jahren ganz getilget werden ſollten; ſo erhellet aus Tab. III. daß die Summe, die der Entrepreneur jährlich ausbezahlen muß, ſeyn wird = $\frac{100 \cdot 100000}{1825,64584}$ Rthl. = 5477 Rthl.

Am Ende des erſten Jahres, betragen die Zinſen der ſämtlichen Aktien, 5000 Rthl. alſo können dann, vier Aktien getilget werden, und bleibt noch übrig 77 Rthl. folglich für die Zahlung am Ende des zweiten Jahrs 5554 Rthl. Es werden alſo dann fünf Aktien ganz getilget, und bleibt Reſt 74 Rthl. alſo für die Zahlung am Ende des dritten Jahres 5551 Rthl. Die Summe der Zinſen für das Jahr beträgt 4955 Rthl. es können alſo fünf Aktien getilget werden, und bleibt Reſt 96 Rthl. alſo für das vierte Jahr 5573 Rthl. aber die Summe der Zinſen beträgt dann 4930 Rthl. folglich werden ſechs Aktien getilget und bleibt Reſt 43 Rthl. u. ſ. w.

6) Nun können die Aktien in Claſſen vertheilet werden, nach der Anzahl der Jahre, in denen ihre Tilgung geſchehen ſoll. So kann jeder Intereſſent die wählen, welche ſeinen Umſtänden am gemeſſenſten iſt, nähmlich ſo, daß er ſein Geld dann wieder bekömmt, wenn er es am beſten zu nützen gedenkt. Sollte er es vorhin gebrauchen müſſen, ſo kann er nach (2) durch den Verkauf der Aktie, leichte zu ſeinem Gelde kommen.

Wird die Entrepriſe nicht in Claſſen getheilt; ſo kann man alle Aktien in eine Lotterie legen, die ſo viel Ziehungen hat, als Claſſen da ſeyn müßten. Die Anzahl der bey jeder Ziehung heraus kommenden Aktien, iſt eben die, wie bey den Claſſen in (5); z. B. bey der dritten 5, bey der vierten 6. Sollte man fürch-

ten,

ten, daß hiedurch die Aktien zu ſehr zerſtreuet würden, ſo könnte man bey jeder Ziehung nur eine Nummer ziehen, und beſtimmen, daß dann die gehörige Anzahl Aktien, in auf einander folgender Reihe, getilget würde.

7) Der Tag der erſten Zahlung, hängt von der Beſtimmung im Contrakte ab. Er kann gleich nach Verlauf des erſten Jahrs, oder auch erſt nach einigen Jahren eintreten. Auch können die Renten halbjährig ausbezahlt werden, wozu die gehörigen Rechnungen im erſten Capitel vorkommen.

Die Annuität wird nicht eher geſchloſſen, als bis alle Aktien verkauft ſind. Da dieſes nach gerade geſchieht, und es unbillig wäre, daß der, der die erſte Aktie gekauft hätte, wegen der Zeit die auf den Verkauf aller Aktien verſtreicht, nicht mehr Vortheil haben ſollte, als der, der die letzte kaufte; es aber offenbar iſt, daß die Annuität ihm denſelben nicht geben kann; ſo folgt hieraus, daß er ſein Geld ſo lange muß im Beſitze behalten, bis von allen Intereſſenten die Aktien bezahlt werden. Es wird alſo nur eine Subſcription eröfnet, wo jeder ſeinen Namen, und die Zahl der Aktien die er kaufen will, angiebt. Hat jede Aktie ihren Subſcribenten, ſo wird der Tag, an dem ſie ſollen gelöſet werden, öffentlich kund gemacht. An beiden Theilen der Contrahenten, findet aber eher keine Verbindlichkeit ſtatt, als bis das Geld vom Rentenirer ausbezahlt, und vom Entrepreneur angenommen iſt.

Der Weg der Subſcription ſcheint der einzige zu ſeyn, um bey allen ähnlichen Contrakten, die nur dann erſt ihren Anfang nehmen ſollen, wenn eine gewiſſe Summe Geldes zuſammen gebracht iſt, eine Gewißheit wegen dieſer Summe zu erlangen.

Von den Leibrenten.

8) Die Leibrente iſt von der Annuität darinn verſchieden, daß hier der Rentenirer, die Rente ſo lange genieſſet, als er lebt. Der Jahrrente Ende iſt immer beſtimmt, hier hängt es von dem ungewiſſen Leben des Rentenirers ab. Es erhellet hieraus, daß man den Werth der Renten nicht nach dem erſten Capittel berechnen kann, ſondern Mortalitätstabellen zum Grunde legen muß. Auch iſt es offenbar, daß für eben die Miſe, ein älterer Rentenirer, wird eine größere Rente genieſſen können, als ein jüngerer; und umgekehrt.

9) Jede Rente, geht alſo nur auf das Leben eines, oder mehrerer beſtimmten Menſchen. Folglich kann man nicht mit dieſen Aktien, wie mit denen in (2) handeln, wenigſtens nicht in Betrachtung des Entrepreneurs, weil man ihm in die Stelle der beſtimmten Menſchen, keine andern ſetzen kann, von denen man

mit

mit Gewißheit ſagen könnte, daß ſie nicht längere und nicht kürzere Zeit als dieſe beſtimmten Menſchen leben werden. l. 8. §. 10. de transact.

Sonſt kann ſie jeder anderer ziehen, ſo lange er des Rentenirers Leben, und ſein Recht ſie zu ziehen, beweiſen kann, entweder durch Darſtellung des Rentenirers, oder durch gerichtliche Beſcheinigung ſeines Lebens, und durch Vorzeigung der Aktie; welches leztere auch bey jeder Hebung, von dem Rentenirer ſelbſt, geſchehen muß.

10) Erkaufen kann ſich ein jeder eine Leibrente wie bey der Annuität; auch Eltern für ihre eben gebohrne Kinder. Leibrentengeſellſchaften errichten, kann gleichfals ein jeder dem es nicht verbothen iſt. (*) Fürſten, Staaten, einzelne Städte, Handlungsgeſellſchaften, und einzelne Particuliers haben ſie errichtet; ja auch in Frankreich Kirchen und Klöſter, acta erudit. 1688. p. 86.

v. **Bielefeld** Lehrbegriff der Staatskunſt II. Th. Cap. 14. §. 49. behauptet, daß keine Privatperſon ein Entrepreneur dieſer Geſellſchaften ſeyn dürfte, 1) weil der Fürſte, als der Unterthanen Vormund, nicht zugeben dürfte, daß unter ihnen Verträge geſchloſſen würden, die leicht einem von beiden Theilen, zum Schaden gereichen könnten; 2) weil dadurch der Bürger zum müßigen Leben gereizt würde; 3) weil der Privatmann nicht Sicherheit genug geben könnte; 4) und weil es als ein Mittel in der Geſchwindigkeit große Summen zu heben, dem Staate allein zuſtehen könnte.

Hier trift offenbar nur die dritte Urſache den Privatmann, und die lezte in ſo fern ein Vertrag errichtet ſeyn kann, daß alle dergleichen Mittel dem Staate allein zuſtehen ſollen. Und wenn dieſes auch nicht iſt; ſo erhellet aus der dritten, daß kein Privatmann eine große Menge Rentenirer zuſammen bringen, folglich das Mittel für den Staat unverlezt bleiben wird.

Aus der erſten folgt eben ſo leichte, daß der Landesherr gar keinen Handel geſtatten müßte, wobey etwas zu wagen wäre. Und der Reiz zum müßigen Leben bleibt eben derſelbe, der Bürger mag die Unterſtützung ſeines Müßiggangs von einem Privatmanne, oder von dem Staate ſelbſt erhalten; folglich dürfte dieſer eben ſo wenig eine ſolche Entrepriſe errichten.

11) Zur Sicherheit, daß die Rentenirer, ſo lange ſie leben, die Rente richtig erhalten werden, wird Caution geſtellet. Fürſten geben ihr Wort, Städte unterſiegeln das Verſprechen mit ihrem Stadtſiegel. Privatleute verpfänden ih-

(*) So behaupten einige, daß der Arzt ſeinem Patienten keine Leibrenten verkaufen dürfte, weil es möglich wäre, daß er um ſich zu bereichern, nicht alle Mühe anwenden würde, ihre Geneſung zu befördern. Sie berufen ſich auf l. 3. π. de extraord. cognit. und l. 9. C. de profeſ. et med. aber wohl irrig aus einem bekannten Grundſatze.

re Güter. Auch werden gewöhnlich vom Staate gewiſſe Einkünfte angewieſen, wovon die jährlichen Renten ſollen ausbezahlt werden; ſo aſſignirten z. B. Kayſ. Joſeph I. die Einkünfte der ſchleſiſchen, Carl VI. die der tiroliſchen Salzwerke; und Friedrich III. Churfürſt zu Brandenburg die Einkünfte von den neuen Biergeldern mit folgenden hinzugefügten Verſprechen: „Wir verſprechen für „uns und unſere Nachkommen, Marggrafen und Churfürſten zu Brandenburg, „darüber nachdrücklich zu halten, daß die zu Zahlung der Zinſen der Intereſſen„ten angewieſene Mittel, an keinen andern Behuf, als zu ihrer Befriedigung „angewieſen werden ſollen.“

Marperger montes pietatis, edit. Lipſ. 1715. p. 279. f. Damit man aber gewiß iſt, daß die angewieſenen Einkünfte jährlich zureichen; ſo muß ihr Betrag nach einem mittlern Durchſchnitte, von mehrern Jahren, angegeben werden.

Iſt zur Bezahlung der jährlichen Renten der Ertrag gewiſſer Grundſtücke angewieſen; ſo ſind ſie dem Intereſſenten ſtillſchweigend verpfändet, ſo daß nicht allein der jezige Beſitzer derſelben, ſondern auch jeder ſeiner Erbfolger, die Renten daraus bezahlen muß. l. 2. de aliment. v. cibar. leg. l. 120. 1. de legat. Das beneficium excuſſionis findet nie ſtatt. *Covarruvius*. d. l. n. 6. verſ. hic vero hypotheca. *Guido Papae* qu. 13 et 26. *Seybert*. p. 25.

12) Die Summe aller Aktien, wird entweder als ein Capital angelegt, und auf das beſtmöglichſte genützet; oder ſie wird zu anderm Gebrauche z. B. zu Kriegskoſten, Tilgung gewiſſer Schulden ꝛc. angewendet. Die einzige Frage die hiebey vorkommen kann, iſt, wie hoch der Zinſesfuß in der Rechnung im Anſchlag gebracht werden darf? Die Antwort iſt offenbar. Der Staat darf ſie nicht höher zahlen als er ſonſt Geld verzinſet. Z. B. im Hannöverſchen 3 bis 3½ p. c. Privatleute nach dem landesüblichen Zinſesfuße; Kaufleute noch etwas höher, weil ſie das Geld in ihrem Handel ſehr hoch nützen können. Doch geben die Holländer nur 2½ p. c. ob ſie gleich von den Aktiencapitale leicht 10 bis 12 p. c ziehen könnten. Billig iſt es allerdings, daß Privatleute, etwas höhere Zinſen, als der Staat bezahlen, weil ſie doch mit dieſem, nicht gleiche Sicherheit geben können.

13) Weit wichtiger iſt die Frage, ob nur einfache Zinſen, oder Zinſeszinſen gegeben werden müſſen; und ob in dem letzten Falle eine vſuraria prauitas ſtatt findet? Ein feſter Grundſatz iſt immer, daß das Aktiencapital beſtmöglich muß genutzet, folglich auch den Rentenirern ein ſo großer Vortheil dadurch muß verſchaffet werden, als nur möglich iſt. Dieſes redet deutlich für die Zinſeszinſen. Aber *Leyſer* ſp. 252. n. 3. *Wernher* P. III. Obſ. 72. behaupten, daß hier der anatocismus ſtatt fände, weil hier die Urſache des Geſetzes, nähmlich die

Furcht

Furcht den Schuldner zu unterdrücken, einträte. *Brunnemann* ad π. l. XII. tit. 6. n. 18. f. *Beyer* delineat. π. tit. de vſuris et f. ſagen es wäre zwar wider die Geſetze, aber doch durch die Gewohnheit eingeführt worden. *Seybert* p. 83. iſt gegen Leyſern.

So viel iſt wohl offenbar, daß im römiſchen Rechte viele Dinge, wegen ihres ungewiſſen Ausganges, gebilligt werden, die wenn er beſtimmt wäre, ſicher würden gemißbilligt ſeyn. l. 34. §. 4. C. de donat. hier iſt der Ausgang nähmlich der Gewinn oder Verluſt des Schuldners, der auf den frühen oder ſpäten Todt des Rentenirers ankömmt, völlig ungewiß. Ferner iſt es bekannt, daß nach dem Naturrechte Zinseszinſen verſtattet werden; Setzt man noch hiezu die Urſachen aus (Cap. I. 22); ſo glaube ich, daß es offenbar iſt, man könne den Rentenirern Zinseszinſen geſtatten, und dieſe können ſie fordern, ohne ſich irgend einer Strafe ſchuldig zu machen.

Von je her haben alle Entrepreneurs Zinseszinſen bezahlt, ohne ſich über Schaden zu beklagen, und dieſes beweiſet ſtillſchweigend, daß ſie nur der Billigkeit gefolget ſind, indem ſie Zinseszinſen bezahlt haben. Uebrigens iſt es leicht, die Rechnung auch auf einfache Zinſen zu führen.

14) Sobald der Staat, oder eine Privatperſon, unter des Staats Garantie, eine Leibrentengeſellſchaft errichtet; ſo iſt es offenbar, daß, je mehr Intereſſenten an der Entrepriſe theil nehmen, deſto mehr das vorgeſetzte Ziel erreicht ſeyn wird. Daher muß der Entrepriſe ſo ſtarke Sicherheit und ſo viele Vortheile beygelegt werden, als es nur möglich und ſchicklich iſt.

Keines der Mittglieder muß zweifeln können, daß ihm je ſeine Rente auch nur zum Theile fehlen könnte. Die Direkteurs müſſen einſichtsvolle rechtſchaffene Männer ſeyn, und auch dafür erkannt werden. Die gröſte Ordnung muß bey Einkaſſirung und Auszahlung der Gelder herrſchen, ſo, daß wer zu den angeſetzten Terminen die Aktie nicht einlöſet, von der Geſellſchaft ausgeſchloſſen iſt; wer ſeine Rente nicht zu der beſtimmten Zeit eincaſſiret, ſie für dasmal verlohren hat, welches bey allen ähnlichen Entrepriſen, ſtatt finden muß.

Die Freyheiten erſtrecken ſich auf die Sporteln, in den hieher gehörenden Sachen, bey allen Landesgerichten; auf die Poſtgelder; auf Befreyung der Renten, von allem Arreſte, Ausſchlieſſung derſelben von allem Concursmaſſen ꝛc. So verordnete Churfürſt **Friedrich** *III.* im Edikte von 1698. ſothane Zinſen ſollen keinem Arreſte, Execution, Immiſſion der Creditoren, noch der Confiskation oder einiger Bekümmerung, es geſchehe unter was Prätext es wolle, unterworfen ſeyn. Und **Kayſer Joſeph** *I.* ſetzte: Dieſe Leibrenten ſollen frey ſeyn, von allen erſinnlichen Anklagen, Steuern und Executionen, auch darauf bey keinem Gerichte einiger Proceß geſtattet, oder angehört werden. **Marperger.**

perger. S. 280. f. Ein Privilegium, deſſen Größe man eben nicht zu folgen braucht, um die Leute anzuziehen.

15) Dagegen müſſen die Intereſſenten ihr Alter, durch gerichtliche Taufſcheine, in denen die Jahrszahlen nicht mit Ziffern, ſondern mit **Worten ausdrücklich geſchrieben** ſind, beweiſen. Bey ſolchen die keine Taufſcheine beſitzen, und ihren Geburthsort nicht wiſſen, werden andere Beweiſe angenommen. Z. B. beeidigte Ausſagen anderer, die den Menſchen in einem gewiſſen Alter gekannt haben; das Jahr in dem ſeine Confirmation geſchehen, welches bey Proteſtanten zwiſchen das dreizehnte und funfzehnte, bey Catholiken, zwiſchen das zehnte und zwölfte, zu fallen pflegt. Eine gerichtliche Vormundſchaftsbeſtellung, worinn das Alter angeführt iſt ꝛc. und wenn keine andern Mittel übrig ſind, den eigenen Glauben des Intereſſenten, über ſein Alter. Doch muß man auch hiebey andere Umſtände zu Rathe ziehen z. B. ſeinen jezigen Geſundheitszuſtand, und das Alter, was ſeine Bildung ohngefehr angiebt, weil gemeine Leute, bey denen dieſer Fall am häufigſten eintritt, ſich gewöhnlich älter glauben, als ſie ſind. Dieſes gilt bey allen ähnlichen Fällen, wo des Menſchen Alter muß bewieſen werden.

Sollte aber entdeckt werden, daß ein Intereſſente vorſezlich ein größeres Alter, ſelbſt oder durch Vermittelung eines andern angegeben hätte; ſo muß er hiedurch gänzlich aus der Geſellſchaft, mit Verluſt ſeiner Aktie, geſtoſſen ſeyn. Wäre es aber durch einen unvorſetzlichen Irrthum geſchehen, ſo muß der Intereſſente, von dem Tage an da es kund wird, entweder bey ungleichen Renten, in die, ſeinem Alter zukommende, verſetzt werden, und das, was er bißher zu viel bekommen hat, wieder zurückgeben, oder bey gleichen Renten, ſo viel zu der Miſe zugeben, als der ſeinem Alter zukommenden fehlte. Sollte er ſich aber zu jung angegeben haben; ſo wird er zwar in die ältere Rente verſetzet, die Caſſe kann ihn aber keine andere Vergütung verſtatten; weil dieſes Einfluß auf die ganzen Rechnungen hat.

16) Eine wichtige Frage, welche zur Grundlage aller Rechnungen dienet, muß noch beantwortet werden; nähmlich welche Sterblichkeitsordnung, man zum Grunde legen muß? Ob die allgemeine aus Tab. IIII. oder eine beſondere für jedes Land? Dieſe letztere kann man wohl hier ausſchlieſſen, weil in jeder Geſellſchaft, auch Ausländer werden ſeyn können, wenn es in den Statuten nicht anders ausgemacht iſt.

So viel wird einem jeden offenbar ſeyn, daß kein ſchwächlicher, der ſich nur noch wenige Lebensjahre verſprechen darf, einſetzen wird. Auch werden wenige Eltern ihren Kindern, ehe ſie die Blattern, oder andere Kinderhauptkrankheiten überſtanden haben, eine Leibrente kaufen. Man kann alſo zuverläßig annehmen,

men, daß eine ſolche Geſellſchaft, aus auserleſenen ſehr geſunden Leuten beſteht. Daher haben die Leute bey Kerſeboom und *Deparcieux* ein ſo dauerhaftes Leben, ob ſchon der erſtere, auch Einwohner aus den holländiſchen Dörfern, mit in die Rechnung gebracht hat. Die Deparcieuxſiſche, beruhet bloß auf Erfahrungen bey den franzöſiſchen Rentenirern, welches die Urſache iſt, warum ſie (Cap. III. Tab. VII.) beygefügt iſt, und hier zum Grunde gelegt wird; wie es auch Hrn. Kritters Vorſchlag iſt, ſ. Sammlung von dreien Aufſätzen ꝛc. p. 67. in dem Gutachten, über das Hamburgiſche allgemeine Verſorgungsinſtitut.

Jede Aktie, muß ſo niedrig beſtimmt werden, daß ſie ohne große Mühe, von jedem Handwerker kann erkauft werden, z. B. von 10 Rthl. Wer eine größere Rente haben will, als die Aktie einbrigt, kann ſo viele kaufen, bis ihr Ertrag, der verlangten Rente gleich iſt.

Der Tag an dem die Verbindlichkeit angeht, wird wie in (7) beſtimmt. Die Beſtimmung des Tages, an dem die erſte Rente ausgezahlt werden ſoll, hängt von der Contrahenden Willkühr ab. Entweder, wird die erſte Rente, gleich am Ende des Jahrs, nach geſchloſſener Verbindlichkeit, oder gewiſſe Jahre nachher, gehoben; doch ſo, daß der Intereſſenten Erben welche nach geſchloſſener Verbindlichkeit, vor dem erſten Hebungstage ſterben, die Miſe nicht zurückbekommen. Die, welche nur ſubſcribirt, aber den Verpflichtungstag nicht erlebt haben, ſind gar nicht in die Geſellſchaft getreten.

Auch muß es zwiſchen den Contrahenden ausgemacht werden, ob ſie nur die Miſe, oder eine kleinere Miſe und jährliche Beyträge, bis zum Anfange des erſten Hebungsjahrs, bezahlen wollen; ferner, ob nur die an jeden Zahlungstermine noch lebende Intereſſenten, allein die Rente, oder ob auch die, welche zwiſchen jeden Zahlungstermine geſtorben ſind, einen Theil der Rente bekommen ſollen, der dem Zeitraume, den ſie in dem Jahre durchlebt haben, proportional iſt. Tritt dieſer letzte Fall ein; ſo kann man mit *Deparcieux* p. 167. ohne merklichen Fehler *de Moivres* Hypotheſe (Cap. III. 29.) annehmen. Darnach iſt es für die Rechnung einerley, ob alle die in einem Jahre ſterben, es nach einer arithmetiſchen Progreſſion, oder alle auf einmal in der Mitte des Jahrs, thun. Der Entrepreneur muß alſo, auſſer den ganzen Penſionen für Lebende, noch ſo viele halbe Penſionen bezahlen, als in dem Jahre Rentenirer geſtorben ſind.

Wenn auſſer den Miſen noch Beyträge bezahlt werden; ſo darf man hier nicht verlangen, daß die Erben der Verſtorbenen, auch einen Theil des Beytrages bezahlen ſollen, der der Zeit, die der Rentenirer in dem Jahre gelebt hat, proportional iſt, theils weil es ſchwer ſeyn wird, dieſes Geld gehörig einzubekommen, theils auch weil es unbillig ſcheint, daß die Erben Geld auszahlen ſollen, wofür ſie nicht die geringſte Vergütung zu hoffen haben.

 17) Eine

17) Eine Menge Perſonen M, von denen jeder m Jahre alt iſt, kaufen ſich Leibrenten, ſo daß jeder jezt die Summe A, und am Ende jedes Jahrs, die dann noch Lebenden, den Beytrag b bezahlen; dieſes geſchieht n Jahre hintereinander. Am Ende des (n + 1)ſten Jahrs bekommen die dann noch Lebenden, die erſte Rente a bis an ihren Tod fort, und die Erben derer, welche in jedem Jahre ſterben, von dem Ende des nten Jahrs an, einen Theil der Rente, welcher der Zeit proportional iſt, die der verſtorbene Rentenirer in dem Jahre gelebt hat. A, b, a ſollen durch einander beſtimmt werden. Um den Vortrag nicht zu ſehr zu verwickeln, ſollen die Renten für die lebenden, und die für die verſtorbenen Rentenirer, beſonders betrachtet werden.

18) Nun leben nach (Cap. III. 47.) von der Menge M, nach einem Jahre, noch $\frac{[m+1]\,M}{[m]}$; nach zwei Jahren, noch $\frac{[m+2]\,M}{[m]}$; nach drei Jahren, noch $\frac{[m+3]\,M}{[m]}$; ... nach n Jahren, noch $\frac{[m+n]\,M}{[m]}$; nach (n + 1) Jahren, noch $\frac{[m+n+1]\,M}{[m]}$; nach (n + 2) Jahren $\frac{[m+n+2]\,M}{[m]}$; ... nach (n + x) Jahren, noch $\frac{[m+n+x]\,M}{[m]}$.

Und eben ſo leben von einer Menge M, von denen jeder (m + 1) Jahre alt iſt, nach einem Jahre, noch $\frac{[m+2]\,M}{[m+1]}$; nach zwei Jahren, noch $\frac{[m+3]\,M}{[m+1]}$; .... nach n Jahren, noch $\frac{[m+n+1]\,M}{[m+1]}$; nach (n+1) Jahren, $\frac{[m+n+2]\,M}{[m+1]}$ nach (n + 2) Jahren, noch $\frac{[m+n+3]\,M}{[m+1]}$; ... nach (n + x) Jahren, noch $\frac{[m+n+x+1]\,M}{[m+1]}$.

19) Der Entrepreneur bekömmt aber gleich MA; und von denen, die am Ende jedes Jahrs noch leben, b; alſo dieſe Einnahme, nach (Cap. I. 29 und Cap. II. 8.) auf den jezigen Werth gebracht, iſt die Summe alles deſſen, was er einnimmt =

$$MA + \frac{[m+1]M}{\varrho \cdot [m]}b + \frac{[m+2]M}{\varrho^2\,[m]}b + \frac{[m+3]\,M}{\varrho^3\,[m]}b + \ldots\ldots + \frac{[m+n]M}{\varrho^n\,[m]}b$$

20) Aber

20) Aber die Anzahl der Perſonen, die von der Menge M, zwiſchen den n^{ten} und $(n+1)^{ſten}$ Jahre ſterben, iſt $= \frac{([m+n] - [m+n+1])M}{[m]}$; die, welche zwiſchen den $(n+1)^{ſten}$ und $(n+2)^{ten}$ ſterben $= \frac{([m+n+1] - [m+n+2])M}{[m]}$; .... die, welche zwiſchen den $(n+x-1)^{ſten}$ und den $(n+x)^{ſten}$ ſterben $= \frac{([m+n+x-1] - [m+n+x])M}{[m]}$.

Und eben ſo iſt für eine Menge M, deren jeder (m + 1) Jahre alt iſt, die Anzahl derer, die zwiſchen den n^{ten} und $(n+1)^{ſten}$ Jahre ſtirbt $= \frac{([m+n+1] - [m+n+2])M}{[m+1]}$; die zwiſchen den $(n+1)^{ſten}$ und $(n+2)^{ten}$ Jahre $= \frac{([m+n+2] - [m+n+3])M}{[m+1]}$; .... die zwiſchen den $(n+x-2)^{ten}$ und den $(n+x-1)^{ſten}$ Jahre ſtirbt $= \frac{([m+n+x-1] - [m+n+x])M}{[m+1]}$.

21) Die Summe der Ausgaben, auf den jezigen Werth gebracht, iſt alſo für die lebenden Rentenirer, aus (18)

$$= \frac{[m+n+1]M}{\varrho^{n+1}[m]}a + \frac{[m+n+2]M}{\varrho^{n+2}[m]}a + \frac{[m+n+3]M}{\varrho^{n+3}[m]}a + \dots + \frac{[m+n+x]M}{\varrho^{n+x}[m]}a.$$

Für die verſtorbenen $= \frac{([m+n] - [m+n+1])M}{2\cdot\varrho^{n+1}\cdot[m]}a + \frac{([m+n+1] - [m+n+2])M}{2\cdot\varrho^{n+2}\cdot[m]}a + \frac{([m+n+2] - [m+n+3])M}{2\cdot\varrho^{n+3}\cdot[m]}a + \dots + \frac{([m+n+x-1] - [m+n+x])M}{2\cdot\varrho^{n+x}\cdot[m]}a$

wo beide Reihen ſo weit fortgeſezt werden, bis $[m+n+x] = 0$ wird.

22) Da aber der Entrepreneur, weder Schaden noch Vortheil haben ſoll; ſo iſt offenbar (19) = (21); und weil M ein Faktor von jedem Gliede iſt; ſo bekömmt man, wenn man mit M allenthalben dividirt

A +

$$A + \left(\frac{[m+1]}{\varrho \cdot [m]} + \frac{[m+2]}{\varrho^2 \cdot [m]} + \frac{[m+3]}{\varrho^3 \cdot [m]} + \cdots + \frac{[m+n]}{\varrho^n \cdot [m]}\right) b =$$

$$\left(\frac{[m+n+1]}{\varrho^{n+1} \cdot [m]} + \frac{[m+n+2]}{\varrho^{n+2} \cdot [m]} + \frac{[m+n+3]}{\varrho^{n+3} \cdot [m]} + \cdots + \frac{[m+n+x]}{\varrho^{n+x} \cdot [m]}\right) \cdot a$$

$$+ \left(\frac{[m+n] - [m+n+1]}{2 \cdot \varrho^{n+1} \cdot [m]} + \frac{[m+n+1] - [m+n+2]}{2 \cdot \varrho^{n+2} \cdot [m]} + \frac{[m+n+2] - [m+n+3]}{2 \cdot \varrho^{n+3} \cdot [m]}\right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{[m+n+x-1] - [m+n+x]}{2 \cdot \varrho^{n+x} \cdot [m]}\right) \cdot a$$

23) Man ſetze den Faktor von $b = B$; den erſten Faktor von a, oder den in Betrachtung der lebenden Rentenirer $= L$; den zweiten Faktor von a, oder den in Betrachtung der verſtorbenen Rentenirer $= G$; ſo iſt $A + bB = La + Ga = (L + G)\,a$

$$\text{alſo } A = (L + G)\,a - bB;$$

$$b = \frac{(L + G)\,a - A}{B}$$

$$a = \frac{A + Bb}{L + G}$$

welches eben die Werthe ſind, die man nach (Cap. III. 47. u. f.) aus Berechnungen der Wahrſcheinlichkeit, für einen Menſchen gefunden hätte.

24) Iſt in (22) $n = 0$; ſo daß kein Jahr gewartet wird, ſondern gleich am Ende des erſten Jahrs die erſte Rentenhebung geſchieht; ſo ſchließt dieſe Vorausſetzung auch $b = 0$ mit in ſich; dann wird in (22)

$$A = \left(\frac{[m+1]}{\varrho \cdot [m]} + \frac{[m+2]}{\varrho^2 \cdot [m]} + \frac{[m+3]}{\varrho^3 \cdot [m]} + \cdots + \frac{[m+x]}{\varrho^x \cdot [m]}\right) a +$$

$$\left(\frac{[m] - [m+1]}{2 \cdot \varrho \cdot [m]} + \frac{[m+1] - [m+2]}{2 \cdot \varrho^2 \cdot [m]} + \frac{[m+2] - [m+3]}{2 \cdot \varrho^3 \cdot [m]}\right.$$

$$\left. + \cdots + \frac{[m+x-1] - [m+x]}{2 \cdot [m] \cdot \varrho^x}\right) a$$

Sollen die verſtorbenen Rentenirer, auch keinen Theil an der Rente haben; ſo iſt der ganze zweite Theil, des zweiten Gliedes, auch $= 0$;

Iſt unter dieſer Vorausſetzung auch $m = 0$; ſo daß die Geſellſchaft aus 0 Jährigen beſteht; ſo iſt

$$A + \left(\frac{[1]}{\varrho} + \frac{[2]}{\varrho^2} + \frac{[3]}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[x]}{\varrho^x}\right) a$$

25) Wie

25) Wie in (22) ſo iſt auch für eine Geſellſchaft M, von der jedes Mitglied (m + 1) Jahre alt iſt, die eben die Rente a genieſſen will, aber dafür A′ zur Miſe, und β zum Beytrage erlegt, unter den Bedingungen in (17) nach den vorläufigen Rechnungen aus (18; 20)

$$A' + \beta\left(\frac{[m+2]}{\varrho\cdot[m+1]} + \frac{[m+3]}{\varrho^2\cdot[m+1]} + \cdots + \frac{[m+n+1]}{\varrho^n\cdot[m+1]}\right) =$$

$$a\left(\frac{[m+n+2]}{\varrho^{n+1}\cdot[m+1]} + \frac{[m+n+2]}{\varrho^{n+2}\cdot[m+1]} + \cdots + \frac{[m+n+x]}{\varrho^{n+x-1}\cdot[m+1]}\right) +$$

$$a\left(\frac{[m+n+1]-[m+n+2]}{2\cdot\varrho^{n+1}\cdot[m+1]} + \frac{[m+n+2]-[m+n+3]}{2\cdot\varrho^{n+2}\cdot[m+1]} + \cdots + \frac{[m+n+x-1]-[m+n+x]}{2\cdot\varrho^{n+x-1}\cdot[m+1]}\right)$$

26) Iſt der Beytrag in (25), gleich dem in (17); ſo braucht man nur $\beta = b$ zu ſetzen; der zweite Faktor, bleibt eben derſelbe. Dann wird A′, ſehr von A verſchieden ſeyn. Iſt aber $A' = A$, ſo iſt offenbar, daß eben dieſer Unterſchied, zwiſchen b und β ſtatt finden muß.

27) Es ſey in (22) der Theil der Gleichung, der in b multiplicirt iſt = $\widehat{m}\cdot b$; und eben dieſer Theil in (25) (unter der Vorausſetzung $\beta = b$) = $\widehat{m+1}\cdot b$; ſo iſt aus (22)

$$\widehat{m}\cdot[m]\cdot\varrho - [m+1] = \frac{[m+2]}{\varrho} + \frac{[m+3]}{\varrho^2} + \frac{[m+4]}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[m+n]}{\varrho^{n-1}}$$

und aus (25)

$$\widehat{m+1}\cdot[m+1] - \frac{[m+n+1]}{\varrho^n} = \frac{[m+2]}{\varrho} + \frac{[m+3]}{\varrho^2} + \frac{[m+4]}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[m+n]}{\varrho^{n-1}}$$

alſo $\widehat{m}\cdot[m]\cdot\varrho - [m+1] = \widehat{m+1}\cdot[m+1] - \frac{[m+n+1]}{\varrho^n}$; folglich

$$\widehat{m} = \frac{\varrho^n\cdot\widehat{m+1}\cdot[m+1] - [m+n+1] + \varrho^n\cdot[m+1]}{\varrho^{n+1}\cdot[m]} =$$

$$\frac{(\widehat{m+1}+1)\,\varrho^n\cdot[m+1] - [m+n+1]}{\varrho^{n+1}\cdot[m]}$$

und $\widehat{m+1} = \frac{\varrho^{n+1}\cdot\widehat{m}\cdot[m] - \varrho^n\cdot[m+1] + [m+n+1]}{\varrho^n\cdot[m+1]}$

 28) Eben

28) Eben ſo ſey der Theil in (22) für lebende Rentenirer $= \widehat{p}\cdot a$, der in (25) $= \widehat{p+1}\cdot a$; ſo wird aus (22)

$$\widehat{p}\cdot\varrho\cdot[m] - \frac{[m+n+1]}{\varrho^{n}} = \frac{[m+n+2]}{\varrho^{n+1}} + \frac{[m+n+3]}{\varrho^{n+2}} + \cdots + \frac{[m+n+x]}{\varrho^{n+x-1}}$$

aus 25); $\widehat{p+1}\cdot[m+1] = \frac{[m+n+2]}{\varrho^{n+1}} + \frac{[m+n+3]}{\varrho^{n+2}} + \cdots + \frac{[m+n+x]}{\varrho^{n+x-1}}$

alſo $\widehat{p}\cdot\varrho\cdot[m] - \frac{[m+n+1]}{\varrho^{n}} = \widehat{p+1}\cdot[m+1]$ und hieraus

$$\widehat{p} = \frac{\varrho^{n}\cdot\widehat{p+1}\cdot[m+1] + [m+n+1]}{\varrho^{n+1}\cdot[m]}$$

$$\widehat{p+1} = \frac{\widehat{p}\cdot\varrho^{n+1}\cdot[m] - [m+n+1]}{\varrho^{n}\cdot[m+1]}$$

29) Der Theil für geſtorbene Rentenirer in (22) ſey $= \widehat{q}\cdot a$; der in (25) $= \widehat{q+1}\cdot a$; ſo erhält man nach den gehörigen Verſetzungen

$$2\cdot\widehat{q}\cdot\varrho\cdot[m] - \frac{[m+n]-[m+n+1]}{\varrho^{n}} = 2\cdot\widehat{q+1}\cdot[m+1]$$

und hieraus

$$\widehat{q} = \frac{2\cdot\widehat{q+1}\cdot[m+1]\cdot\varrho^{n} + ([m+n]-[m+n+1])}{2\cdot\varrho^{n+1}\cdot[m]}$$

$$\widehat{q+1} = \frac{2\cdot\widehat{q}\cdot\varrho^{n+1}\cdot[m] - ([m+n] = [m+n+1])}{2\cdot\varrho^{n}\cdot[m+1]}$$

30) Alſo kömmt in (22) wenn (25) ſchon gefunden iſt

$$A + \frac{(\widehat{m+1}+1)\,\varrho^{n}\cdot[m+1] - [m+n+1]}{[m]\cdot\varrho^{n+1}}\,b =$$

$$\frac{\varrho^{n}\cdot\widehat{p+1}\cdot[m+1]+[m+n+1]}{\varrho^{n+1}\cdot[m]}\,a + \frac{2\cdot\widehat{q+1}\cdot[m+1]\cdot\varrho^{n}+[m+n]-[m+n+1]}{2\cdot\varrho^{n+1}\cdot[m]}\,a$$

Und

Und (25) wenn (22) ſchon gefunden iſt, giebt

$$A' + \frac{\varrho^{n+1} \cdot \widehat{m} \cdot [m] - [m+1] \cdot \varrho^{n} + [m+n+1]}{\varrho^{n} \cdot [m+1]} b =$$

$$\frac{\widehat{p} \cdot \varrho^{n+1} \cdot [m] - [m+n+1]}{\varrho^{n} \cdot [m+1]} a + \frac{2 \cdot \widehat{q} \cdot \varrho^{n+1} \cdot [m] - ([m+n] - [m+n+1])}{2 \cdot \varrho^{n} \cdot [m+1]} a$$

ſo daß man nach der letzten Formel jeden nächſtfolgenden Einſatz A′, wenn der kurz vorhergehende A gefunden iſt, und aus der erſten Formel jeden kurz vorhergehenden A, wenn der nächſtfolgende A′ ſchon gefunden iſt, leicht finden kann. Die erſte Formel hat viele Vortheile zu Berechnung einer Tabelle, weil man in (25) m + 1 ſo hoch als man will z. B. = 90 Jahr, annehmen kann, folglich dort nur wenig Glieder zu berechnen braucht, um hieraus die Einſätze für alle jüngere herzuleiten. Da hingegen bey Berechnung einer Tabelle, die letzte vorausſetzt, daß man den Einſatz für 0 Jährige gefunden, folglich einige 90 Glieder berechnet hat.

31) Werden keine Beyträge gegeben; ſo wird in (30) der zweite Theil des erſten Gliedes = 0; haben die Erben der Verſtorbenen keinem Theil an der Rente; ſo iſt der zweite Theil des zweiten Gliedes = 0; Iſt aber n = 0; welches gewöhnlich zu ſeyn pflegt; ſo iſt nach (24) in (30)

$$A = \frac{(\widehat{p+1} + 1) \cdot [m+1]}{\varrho \cdot [m]} a + \frac{2 \cdot \widehat{q+1} \cdot [m+1] + ([m] - [m+1])}{2 \cdot \varrho \cdot [m]} a$$

$$A' = \frac{\varrho \cdot \widehat{p} \cdot [m] - [m+1]}{[m+1]} a + \frac{2 \cdot \widehat{q} \cdot \varrho \cdot [m] - ([m] - [m+1])}{2 \cdot [m+1]} a$$

wornach ſich ſehr leicht rechnen läßt.

32) Exemp. zu (25) in der Vorausſetzung von $\beta = 0$, und n = 0; Es ſey (m + 1) = 90 Jahr; alſo m = 89; a = 10; ϱ = 1,05; ſo iſt

$$A' = \frac{10}{0{,}0080}\left(\frac{0{,}0050}{\varrho} + \frac{0{,}0028}{\varrho^2} + \frac{0{,}0014}{\varrho^3} + \frac{0{,}0006}{\varrho^4} + \frac{0{,}0003}{\varrho^5} + \frac{0{,}0001}{\varrho^6}\right) + \frac{10}{2 \cdot 0{,}0080}\left(\frac{0{,}0030}{\varrho} + \frac{0{,}0022}{\varrho^2} + \frac{0{,}0014}{\varrho^3} + \frac{0{,}0008}{\varrho^4} + \frac{0{,}0003}{\varrho^5} + \frac{0{,}0002}{\varrho^6} + \frac{0{,}0001}{\varrho^7}\right)$$

$$\tfrac{20}{21} \cdot 0{,}0050 = 0{,}0047619044444$$
$$(\tfrac{20}{21})^2 \cdot 0{,}0028 = 0{,}0025396817647$$
$$(\tfrac{20}{21})^3 \cdot 0{,}0014 = 0{,}0012093716667$$
$$(\tfrac{20}{21})^4 \cdot 0{,}0006 = 0{,}0004936214444$$
$$(\tfrac{20}{21})^5 \cdot 0{,}0003 = 0{,}0002350578889$$
$$(\tfrac{20}{21})^6 \cdot 0{,}0001 = 0{,}0000746215333$$

$$0{,}0093142587424$$

$1 + \log.$ von dieſer Summe $= 0{,}9691484 - 2$
$\log.\ 0{,}0080 = 0{,}9030900 - 3$

log. des Werthes der Rente für Lebende $= 1{,}0660584$

giebt dieſen Werth $= 11{,}642827 = \widehat{p+1} \cdot a$

$$\tfrac{20}{21} \cdot 0{,}0030 = 0{,}0028571426667$$
$$(\tfrac{20}{21})^2 \cdot 0{,}0022 = 0{,}0020895080952$$
$$(\tfrac{20}{21})^3 \cdot 0{,}0014 = 0{,}0012093716667$$
$$(\tfrac{20}{21})^4 \cdot 0{,}0008 = 0{,}000658162$$
$$(\tfrac{20}{21})^5 \cdot 0{,}0003 = 0{,}0002350578889$$
$$(\tfrac{20}{21})^6 \cdot 0{,}0002 = 0{,}0001492430690$$
$$(\tfrac{20}{21})^7 \cdot 0{,}0001 = 0{,}000071068855$$

$$0{,}0072695542364$$

$1 + \log.$ dieſer Summe $= 0{,}8615078 - 2$
$\log.\ 2 \cdot 0{,}0080 = 0{,}2068259 - 2$

log. des Werthes der Rente für Verſtorbene $= 0{,}6547819$

giebt dieſen Werth $= 4{,}51629 = \widehat{q+1} \cdot a$

alſo $A' = 11{,}642827 + 4{,}51629 = 16{,}159117.$

33) Exemp. zu 31. Es wird A geſucht, und man bekömmt, wenn man die Werthe aus (32) gebraucht

$$A = \frac{(1{,}1642827 + 1) \cdot 0{,}0080}{\tfrac{21}{20} \cdot 0{,}0117}\, 10 + \frac{2 \cdot 0{,}451629 \cdot 0{,}0080 + 0{,}0037}{2 \cdot \tfrac{21}{20} \cdot 0{,}0117}\, 10$$

log.

$$\log.\ 2{,}1642827 = 0{,}3353141$$
$$1 + \log.\ 0{,}0080 = 0{,}9030900 - 2$$
$$\log.\ \frac{1}{\varrho} = 0{,}9788107 - 1$$
$$\overline{\phantom{0{,}2172148 - 1}}$$
$$0{,}2172148 - 1$$
$$\log.\ 0{,}0117 = 0{,}0681859 - 2$$
$$\log.\ \widehat{p} \cdot a = 1{,}1490289 \text{ giebt } \widehat{p} \cdot a = 14{,}0938226$$
$$\log.\ 2 \cdot 0{,}451629 = 0{,}9558119 - 1$$
$$\log.\ 0{,}0080 = 0{,}9030900 - 3$$
$$0{,}8589019 - 3$$
$$\text{giebt } 0{,}00722773$$
$$+\ 0{,}0037$$
$$0{,}01092773$$
$$1 + \log.\ 0{,}01092773 = 0{,}0385299 - 1$$
$$\log.\ \frac{1}{\varrho} = 0{,}9788107 - 1$$
$$0{,}0173406 - 1$$
$$\log.\ 2 \cdot 0{,}0117 = 0{,}3692159 - 2$$
$$\log.\ \widehat{q} \cdot a = 0{,}6481247$$
$$\text{giebt } \widehat{q} \cdot a = 4{,}4475899; \text{ alſo}$$
$$A = 14{,}093826 + 4{,}4475899 = 18{,}5414159.$$

34) Will man nun weiter rechnen; ſo ſetzt man das eben gefundene $\widehat{p} = \widehat{p+1}$; und $\widehat{q} = \widehat{q+1}$. Hiernach iſt die achte Tabelle berechnet worden, doch ſo, daß a = 1 geſetzt iſt. Der Theil der Miſe, für verſtorbene Rentenirer, iſt allein gelaſſen worden, damit auch die Tabelle, allein für lebende Rentenirer, kann gebraucht werden.

Hier iſt angenommen, daß ſich die Miſen mit dem Alter der Rentenirer ändern, die Rente aber für alle eben dieſelbe bleiben ſollte. Will man den umgekehrten Satz finden; ſo kann dieſes durch eine einfache Proportionsrechnung, aus der eben gefundenen Tabelle geſchehen. Z. B. Jede Aktie ſoll aus 10 Rthl. beſtehen, ſo hat man für 90 jährige aus (32)

11,642827 Rthl. Miſe: 10 Rthl. Rente = 10 Rthl. Miſe: zur Rente, wenn die Rente nur auf lebende Rentenirer gerechnet wird; ſoll ſie aber auch mit auf der Verſtorbenen Antheil gehen; ſo hat man 16,159117 : 10 = 10: zur geſuchten Rente.

Beyde Auflöſungen für 10 Rthl. Miſe giebt die *neunte Tabelle*; welche ſich hiernach weit leichter berechnen läßt, als wenn man nach (23) verfahren wollte, wenn man dort A unveränderlich ſetzt.

35) Soll in (17) der Beytrag immer ein Jahr voraus bezahlt werden; ſo iſt offenbar, daß der Entrepreneur den erſten gewiß bekömmt, daß aber der zweite Beytrag von der Wahrſcheinlichkeit abhängt, daß der Rentenirer nach einem Jahre noch lebe; folglich iſt ſein Werth gleich dem zweiten Gliede in (19), und wird hier das dritte Glied. Der Ausdruck in (19) wird alſo hier

$$= A + b + \frac{[m+1]}{\varrho \cdot [m]} b + \frac{[m+2]}{\varrho^2 \cdot [m]} + \cdots + \frac{[m+n-1]}{[m] \cdot \varrho^{n+1}} b$$

Am Ende des n^{ten} Jahrs, wird kein Beytrag und keine Rente bezahlt; die erſte Rente fällt wie vorhin, auf das Ende des $(n+1)^{ſten}$ Jahrs.

36) Sollen nur einfache Zinſen bezahlt werden; ſo bekömmt man nach (Cap. I.) in (19)

$$A + \left(\frac{[m+1]}{t+1} + \frac{[m+2]}{t+2} + \frac{[m+3]}{t+3} + \cdots + \frac{[m+n]}{t+n}\right) \frac{t \cdot b}{[m]}$$

wenn $t : t+1$ die Verhältniß des Capitals, zu dem Capitale mit dem Anwuchſe in einem Jahre, bedeutet.

In (21) bekömmt man für lebende Rentenirer

$$\left(\frac{[m+n+1]}{t+n+1} + \frac{[m+n+2]}{t+n+2} + \frac{[m+n+3]}{t+n+3} + \cdots + \frac{[m+n+x]}{t+n+x}\right) \frac{t \cdot a}{[m]}$$

und für verſtorbene Rentenirer

$$\left(\frac{[m+n]-[m+n+1]}{t+n+1} + \frac{[m+n+1]-[m+n+2]}{t+n+2} + \frac{[m+n+2]-[m+n+3]}{t+n+3} + \right.$$
$$\left. \cdots + \frac{[m+n+x-1]-[m+n+x]}{t+n+x}\right) \frac{t \cdot a}{2 \cdot [m]}$$

woraus man die Formel wie in (22) zuſammenſetzen, und leicht die Werthe aus (23) erhalten kann. Aber die in (27) u. f. gegebene Abkürzungen, finden hier nicht ſtatt.

37) *De Moivre* löſet die ganze Aufgabe nach ſeiner Hypotheſe (Cap. III. 29) auf, wobey er aber weder Beyträge, noch die Theile der Rente für die verſtorbe-

nen

nen Rentenirer in Betracht zieht. Es ſey A der Werth dieſer Leibrente; a die Rente; R = dem Werthe einer Jahrrente auf n Jahre; n = dem Lebenscomplemente; ſo iſt nach ihm

$$A = \frac{1 - \frac{\varrho}{n} R}{\varrho - 1} a$$

Man kömmt durch folgende Rechnung zu dieſer Formel. Nach n Jahren noch zu leben iſt die Wahrſcheinlichkeit $= \frac{0}{n}$; nach $(n - 1)$ Jahren $= \frac{1}{n}$; alſo iſt offenbar, daß die letzte Rente nach $(n - 1)$ Jahren ausgezahlt wird; folglich hat man

$$A = \left(\frac{n-1}{n\varrho} + \frac{n-2}{n\varrho^2} + \frac{n-3}{n\varrho^3} + \cdots + \frac{2}{n\varrho^{n-2}} + \frac{1}{n\varrho^{n-1}}\right) a$$

$$= \left(\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{n\varrho} + \frac{1}{\varrho^2} - \frac{2}{n\varrho^2} + \frac{1}{\varrho^3} - \frac{3}{n\varrho^3} + \cdots + \frac{1}{\varrho^{n-1}} - \frac{n-1}{n\varrho^{n-1}}\right) a$$

Die letzte Reihe läßt ſich offenbar in folgende verwandeln:

$$\begin{array}{l}
+ \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho^2} + \frac{1}{\varrho^3} + \frac{1}{\varrho^4} + \cdots + \frac{1}{\varrho^{n-1}} = \alpha \\
- \frac{1}{n\varrho} - \frac{1}{n\varrho^2} - \frac{1}{n\varrho^3} - \frac{1}{n\varrho^4} - \cdots - \frac{1}{n\varrho^{n-1}} = \beta \\
\qquad - \frac{1}{n\varrho^2} - \frac{1}{n\varrho^3} - \frac{1}{n\varrho^4} - \cdots - \frac{1}{n\varrho^{n-1}} = \gamma \\
\qquad\qquad - \frac{1}{n\varrho^3} - \frac{1}{n\varrho^4} - \cdots - \frac{1}{n\varrho^{n-1}} = \delta \\
\qquad\qquad\qquad - \frac{1}{n\varrho^4} - \cdots - \frac{1}{n\varrho^{n-1}} = \varepsilon \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
\qquad\qquad\qquad\qquad - \frac{1}{n\varrho^{n-1}} = \mu
\end{array}$$

Dieſes

Dieſes ſind offenbar geometriſche Reihen. Ihre Summirung giebt nach (Käſtner Anal. end. Gr. 99)

$$\alpha = \frac{\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho^n}}{1 - \frac{1}{\varrho}} = \frac{\varrho^{n-1} - 1}{\varrho^n - \varrho^{n-1}} = \frac{1}{\varrho - 1} - \frac{1}{\varrho^n - \varrho^{n-1}};$$

$$\beta = \frac{\varrho^{n-1} - 1}{n(\varrho^n - \varrho^{n-1})}; \ \gamma = \beta - \frac{1}{n\varrho} = \frac{\varrho^{n-2} - 1}{n(\varrho^n - \varrho^{n-1})};$$

$$\delta = \gamma - \frac{1}{n\varrho^2} = \frac{\varrho^{n-3} - 1}{n(\varrho^n - \varrho^{n-1})}; \text{ u. ſ. w.}$$

$$\text{Alſo } \alpha + \beta + \gamma + \delta + \text{ꝛc.} = \frac{1}{\varrho - 1} - \frac{1}{\varrho^n - \varrho^{n-1}} - \frac{\varrho^{n-1} - 1 + \varrho^{n-2} - 1 + \varrho^{n-3} - 1 + \varrho^{n-4} - 1 + \text{ꝛc.}}{n(\varrho^n - \varrho^{n-1})}$$

Bringt man das zweite Glied mit auf die Benennung des dritten, ſo erhält man, nachdem man die Glieder die ſich aufheben, weggelaſſen hat

$$\frac{1}{\varrho - 1} - \frac{1 + \varrho^{n-1} + \varrho^{n-2} + \varrho^{n-3} + \cdots + \varrho}{n(\varrho^n - \varrho^{n-1})}$$

Und wenn der Zähler des zweiten Gliedes ſummirt wird

$$\frac{1}{\varrho - 1} - \frac{\varrho^n - 1}{n(\varrho^n - \varrho^{n-1})(\varrho - 1)} = \frac{1}{\varrho - 1} - \frac{\varrho}{n\cdot(\varrho - 1)} \cdot \frac{\varrho^n - 1}{(\varrho^{n+1} - \varrho^n)}$$

Aber der Werth von R iſt $= \frac{\varrho^n - 1}{(\varrho - 1)\varrho^n}$ nach (Cap. I. 37)

$$\text{Alſo iſt die Summe der Reihen} = \frac{1}{\varrho - 1} - \frac{\varrho}{n\cdot(\varrho - 1)} \cdot R$$

$$\text{und der Werth der Leibrente oder } A = \left(1 - \frac{\varrho R}{n}\right)\frac{a}{\varrho - 1};$$

eine Formel die weit leichter iſt, als die hier angegebenen, nach der ſich aber, wegen der mit der Erfahrung nicht übereinſtimmenden Hypotheſe, nicht rechnen läßt.

38) *Seyberth* p. 93. giebt zu der Aufgabe in (17) folgende ſehr leichte Auflöſung:

„Das

„Das Alter des Rentenirers muß gegeben ſeyn. Nun ſuche man in der zum „Grunde gelegten Sterblichkeitsordnung die, dem Alter zukommende wahr„ſcheinliche Lebensdauer; und berechne den Werth einer Jahrrente, die ſo viele „Jahre ſoll gezogen werden, als die Lebensdauer anzeigt.„ Er iſt hiezu vom Deparcieux verleitet worden.

Zuerſt iſt offenbar, daß wenn die Rechnung auch ſonſt nicht fehlerhaft wäre, doch nicht die wahrſcheinliche, ſondern mittlere Lebensdauer genommen werden müßte (Cap. III. 21). Es ſey p = der mittlern Lebensdauer für irgend ein Alter; ſo müſſen ohngefehr eben ſo viele vor dem pten Jahre, als nach demſelben, und ohngefehr in gleichen Abſtänden auf beiden Seiten von demſelben, ſterben. Aber aus Tabelle II. erhellet, daß je weiter entfernt der Zahlungstermin einer Summe iſt, deſto kleiner auch ihr jeziger Werth ſeyn wird. Folglich werden die jezigen Werthe aller Renten, die nach dem pten Jahre ausbezahlt werden, weit kleiner ſeyn, als die, welche bis ans Ende des pten Jahres bezahlt werden. Und doch ſollen nach Seyberthen die Renten berechnet werden, als wenn ſie alle bis ans Ende des pten Jahres fällig wären. Es iſt alſo offenbar, daß hiedurch ihr Werth für die Rentenirer zu groß angeſezet ſeyn wird.

Lambert ſcheint in ſeinen Beyträgen III Th. p. 499. §. 34. in eben dieſen Fehler verfallen zu wollen. Er führt aber keine Rechnungen über die Aufgabe, ſonſt hätte er ſicher nicht angegeben, daß die mittlere Lebensdauer, zu Beſtimmung der Leibrenten, müßte gebraucht werden.

39) Die Verhältniß der Einlage zu der Rente iſt von verſchiedenen ältern Schriftſtellern ganz verſchieden angegeben worden. So ſoll ſie ſeyn 8 : 1 nach *Covarruvias* var. reſol. lib. III. c. 9. n. 7.

$8\frac{1}{3}$: 1 nach *Gratianus* Diſcept. forenſ. c. 756. n. 38.

$3\frac{1}{3}$: 1 für 90 jährige oder Kränkliche nach *Scaccia* de commerc. P. I. qu. 1. n. 289.

10 : 1 für Rentenirer vom mittlern Alter nach *Molinaeus* de commerc. et vſur. qu. 72. pr. Mittleres Alter giebt er denen, welche zwiſchen 30 und 40 Jahr alt ſind.

Ludovicus Molina de juſtitia et jure Tom. II. diſp. 388. n. 5. ſ. ſagt: man müſſe von der höchſten Lebensdauer z. B. 90 Jahren, das Alter des Rentenirers abziehen, und den Reſt halbiren; und für eine gegebene Aktie die Rente ſo beſtimmen, als wenn ſie eine Jahrrente auf ſo viele Jahre wäre, als der halbirte Reſt angiebt. Wenn man dieſen halbirten Reſt, mittlere Lebensdauer nennen darf; ſo ſtimmt ſie ohngefehr mit der Demoivreſchen überein, aber nun verfällt er noch in den in (38) angezeigten Fehler.

40) Durch Hülfe der in (34) berechneten Tabelle und der vorhergehenden, kann man alle hieher gehörende Aufgaben auflöſen. Z. B. folgende:

Ein m jähriger kauft ſich in eine Leibrente, ſo, daß er eine kleinere Miſe erlegt als erfordert wird, damit er die Rente gleich genieſſen kann; dagegen will er gewiſſe Jahre noch warten; wie lange dauert dieſe Zeit? Sie ſey n Jahre; die Summe die er erlegt hat ſey = B;

Vergleicht man nun die erſte Tabelle mit der achten, und findet man in beiden zwei Größen die einander gleich ſind; ſo iſt die Zahl welche neben der Größe in der erſten Tabelle ſteht, gleich der Anzahl der Jahre, die der Rentenirer noch warten muß, ehe er am Ende des folgenden Jahrs, die erſte Rente ziehen kann. Das Jahr, das die Tabelle anzeigt, wird alſo das $(n-1)^{te}$ ſeyn. Sind die zwei Größen aber nicht einander gleich, ſondern fällt eine der einen Tabelle zwiſchen zwei Größen der zweiten Größe; ſo muß man die gleiche Größe durch Proportionaltheile ſuchen. Je kleiner B iſt, je größer wird n.

Will der Rentenirer aber nicht n Jahre warten, ſondern z. B. nach $(n-p)$ Jahren die erſte Rente ziehen; ſo iſt offenbar; daß er noch eine Summe nachſchieſſen muß. Es ſey R = dem Werthe einer Leibrente für $(m+n-(p+1))$ jährige; ſo iſt der Nachſchuß $= R - B \cdot \varrho^{n-(p+1)}$; weil das Capital B in $(n-(p+1))$ Jahren auf $B \cdot \varrho^{n-(p+1)}$ anwächſt.

Bezahlt von einer Geſellſchaft M, die m Jahre alt iſt, jedes Mitglied die Summe B, ſo, daß die nach $(n-(p+1))$ Jahren noch Lebenden, die Eigenthümer dieſes Capitals ſeyn ſollen, und wenn ſie dann eine Leibrente haben wollen, den Nachſchuß zahlen müſſen; ſo iſt dieſer Nachſchuß offenbar $= \frac{[m+n-(p+1)]}{[m]} M R - M B \cdot \varrho^{n-(p+1)}$ für alle Ueberlebende, und der Nachſchuß eines einzigen Mitgliedes $= R - \frac{[m] \cdot B \cdot \varrho^{n-(p+1)}}{[m+n-(p+1)]}$.

Wollen die Rentenirer, nachdem ſie ſchon einige Zeit eine Rente genoſſen haben, eine höhere genieſſen; ſo iſt offenbar, daß ſie noch Nachſchuß bezahlen müſſen. Soll die Vermehrung = C ſeyn, ſo iſt offenbar der Nachſchuß gleich dem Werthe einer Leibrente C, für das jezige Alter der Rentenirers.

41) Sollten die Renten halbjährig ausgezahlt werden; ſo iſt offenbar, daß nach (Cap. I. 96) die Miſen der Tabelle zu klein ſeyn werden, wenn die halbjährige Rente = $\frac{1}{2}$ a ſeyn ſoll. Es muß alſo die Miſe vermehrt werden. Die Vermehrung wird auf folgende Art gefunden. Es ſey R der Werth der jährlichen Rente; r der der halbjährigen; ſo iſt nach (Cap. I. 104.)

$$r : R = \frac{1}{2(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1)} : \frac{1}{\varrho - 1}; \text{ alſo}$$

$$r = \frac{(\varrho - 1)R}{2(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1)};$$ z. B. für 50 jährige; ſo iſt nach Tab. VIII.

$$\log. R = 1{,}0578642$$

$$\log. (\varrho - 1) = 0{,}6989700 - 2$$

$$\log. \frac{1}{2(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1)} = 1{,}3061500$$

$$\log. r = 1{,}0629842 \text{ giebt } r = 11{,}5607$$

42) Wären die Sterblichkeitsordnungen auf halbe Jahre berechnet, welches nach (Cap. III.) ohne große Beſchwerlichkeit angeht, wenn man dort zwiſchen jede Ordinate noch eine ſetzte; ſo bekäme man nach (22) hier

$$A + \left(\frac{[m+\frac{1}{2}]}{\varrho^{\frac{1}{2}}} + \frac{[m+1]}{\varrho} + \frac{[m+\frac{3}{2}]}{\varrho^{\frac{3}{2}}} + \cdots + \frac{[m+n-\frac{1}{2}]}{\varrho^{n-\frac{1}{2}}} + \frac{[m+n]}{\varrho^{n}}\right)\frac{b}{[m]}$$

$$= \left(\frac{[m+n+\frac{1}{2}]}{\varrho^{n+\frac{1}{2}}} + \frac{[m+n+1]}{\varrho^{n+1}} + \cdots + \frac{[m+n+x-\frac{1}{2}]}{\varrho^{n+x-\frac{1}{2}}} + \frac{[m+n+x]}{\varrho^{n+x}}\right)\frac{a}{[m]}$$

$$+ \left(\frac{[m+n] - [m+n+\frac{1}{2}]}{2 \cdot \varrho^{n+\frac{1}{2}}} + \frac{[m+n+\frac{1}{2}] - [m+n+1]}{2 \cdot \varrho^{n+1}} + \cdots\right.$$

$$\left. + \frac{[m+n+x-1] - [m+n+x-\frac{1}{2}]}{2 \cdot \varrho^{n+x-\frac{1}{2}}} + \frac{[m+n+x-\frac{1}{2}] - [m+n+x]}{2 \cdot \varrho^{n+x}}\right)\frac{a}{[m]}.$$

Wo ſich auch die Abkürzungen in (27 u. f.) anbringen laſſen.

43) Soll aber die Miſe nicht vermehrt werden; ſo wird die Rente kleiner, und dann läßt ſich leicht nach (Cap. I. 101.) beſtimmen, wie groß die halbjährige Rente ſeyn wird. Iſt ſie $= \alpha$; ſo iſt daher

$$\alpha = \frac{(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1)a}{\varrho - 1}$$

Z. B. für 50 jährige iſt

$$1 + \log. (\varrho^{\frac{1}{2}} - 1) = 0{,}3926047 - 1$$

$$\log. \frac{1}{\varrho - 1} = 1{,}3010300$$

$$\log. \alpha = 0{,}6936347$$

giebt $\alpha = 4{,}93895$ alſo um 0,06105 kleiner als $\frac{1}{2}$ a.

44) Bey der ganzen Rechnung hat aber der Entrepreneur nicht den geringſten Vortheil, wenn er nicht das Aktiencapital höher nützen kann. Iſt dieſes nicht; ſo iſt es billig, daß ihm jeder Intereſſente beym Empfange der Rente, einen geringen vorher zu beſtimmenden Abzug verwillige, oder daß der Werth der Rente um etwas erhöhet werde. In Frankreich wird von jeder Rente 10 p. c. abgezogen.

Der Unterſchied der zwiſchen der Größe der Rente, in verſchiedenen Ländern, bey eben der Aktie und eben dem Alter vorkömmt, beruhet bloß auf der zum Grunde gelegten Mortalitätsordnung. So giebt bey dieſem Falle, Engeland eine größere Rente als Frankreich, und dieſes eine größere, als Holland. Engeland nimmt an, daß das höchſte Ziel des menſchlichen Lebens, gewöhnlich nur 86 Jahr iſt. Holland und Frankreich, legen eine kleinere Sterblichkeit zum Grunde; aber dagegen gilt in Frankreich ein höherer Zinſenfuß als in Holland. Da man aber nach der Wahrſcheinlichkeit rechnet, und die Anzahl der Erfahrungen worauf die Sterblichkeitsordnungen gebauet ſind, noch nicht verſtattet, ſie als moraliſch gewiß anzuſehen; ſo iſt es, da der Credit des Entrepreneurs muß aufrecht gehalten, und die Hofnung der Rentenirer nie getäuſchet werden, in allen Fällen rathſamer, eine etwas kleinere Sterblichkeit zum Grunde zu legen.

Auch ſollte das männliche Geſchlecht von dem weiblichen, wegen dieſes ſeiner größern Lebensdauer (Cap. III. 42.) unterſchieden werden. Da ſich aber die Deparcieuxiſche Tabelle nur auf Rentenirer gründet, und hierunter beiderley Geſchlechter begriffen ſind; ſo iſt offenbar, daß da, wo man ſie zur Grundlage der Rechnung macht, dieſer Unterſchied beträchtlich ſeyn wird.

45) Hat der Staat beſtändige Leibrenten; ſo kann hieraus für den Privatmann mancherley Vortheil entſtehen. Jeder kann ſich, und jedem andern, für den er intereſſirt iſt, auf Lebenszeit verſorgen, ohne befürchten zu dürfen, daß das Geld früher durchgebracht werde, als es des Menſchen Leben erfordert. Auch ſelbſt der Staat, kann auf dieſe Weiſe Belohnungen ertheilen. Der ſchwächliche Soldate, der ſein Blut fürs Vaterland vergoſſen hat, kann dadurch mit wenigen Unkoſten, den Reſt ſeines Lebens in Ruhe zubringen. Oder man ſetzt ihn in Hoſpitäler. Zu ihrer Errichtung muß dieſe Rechnung zum Grunde gelegt werden, damit der Entrepreneur wiſſe, wie hoch die Einlage, gegen die beſtimmten jährlichen Unkoſten, ſeyn müſſe. Aber hiebey muß er auf die Geſundheitsumſtände ſeiner Rentenirer ſehen. Sind ſie ſchwach; ſo kann man ihr Alter einige Jahre größer annehmen.

Oft werden Hoſpitäler für arme Bürger ſo geſtiftet, daß ſie beym Eintritte eine gewiſſe Summe bezahlen, dagegen wöchentlich ihr Leben durch gewiſſe Einkünfte bekommen. Da die Entrepriſe immer fort dauern ſoll; ſo kommen hier

den

den Rentenirern, nur die Zinſen des Stiftungscapitals zu ſtatten. Ihre Einlage wird dann nach (17. u. f.) beſtimmt, ſo, daß dort a, hier die Differenz zwiſchen den verſprochenen jährlichen Einkünften, und den Zinſen des Fundations Capitals anzeigt. Auch werden Leibrenten-Lotterien errichtet, auf folgende Art. Es werden ſo viel Claſſen errichtet, als verſchiedene Alter angenommen werden. Damit der Claſſen aber nicht zu viele werden; ſo rechnet man das Alter der Intereſſenten, die nur einige Jahre von einander entfernt ſind, im mittleren Durchſchnitte; z. B. die 0 bis 5 jährigen für $2\frac{1}{2}$ jährige; die 5 bis 10 jährige, für $7\frac{1}{2}$ jährige; u. ſ. w. daß wenn der älteſte 90 Jahre alt angenommen, und jede Claſſe ein Quinquennium enthielte, man 18 Claſſen haben würde. Nun wird der Einſatz für jedes Looß beſtimmet, ſo, wie die Anzahl der Looſe für jede Claſſe. Die Summe der Einſätze jeder Claſſe wird als ein Aktiencapital betrachtet, und geſucht, wie vielen Perſonen man eine beſtimmte Leibrente, davon auszahlen kann. Die gefundene Anzahl giebt die Treffer unter den Looſen, die übrigen bleiben Nieten. Eine ähnliche Lotterie iſt in den Niederlanden 1709. errichtet worden. *Mercure hiſtorique et politique. 1709. p. 17.* Auch gehört hieher das Hanauiſche Inſtitut. S. **Ausführliche Nachricht von der Einrichtung und Verfaſſung der neu aufgerichteten Geſellſchaft der Wohlthätigkeit.**

46) Den Werth einer Leibrente a zu finden, die ſo lange ſoll gezogen werden, als ſo viel beſtimmte Perſonen F, G, H 2c. als man will zuſammen leben. So bald alſo eine davon ſtirbt, ſo hört die Rente auf. Von den Perſonen iſt F alt f Jahr, G alt g Jahr, H alt h Jahr 2c.

Nun iſt aus (Cap. III. 51.) die Wahrſcheinlichkeit daß ſie noch zuſammen leben nach einem Jahre $= \frac{[f+1] \cdot [g+1] \cdot [h+1] \cdot \text{2c.}}{[f] \cdot [g] \cdot [h] \cdot \text{2c.}}$

nach x Jahren $= \frac{[f+x] \cdot [g+x] \cdot [h+x] \cdot \text{2c.}}{[f] \cdot [g] \cdot [h] \cdot \text{2c.}}$

Folglich auch nach (Cap. II. 8.) der jezige Werth der Rente die gezogen wird,

nach einem Jahre $= \frac{a}{\varrho} \cdot \frac{[f+1] \cdot [g+1] \cdot [h+1] \cdot \text{2c.}}{[f] \cdot [g] \cdot [h] \cdot \text{2c.}}$

nach x Jahren $= \frac{a}{\varrho^x} \cdot \frac{[f+x] \cdot [g+x] \cdot [h+x] \cdot \text{2c.}}{[f] \cdot [g] \cdot [h] \cdot \text{2c.}}$

Und wenn $\overline{f\,g\,h\ \text{2c.}}$ den Werth der Rente für ſo viele verbundene Leben anzeigt, als Buchſtaben unter der Linie ſtehen, wo jeder mit der Perſon, die im Anfange mit den großen Buchſtaben bezeichnet worden, im Verhältniſſe iſt; ſo iſt

 $\overline{f\,g\,h\ \text{2c.}}$

$$\overline{fgh\,\text{ꝛc.}} = \frac{a}{[f]\cdot[g]\cdot[h]\,\text{ꝛc.}}\left(\frac{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho} + \frac{[f+2]\cdot[g+2]\cdot[h+2]\,\text{ꝛc.}}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[f+x]\cdot[g+x]\cdot[h+x]\,\text{ꝛc.}}{\varrho^x}\right)$$

wo ſo viele Glieder in der Reihe berechnet werden, bis ein Faktor in einem derſelben = 0 wird.

47) Eben ſo iſt auch für Leute, deren jeder ein Jahr älter iſt, als die in (46) bey gleicher Rente

$$\overline{f'g'h'\,\text{ꝛc.}} = \frac{a}{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}}\left(\frac{[f+2]\cdot[g+2]\cdot[h+2]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho} + \frac{[f+3]\cdot[g+3]\cdot[h+3]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[f+x]\cdot[g+x]\cdot[h+x]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho^{x-1}}\right)$$

Aber aus (46) iſt $\frac{\overline{fgh\,\text{ꝛc.}}\,([f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.})\,r}{a} - [f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}$

$$= \frac{[f+2]\cdot[g+2]\cdot[h+2]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho} + \frac{[f+3]\cdot[g+3]\cdot[h+3]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[f+x]\cdot[g+x]\cdot[h+x]\cdot\text{ꝛc.}}{\varrho^{x-1}}$$

Alſo iſt auch $\overline{f'g'h'\,\text{ꝛc.}} = \frac{a}{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}}\left(\frac{\overline{fgh\,\text{ꝛc.}}\,([f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.})\,\varrho}{a}\right.$

$$\left. - [f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\,\text{ꝛc.}\right) = \frac{\overline{fgh\,\text{ꝛc.}}\,([f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.})\,\varrho}{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}} - a$$

woraus auch folgt $\overline{fgh\,\text{ꝛc.}} = \frac{(\overline{f'g'h'\,\text{ꝛc.}} + a)\,([f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.})}{\varrho\,([f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.})}$

daß man alſo auf eine leichte Weiſe aus dem eben gefundenen Werthe der Rente, den Werth der Rente für nächſt höhere oder nächſt niedere Leben finden kann, je nachdem entweder $\overline{f'g'h'\,\text{ꝛc.}}$ oder $\overline{fgh\,\text{ꝛc.}}$ zuerſt berechnet worden ſind.

48) Die Anzahl der Perſonen ſey nur F, G, H; ſind ſie vom gleichen Alter, ſo iſt in (46)

$$\overline{fgh} = f''' = \frac{a}{[f]^3}\left(\frac{[f+1]^3}{\varrho} + \frac{[f+2]^3}{\varrho^2} + \frac{[f+3]^3}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[f+x]^3}{\varrho^x}\right)$$

Und

Und eben ſo für n Perſonen von gleichen Alter, iſt der Werth der Rente =

$$\frac{a}{[f]^n}\left(\frac{[f+1]^n}{\varrho}+\frac{[f+2]^n}{\varrho^2}+\cdots+\frac{[f+x]^n}{\varrho^x}\right)$$

Offenbar iſt es, daß aus je mehr Perſonen die Geſellſchaft beſteht, deſto kleiner der Werth der Rente iſt, weil mit jedem Mitgliede das hinzukömmt, es immer weniger wahrſcheinlich wird, daß ſie alle ſollten lange zuſammen leben bleiben.

49) Exemp. zu (46). Auf zwei Leben. Es ſey f = 90 Jahr; g = 80 Jahr; a = 10; ϱ = 1,05; ſo iſt

$$\overline{fg}=\frac{10}{0{,}0080\cdot0{,}0812}\left(\frac{0{,}0050\cdot0{,}0697}{\varrho}+\frac{0{,}0028\cdot0{,}0590}{\varrho^2}\right.$$

$$\left.+\frac{0{,}0014\cdot0{,}0492}{\varrho^3}+\frac{0{,}0006\cdot0{,}0404}{\varrho^4}+\frac{0{,}0003\cdot0{,}0327}{\varrho^5}+\frac{0{,}0001\cdot0{,}0261}{\varrho^6}\right)$$

$$\frac{1}{\varrho}\cdot0{,}0050\cdot0{,}0697=0{,}00033190469\,99$$

$$\frac{1}{\varrho^2}\cdot0{,}0028\cdot0{,}0590=0{,}000149841\,2759$$

$$\frac{1}{\varrho^3}\cdot0{,}0014\cdot0{,}0492=0{,}0000595011299$$

$$\frac{1}{\varrho^4}\cdot0{,}0006\cdot0{,}0404=0{,}000019942\,3091$$

$$\frac{1}{\varrho^5}\cdot0{,}0003\cdot0{,}0327=0{,}0000076863733$$

$$\frac{1}{\varrho^6}\cdot0{,}0001\cdot0{,}0261=0{,}0000019476209$$

$$0{,}0005708234090$$

1 + log. dieſer Summe = 0,7565019 — 3

log. 0,0080 · 0,0812 = 0,8126460 — 4

log. $\overline{fg}$ = 0,9438559

giebt $\overline{fg}$ = 8,787308

50) Exemp. zu (47). $$\overline{f'g'}=\frac{8{,}787308\cdot0{,}0080\cdot0{,}0812\cdot\frac{21}{20}}{0{,}0050\cdot0{,}0697}-10$$

log.

$$\log. 8{,}787308 = 0{,}9438559$$
$$\log. 0{,}0080 \cdot 0{,}0812 = 0{,}8126460 - 4$$
$$\log. \tfrac{21}{20} = 0{,}0211893$$
$$0{,}7776912 - 3$$
$$\log. 0{,}0050 \cdot 0{,}0697 = 0{,}5422028 - 4$$
$$1{,}2354884 \text{ giebt } 17{,}198416$$

alſo $\overline{f'g'} = 17{,}198416 - 10 = 7{,}198416.$

51) Auf einfache Zinſen berechnet giebt (46)

$$\overline{fgh\,\text{ꝛc.}} = \frac{at}{[f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.}}\left(\frac{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}}{t+1} + \frac{[f+2]\cdot[g+2]\cdot[h+2]\cdot\text{ꝛc.}}{t+2} + \ldots + \frac{[f+x]\cdot[g+x]\cdot[h+x]\cdot\text{ꝛc.}}{t+x}\right)$$

Aber eben ſo wie in (36) findet hier die Abkürzung in (47) nicht ſtatt.

52) *De Moivre* nimmt bey der Berechnung dieſer Aufgabe wieder eine neue Hypotheſe an: nämlich, daß in allen gleich großen Zeiträumen, die Anzahl der Fälle leben zu bleiben zu denen zu ſterben, ſich verhält wie a:b. Es iſt offenbar, daß hier die Reihe in (46) eine geometriſche Reihe wird, folglich, daß die Formel weit kürzer ſeyn muß als hier, beſonders da er ſie durch Leibrenten auf einzelne Leben ausdrückt. Aber nach den hieſigen Grundſätzen läßt ſich gar keine Anwendung davon machen.

53) Den Werth einer Leibrente zu finden, die ſo lange gezogen wird, als von zwei beſtimmten Perſonen F und G wovon die erſtere f die andere g Jahre alt iſt, noch eine lebt. Sie dauert alſo ſo lange fort, als **nicht beide** tod ſind. Der verlangte Werth ſey = A.

So iſt aus (Cap. III. 51.) die Wahrſcheinlichkeit, daß nicht beide tod ſind

$$\text{nach einem Jahre} = \frac{[f+1]}{[f]} + \frac{[g+1]}{[g]} - \frac{[f+1]\cdot[g+1]}{[f]\cdot[g]}$$

$$\text{nach zwei Jahren} = \frac{[f+2]}{[f]} + \frac{[g+2]}{[g]} - \frac{[f+2]\cdot[g+2]}{[f]\cdot[g]}$$

$$\text{nach x Jahren} = \frac{[f+x]}{[f]} + \frac{[g+x]}{[g]} - \frac{[f+x]\cdot[g+x]}{[f]\cdot[g]}$$

Multipli-

Multipliciret man die horizontalen Reihen, die erſte in $\frac{a}{\varrho}$; die zweite in $\frac{a}{\varrho^2}$; . . . die x^{te} in $\frac{a}{\varrho^x}$; ſo wird ihre Summe den Werth der Leibrente ausdrücken.

Vergleichet man die erſte und zweite ſenkrechte Reihe mit 24; ſo iſt offenbar, daß die erſte gleich iſt dem Werthe einer Leibrente, auf lebende Rentenirer, für einen f jährigen $= \varphi$, die zweite eben dem Werthe für einen g jährigen; und eben ſo erhellet aus (46) daß die dritte gleich iſt dem Werthe einer Leibrente für zwei verbundene Leben $= \overline{fg}$. Es iſt alſo

$$A = \varphi + \gamma - \overline{fg}.$$

54) **Exemp.** Es ſey $f = 90$ Jahr; $g = 80$ Jahr; $\bar{a} = 10$;

ſo iſt aus Tab. VIII. $\varphi = 11{,}642827$

$\gamma = 35{,}012933$

$\varphi + \gamma = 46{,}655760$

und aus (49) $\overline{fg} = 8{,}787308$

alſo $A = 37{,}868452$

Eben ſo wird auch gefunden, wenn noch eine Perſon H in die Geſellſchaft tritt, und der Werth einer Leibrente für ihr Alter iſt $= \vartheta$;

$$A = \varphi + \gamma + \vartheta - \overline{fg} - \overline{fh} - \overline{gh} + \overline{fgh}$$

u. ſ. w. für ſo viele Perſonen als man will; ſind dieſe drei von gleichem Alter; ſo iſt $A = 3\,\varphi - 3\,f'' + f'''$.

In Haag wurde 1771 eine immerwährende Leibrentengeſellſchaft errichtet. Einzelne Perſonen bekommen jährlich, wenn ſie unter 60 Jahr einſetzen 8 p. c. von 60 bis 70 Jahren, 9 p. c. von 70 und drüber, 10 p. c.

Die Leibrente auf das längſte von zwei verbundenen Leben, giebt 7 p. c. die auf das längſte von drei verbundenen Leben 6 p. c.

Es iſt wohl offenbar, daß hier entweder die jüngern oder ältern Rentenirer vervortheilet ſind, weil allen ſtillſchweigends ein gleiches Alter beygelegt wird.

In Frankreich wurde 1779 eine neue Geſellſchaft errichtet, um einen Theil der Kriegskoſten, für das nächſte Jahr herbeyzuſchaffen. Einem einzelnen Leben wurde 10 p. c. zwei verbundenen 9 p. c. drei verbundenen $8\frac{1}{2}$ p. c. und vier verbundene Leben 8 p. c. verſprochen. Der Zulauf war ſo groß, daß in wenig Tagen, alle Subſcriptionen, auf das Aktiencapital von 55 Milionen Livres, geſchehen waren.

55) Kauft die Geſellſchaft in (46) die Leibrente; ſo iſt es billig, daß jedes Mittglied gleichviel zum Kaufpreiſe beyträgt, weil jeder ſie eben ſo lange genieſſet, als der andere. Es müßte denn ſeyn, daß ſie ſie nach einer gewiſſen Verhältniß unter ſich theilten; und dann muß eines jeden Antheil an der Aktie, nach der Geſellſchaftsrechnung beſtimmet werden.

Will aber eine Geſellſchaft wie in (53) ſie kaufen; ſo muß der jüngere mehr als der ältere zur Aktie beytragen, weil jener Hofnung hat ſie länger zu genieſſen als dieſer. Geſetzt ſie beſteht aus drei Perſonen, und man will jedes Mittgliedes Beytrag wiſſen; ſo iſt aus (54) offenbar, daß jeder bezahlen muß, erſtlich den Werth einer Rente auf ſein eigenes Leben, hernach die Hälfte einer Rente, die ſo lange gezogen wird, als er mit einem von den beiden andern zuſammen lebt; endlich $\frac{1}{3}$ des Werthes einer Rente, die ſo lange gezogen wird, als ſie alle zuſammen leben. Die algebraiſchen Zeichen gehörig angewand, ſo zahlen dort zur Aktie

$$F;\ \varphi - \frac{\overline{fg}}{2} - \frac{\overline{fh}}{2} + \frac{\overline{fgh}}{3}$$

$$G;\ \gamma - \frac{\overline{fg}}{2} - \frac{\overline{gh}}{2} + \frac{\overline{fgh}}{3}$$

$$H;\ \vartheta - \frac{\overline{fh}}{2} - \frac{\overline{gh}}{2} + \frac{\overline{fgh}}{3}$$

Und eben ſo leicht wird man den Beytrag zur Aktie für ſo viel Perſonen beſtimmen, als man will.

56) Den Werth einer Leibrente zu finden die ſo lange gezogen wird, als von drei Perſonen F, G, H, des bekannten Alters, noch zwei leben.

Die Rente hört alſo auf, ſo bald zwei oder alle drei ſterben; oder ſie wird alle Jahre gezogen, in denen am Ende entweder F und G; oder F und H; oder G und H, oder auch F, G und H noch leben.

Nun iſt die Wahrſcheinlichkeit, daß nach einem Jahre

F und G noch leben; H tod ſey $= \frac{[f+1]\cdot[g+1]}{[f]\cdot[g]}\cdot\left(1 - \frac{[h+1]}{[h]}\right)$

F und H noch leben; G tod ſey $= \frac{[f+1]\cdot[h+1]}{[f]\cdot[h]}\cdot\left(1 - \frac{[g+1]}{[g]}\right)$

G und H noch leben; F tod ſey $= \frac{[g+1]\cdot[h+1]}{[g]\cdot[h]}\cdot\left(1 - \frac{[f+1]}{[f]}\right)$

Daß

Daß F, G, und H noch leben $= \frac{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]}{[f]\cdot[g]\cdot[h]}$

Dieſe Wahrſcheinlichkeiten gehörig entwickelt und addirt; ſo wird die Wahrſcheinlichkeit, daß nach einem Jahre F, G, oder F; H, oder G; H, oder auch F; G; H noch leben

$$= \frac{[f+1]\cdot[g+1]}{[f]\cdot[g]} + \frac{[f+1]\cdot[h+1]}{[f]\cdot[h]} + \frac{[g+1]\cdot[h+1]}{[g]\cdot[h]} - 2\,\frac{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]}{[f]\cdot[g]\cdot[h]}$$

Und eben ſo die Wahrſcheinlichkeit für die folgenden Jahre, woraus ſich im Vergleich mit (46) der Werth der Leibrente giebt $= \overline{fg} + \overline{fh} + \overline{gh} - 2\,\overline{fgh}$

Jeder Beytrag zur Aktie wird wie in (55) beſtimmt. Sind die drei Mitglieder von gleichem Alter; ſo iſt der Werth der Rente $= 3\,f'' - 2\,f'''$.

57) Den jezigen Werth einer Leibrende a zu finden, welche G erſt nach F ſeinem Tode zu heben anfängt. Stirbt er früher als F; ſo bekömmt er und ſeine Erben nichts.

Nun iſt nach (Cap. III. 52) die Wahrſcheinlichkeit daß er ihn überlebe

$$\text{auf ein Jahr} = \left(1 - \frac{[f+1]}{[f]}\right)\frac{[g+1]}{[g]}$$

$$\text{auf } x \text{ Jahre} = \left(1 - \frac{[f+x]}{[f]}\right)\frac{[g+x]}{[g]}$$

Alſo der jezige Werth der Rente für G $= \gamma - \overline{fg}$ wie er ſich nach gehöriger Entwickelung und Vergleichung mit (24 und 46) ergiebt.

So läßt ſich der Werth von gewiſſen Kloſterſtellen finden, die viele Jahre vor dem Tode des zeitigen Beſitzers, ſchon wieder vergeben werden; dann iſt $\gamma - \overline{fg}$ der jezige Werth für den zukünftigen Beſitzer, wenn a den jährlichen Ertrag der Stelle anzeigt.

58) G tritt nach F in den Genuß der Rente, und nach dieſem H. Was iſt der jezige Werth der Rente, die H ziehen ſoll? Um zur Hebung zu kommen muß er F und G überleben. Die Wahrſcheinlichkeit hiezu iſt

$$\text{fürs erſte Jahr} = \left(1 - \frac{[f+1]}{[f]}\right)\left(1 - \frac{[g+1]}{[g]}\right)\frac{[h+1]}{[h]}$$

$$\text{fürs } x^{te} \text{ Jahr} = \left(1 - \frac{[f+x]}{[f]}\right)\left(1 - \frac{[g+x]}{[g]}\right)\frac{[h+x]}{[h]}$$

woraus ſich der Werth der Leibrente ergiebt $= \vartheta - \overline{hg} - \overline{hf} + \overline{hfg}$.

 Eben

Eben ſo, kann der Werth der Rente für den ſpäteſten Nachfolger, gefunden werden.

59) F, G, H ꝛc. genieſſen eine Rente a, ſo lange ſie zuſammen leben. Stirbt einer von dieſer Geſellſchaft; ſo tritt eine andere M, N, O ꝛc. in den Genuß der Rente. Was iſt ihr jetziger Werth für die letzte Geſellſchaft? Die Erwartung daß ſie am Ende eines Jahrs zur Hebung kömmt, hängt von der Erfüllung der zwei folgenden Begebenheiten ab. 1) Daß die Geſellſchaft M, N, O ꝛc. zuſammen bis ans Ende dieſes Jahrs lebt; 2) daß von der andern, dann wenigſtens einer geſtorben iſt. Die Wahrſcheinlichkeit zu dieſer letzten Begebenheit iſt nach (Cap. III. 51) fürs erſte Jahr =

$$1 - \frac{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}}{[f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.}}$$

alſo die verbundene Wahrſcheinlichkeit fürs erſte Jahr =

$$\left(1 - \frac{[f+1]\cdot[g+1]\cdot[h+1]\cdot\text{ꝛc.}}{[f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.}}\right)\frac{[m+1]\cdot[n+1]\cdot[o+1]\cdot\text{ꝛc.}}{[m]\cdot[n]\cdot[o]\cdot\text{ꝛc.}};$$

fürs x^{te} Jahr =

$$\left(1 - \frac{[f+x]\cdot[g+x]\cdot[h+x]\cdot\text{ꝛc.}}{[f]\cdot[g]\cdot[h]\cdot\text{ꝛc.}}\right)\frac{[m+x]\cdot[n+x]\cdot[o+x]\cdot\text{ꝛc.}}{[m]\cdot[n]\cdot[o]\cdot\text{ꝛc.}}$$

Alſo der jetzige Werth der Rente $= \overline{mno\,\text{ꝛc.}} - \overline{mno\,\text{ꝛc.}\,fgh\,\text{ꝛc.}}$ nach (46).

60) Die Geſellſchaft M, N, O, tritt nicht eher in den Genuß der Rente, als bis der letzte von der Geſellſchaft F, G, H, ſtirbt; Wie groß iſt der Werth der Rente, unter dieſer Bedingung?

Die Wahrſcheinlichkeit daß F, G, H, nach einem Jahre tod ſind, aber M, N, O noch leben iſt =

$$\left(1 - \frac{[f+1]}{[f]}\right)\left(1 - \frac{[g+1]}{[g]}\right)\left(1 - \frac{[h+1]}{[h]}\right)\left(\frac{[m+1]\cdot[n+1]\cdot[o+1]}{[m]\cdot[n]\cdot[o]}\right)$$

Eben ſo leicht wird die Wahrſcheinlichkeit, für die folgenden Jahre gefunden. Entwickelt man dieſe Größen gehörig; ſo erhält man am Ende, den Werth der Rente $= \overline{mno} - \overline{fmno} - \overline{gmno} - \overline{hmno} + \overline{ghmno} + \overline{fhmno} + \overline{fgmno} - \overline{mnofgh}.$

Es iſt offenbar daß, je mehr Mittglieder man in die Geſellſchaft nimmt, deſto weitläuftiger die Formel werden wird.

61) Die Geſellſchaft M, N, O tritt in den Genuß der Rente, ſobald einer von der Geſellſchaft F, G, H ſtirbt, und zieht ſie ſo lange, als einer von der Geſellſchaft M, N, O lebt. Der jetzige Werth dieſer Rente ſoll gefunden werden.

Die

Die Wahrſcheinlichkeit, daß wenigſtens einer von der erſten Geſellſchaft nach einem Jahre noch lebt, iſt nach (Cap. III. 51)

$$= 1 - \left(\left(1 - \frac{[m+1]}{[m]}\right)\left(1 - \frac{[n+1]}{[n]}\right)\left(1 - \frac{[o+1]}{[o]}\right)\right)$$

die, daß wenigſtens einer von der Geſellſchaft F, G, H nach einem Jahre geſtorben iſt, iſt $= 1 - \frac{[f+1] \cdot [g+1] \cdot [h+1]}{[f] \cdot [g] \cdot [h]}$; alſo die verbundene Wahrſcheinlichkeit gleich dem Produkte beider. Entwickelt man ſie; ſo findet man nach den gehörigen Rechnungen den Werth der Rente $= \mu + \nu + o + \overline{mon} + \overline{onfgh} + \overline{mnfgh} + \overline{mofgh} - \overline{on} - \overline{mn} - \overline{mo} - \overline{nfgh} - \overline{ofgh} - \overline{mfgh} - \overline{monfgh}$, wenn μ den Werth einer Leibrente für M; ν den für N; o den für O anzeigt.

Eines jeden Beytrag zur Aktie wird wie in (55) beſtimmt.

62) F und G genieſſen eine Rente a; ſobald F ſtirbt, tritt H in ſeinen Platz auf folgende Art, daß wenn G noch lebt, H nur $\frac{1}{p}$ der Rente bekömmt, bis daß G auch geſtorben iſt. Iſt G aber vor F geſtorben; ſo bekömmt H gleich die ganze Rente. Was iſt der Werth von H ſeiner Erwartung?

Die Wahrſcheinlichkeit daß F und G tod ſind, H noch lebt, iſt fürs erſte Jahr $= \left(1 - \frac{[f+1]}{[f]}\right)\left(1 - \frac{[g+1]}{[g]}\right)\frac{[h+1]}{[h]}$ und wird eben ſo, für die folgenden Jahre gefunden.

Die Wahrſcheinlichkeit, daß F tod ſey, G und H noch lebe, iſt fürs erſte Jahr $= \left(1 - \frac{[f+1]}{[f]}\right)\frac{[g+1] \cdot [h+1]}{[g] \cdot [h]}$ und ſo weiter für die folgenden Jahre.

In dem erſten Falle aber erhält H, jährlich die Rente a; folglich iſt dieſer Theil des Werthes der Rente, gleich dem Werthe in (58).

In dem andern Falle aber bekömmt er nur $\frac{a}{p}$; folglich iſt dieſer Theil $= \frac{\overline{gh}}{p} - \frac{\overline{ghf}}{p}$

Und der Werth der ganzen Erwartung =

$$\vartheta + \frac{\overline{gh}}{p} - \overline{gh} - \overline{hf} + \overline{ghf} - \frac{\overline{ghf}}{p} =$$

$$\vartheta + \left(\frac{1}{p} - 1\right)\overline{gh} - \overline{hf} + \left(1 - \frac{1}{p}\right)\overline{ghf}$$

Dieſes iſt nicht der Fall (Cap. II. 18), da hier auf das Geſchehen jeder Begebenheit, ein beſonderer Preiß geſetzt iſt.

63) Die Aufgaben von (53) an, ſind mit keinen Exempeln erläutert, theils weil die Formeln nicht verwickelt ſind, ſondern die Rechnung nur mühſam iſt, theils auch, weil hiedurch dieſes Capittel, auf eine unnöthige Weiſe, ſehr anſchwellen würde.

Da (17) in (36) und (46) in (51) auch auf einfache Zinſen berechnet, und die übrigen Aufgaben nur Zuſammenſetzungen von dieſen beiden ſind; ſo iſt offenbar, daß man ſie alle, eben ſo leichte auf einfache Zinſen berechnen kann.

Wollte jemand eine Tabelle über alle hier vorkommende Fälle berechnen; ſo iſt es leicht zu beſtimmen, wie viele Fälle man überhaupt berechnen müßte. Soll z. B. (54) nur auf vier Perſonen eingeſchränkt ſeyn; ſo iſt offenbar, daß man einer jeden, 90 verſchiedene Alter beylegen kann. Und dann müſſen dieſe Alter zu zwei und zwei, zu drei und drei, zu vier und vier verbunden werden. Die zu berechnende Anzahl der Verbindungen zu zwei und zwei, iſt gleich der Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis 91 $= (1+91) \cdot \frac{91}{2} = 4286$. Denn den 90 jährigen F, kann man mit einem G von jedem Alter, alſo mit 91 verſchiedenen Altern verbinden, weil 0 jährige auch mit in Betrachtung kommen. Den 89 jährigen F, kann man auf gleiche Weiſe, mit 91 verſchiedenen Altern verbinden, aber die Verbindung des 89 jährigen mit den 90 jährigen iſt ſchon berechnet worden, alſo bleiben nur 90 Fälle, u. ſ. w. Die Verbindungen des 0 jährigen F, mit einem G von jeden Alter, giebt nur einen zu berechnenden Fall. Die zu berechnende Anzahl der Verbindungen zu drei und drei, iſt $4286 \cdot 91 = 390026$; denn jede der Verbindungen zu zwei und zwei, kann noch mit 91 verſchiedenen Altern verbunden werden. Eben dieſes tritt auch für die Verbindungen zu vier und vier ein; die Summe der Fälle iſt alſo hier $= 390026 \cdot 91 = 35492366$.

Daraus folgt die Summe aller zu berechnenden Fälle $= 35886678$, wobey man freylich durch Interpoliren, ſich die Arbeit etwas erleichtern kann.

Von

Von den Tontinen.

64) Errichtet eine Geſellſchaft den Vertrag, daß ein jedes Mitglied ein gewiſſes Capital erlegen will, von deren Summe ihr jährlich, bis zum Tode des letzten Mitglieds, eine gleich große Rente ausgezahlt werden, und daß dieſe Rente unter die Ueberlebenden jährlich vertheilt werden ſoll; ſo errichten ſie eine **Tontine.** Dann heiſſen die Mittglieder **Tontiniſten,** der Entrepreneur oder der, der die jährlichen Renten auszahlt der **Tontinarius.** Sie hat ihren Namen von **Lorenz Tonti,** einem gebohrnen Neapolitaner, der im Dienſte der Krone Frankreich ſtand. Er mag ſie dort ohngefehr 1663 angegeben haben. Die erſte nahm ihren Anfang 1689. Die Worte des Königlichen Edikts vom 11ten Nov. des Jahrs lauten:

„Cette tontine conſiſte en 1400000 ℔ de rentes viageres, conſtitueés ſur un „pied proportionné a l'age des rentiers, de qui l' on a vu l'extrait baptiſtaire, et „qui ſont diviſées en 14 claſſes, et dont les ſurvivants héritent des morts, de ſor„te, que le dernier, qui demeure d'une claſſe, reçoit ſeul le revenu du Capital „des rentes de ſa claſſe.„

Die 1400000 ℔ wurden jährlich ausgezahlt. Jede Aktie koſtete 300 ℔, und 1726 verſtarb eine Barbirer Wittwe in dem Alter von 96 Jahren, welche für dieſe Aktie zuletzt, eine Rente von 73500 ℔ zog.

Tonti war übrigens nicht der Erfinder. Denn von ähnlichen Verträgen redet ſchon *Scipio Ammiratus* in ſeinen Diſcorſi ſopra Cornel. Tacito. 1599. Auch ſollen ſchon verſchiedene ähnliche kleinere Geſellſchaften bey Leotardus Lebzeiten errichtet worden ſeyn. *Marperger* mont. piet. p. 258.

65) Bey der Tontine herrſcht alſo ein zweifacher Vertrag. Erſtlich unter den Tontiniſten, wegen der Erbſchaft der Rente; dann zwiſchen dem Tontinario und den Tontiniſten in Betrachtung der Miſen und der jährlichen Rente. Des Tontinarius Verbindlichkeit, nimmt mit der Auszahlung der Aktien, ihren Anfang, und hört mit dem Tode des letzten Tontiniſten auf. Stirbt jener früher als dieſer; ſo kömmt die Verbindlichkeit auf des Tontinarius Erben.

Dieſe Rente kann alſo eben ſo wenig, als die in (9) verkauft werden; und wegen der Gewißheit eine beſtimmte Summe durch Aktien zu erlangen, der Vortheile für den Tontiniſten, ſeiner Sicherheit, der Angaben ſeines Alters, u. ſ. w. gilt hier auch (11) bis (17).

Der Anfang der Tontine, hängt von der Contrahenten Willkühr ab, entweder, daß gleich nach dem erſten Jahre, oder erſt nach n Jahren, die erſte Rente bezahlt wird. So kann eine Geſellſchaft Eltern eine Tontine für ihre o jährigen Kinder

Kinder errichten, ſo, daß ſie bey der Geburth die Aktie bezahlen, aber die überlebenden Kinder erſt nach 20 oder mehr Jahren, zur Hebung kommen.

66) Die Tontiniſten können den Vertrag ſo einrichten, daß entweder die Ueberlebenden der Verſtorbenen Renten ganz erhalten; dann iſt es eine **einfache Tontine**; oder daß ſie nur einen gewiſſen Theil derſelben bekommen, und der Reſt an den Tontinarius verfällt, dann iſt es eine **zuſammengeſetzte**. Dieſes iſt ſo zu verſtehen: Der Theil der Rente den der Tontinarius bey jedem Sterbefalle bekömmt, iſt eben dem Theile der Miſe proportional. Er ſey = $\frac{1}{p}$ der Rente; ſo wird $\frac{1}{p}$ der Aktie, als die Miſe für eine Leibrente, der übrige Theil, als eine einfache Tontine betrachtet.

Gewöhnlich werden die Tontinen in Claſſen von 5 zu 5 Jahren getheilt; ſo, daß die 0 bis 5 jährigen zur erſten, die 5 bis 10 jährigen zur zweiten Claſſe u. ſ. w. gehören. Der Tontiniſt, welcher alſo 5 Jahr und einen Tag, und der, welcher 10 Jahr weniger einem Tag alt iſt, kommen in eine Claſſe. Ohne auf beſondere Leibesumſtände zu ſehen, die wie in (16) für den Tontiniſten vortheilhaft angenommen werden müſſen, hat der jüngere in jeder Claſſe, weit mehr Wahrſcheinlichkeit, am Ende der beglückte Tontiniſt zu ſeyn, als der ältere. Dieſes hält ſchon viele ab in die Geſellſchaft zu treten; und noch weniger Leute wagen ihr Geld, wenn die Claſſen von 10 zu 10 Jahren abgetheilt ſind, wie bey der franzöſiſchen Tontine, von 1733. Auch iſt es für den Tontinarius nicht ſicher. Er kann die gehörigen Rechnungen, als die Grundlage ſeiner Entrepriſe, der Gewißheit nicht ſo nahe bringen, als wenn er die Claſſen vom Jahre zu Jahre errichtet, wobey auch jeder Tontiniſte mit dem andern gleiche Hofnung hat, der beglückte zu werden.

Der Unterſchied zwiſchen weiblichen und männlichen Tontiniſten fällt hier wegen (44) weg.

Jede Claſſe kann wieder ihre Unterabtheilung haben, ſo, daß zu jeder derſelben, eine gewiſſe Anzahl z. B. 100 Mittglieder gehören. Die Ueberlebenden theilen ſich dann nur, in die Renten, der verſtorbenen Mittglieder der Unterabtheilung; und ſo kann der beglückte auch nur, die ganze Rente ſeiner Unterabtheilung ziehen. Dieſes iſt für den Entrepreneur in ſo weit vortheilhaft, daß er nicht zu befürchten braucht, viele Jahre länger, als das höchſte Ziel des menſchlichen Lebens angenommen werden darf, die Rente zu bezahlen, und daß wenn es geſchehen ſollte, ſie nicht ſo ſehr hoch ſeyn kann.

67) Die Berechnung bey der einfachen Tontine, gründet ſich auf (Cap. I. 37.) in Betrachtung des Tontinarius, oder wieviel er jährlich ausbezahlen muß. Dann muß aber erſt das dortige n beſtimmt werden. Es geſchieht auf folgende Art:

Die

Die Anzahl der Tontiniſten in einer Claſſe ſey = p; ſie ſeyen m Jahre alt; ſo leben von eben dem Alter in der Tabelle [m]; und von dieſen nach n Jahren noch [m+n]; alſo kann man ſagen $[m] : [m+n] = p : \frac{p \cdot [m+n]}{[m]}$

Iſt dieſer Ausdruck ohngefehr = $\frac{1}{2}$ ſo iſt es ein Zeichen, daß nach n Jahren der letzte Tontiniſt ſterben wird. Die Grenze $\frac{1}{2}$ wird angenommen weil zwiſchen 1 und 0 noch eine Reihe Brüche vorkömmt, wovon dieſe ohngefehr den mitlern Durchſchnitt geben wird. Man hat alſo $\frac{p \cdot [m+n]}{[m]} = 0{,}5$; alſo $\frac{0{,}5 \cdot [m]}{p} = [m+n]$ Die Jahrzahl welche bey dieſem Ausdrucke ſteht iſt = m+n; alſo die Dauer der Rente oder $n = m + n - m$. Z. B. Es ſey $p = 100$; $m = 10$; ſo iſt $[m+n] = \frac{0{,}5 \cdot 6004}{100} = \frac{3002}{100} = 30$. Alſo $m + n =$ 92 Jahr; und $n = 82$ Jahr. Darnach iſt für 100 Tontiniſten

deren Alter im Durchſchnitte iſt	Die Dauer der Tontine = n
3 Jahr	89 Jahr
7 —	85 —
$12\frac{1}{2}$ —	80 —
$17\frac{1}{2}$ —	$74\frac{1}{2}$ —
$22\frac{1}{2}$ —	70 —
$27\frac{1}{2}$ —	65 —
$32\frac{1}{2}$ —	60 —
$37\frac{1}{2}$ —	55 —
$42\frac{1}{2}$ —	50 —
$47\frac{1}{2}$ —	45 —
$52\frac{1}{2}$ —	$40\frac{1}{2}$ —
$57\frac{1}{2}$ —	$35\frac{1}{2}$ —
$62\frac{1}{2}$ —	$30\frac{1}{2}$ —
$67\frac{1}{2}$ —	$25\frac{1}{2}$ —
$72\frac{1}{2}$ —	$21\frac{1}{2}$ —
$77\frac{1}{2}$ —	$16\frac{1}{2}$ —
$82\frac{1}{2}$ —	13 —

Wie groß die Summe der jährlichen Renten ſeyn muß, giebt die dritte Tabelle. Es ſey die Summe der Miſen für $47\frac{1}{2}$ jährige = 100 A; die alſo in

45 Jah-

45 Jahren abgetragen werden müſſen, ſo ſagt man $1777 : 100 = 100 A : \frac{10000\,A}{1777}$

Iſt A = 100 Rthl ſo iſt die Summe die jährlich abgetragen wird = 561 Rthl. folglich kann ein 47½ jähriger für 100 Rthl. Miſe, jährlich 561 Rthl. bekommen, wenn er der beglückte Tontiniſte wird.

67) Will man aber in voraus beſtimmen, wie jedem Tontiniſten ins beſondere, jährlich die Rente zuwächſt; ſo kann man nach Tab. VII. ihr allmähliges Abſterben berechnen und unter die am Ende jedes Jahres noch lebenden, die Summe aller Renten für die Claſſe vertheilen. Iſt S die ganze Rente; ſo iſt $\frac{[m] \cdot S}{[m+n] \cdot p}$ die Rente die jeder allmählig bekömmt, wo n hier jedes Jahr anzeigt. So bekommen 47½ jährige

Alter.	lebende Intereſſenten.	bekömmt jeder für 100 Rthl. Miſe
47½	100	0 Rthl.
50	96	5,8 —
55	87	6,4 —
60	78	7,2 —
65	65	8,6 —
70	51	11,0 —
75	36	15,5 —
80	20	28 —
85	8	70 —
90	2	280 —
91	1	561 —
92	1	561 —

Die Zwiſchenzahlen kann man leicht ohne merkliche Fehler interpokiren.

Wäre die Tontine in Claſſen von Jahren zu Jahren eingetheilt; ſo müßte man 86 ſolcher Tabellen berechnen. Für Tontinen, wo jede Claſſe 5 Jahre begreift, brauchen nur die in (66) angegebenen 17 Tabellen berechnet zu werden.

68) Daß die Berechnung der zuſammengeſetzten Tontine eben ſo leicht iſt, erhellet aus (65). Es ſind bloſſe Additionen von Theilen der Tabellen für einfache Tontinen, und der hieſigen VIIIten Tabelle. Z. B. Wenn p in (65) = 2; ſo

ſo iſt $\frac{1}{p} \cdot A = 50$ Rthl. alſo bezahlt der Tontinarius an Tontiniſten die $47\frac{1}{2}$ Jahr alt ſind

am Ende des Jahrs	leben Tontiniſten.	Sie bekommen alle aus der Tontine	Aus der Leibrente	Alſo zahlt der Tontinarius aus
$47\frac{1}{2}$	100	280 Rthl.	416,4	696,4
50	96	280	399,74	679,74
55	87	280	362,27	642,27
60	78	280	324,79	604,79
65	65	280	270,66	550,66
70	51	280	212,36	492,36
75	36	280	149,91	429,91
80	20	280	83,28	363,28
85	8	280	33,31	313,31
90	2	280	8,33	288,33
91	1	280	4,16	284,16
92	1	280	4,16	284,16

woraus man leichte findet, wie viel jeder Tontiniſte, am Ende jedes Jahrs bekömmt.

Offenbar iſt es, daß je kleiner p in (65) iſt, deſto größer am Anfange die Rente, aber auch in der Folge deſto kleiner der Zuwachs ſeyn wird; und umgekehrt.

69) Kaufen ſich mehrere eine einzige Aktie, wovon die Rente ſo lange gezogen wird, als einer von ihnen lebt; ſo iſt offenbar, daß wenn ſie verſchiedenes Alters ſind, für eine beſtimte Aktie die Rente nicht größer ſeyn darf, als die der jüngſte der Geſellſchaft, allein bekommen hätte. Denn der Tontinarius muß auf die höchſte Lebensdauer rechnen.

In Betracht der übrigen Tontiniſten iſt es unbillig, daß eine ſolche Geſellſchaft in die Claſſe aufgenommen wird, die dem jüngſten derſelben zukäme. Denn ſtirbt auch dieſer; ſo können die andern Mitglieder noch leben, und dann bekommen die übrigen Tontiniſten keinen Theil von der Rente, da doch die ältern Mitglieder der Geſellſchaft, bey dem Tode jedes Tontiniſten, von der Rente erben. Es wäre alſo am rathſamſten von dieſen Geſellſchaften beſondere Claſſen anzulegen, wo freilich der jährliche Zuwachs, wegen der vervielfältigten Mitglieder, nicht ſo anſehnlich ſeyn wird. Oder ſollte er es ſeyn, ſo müßte ihnen im Anfan-

ge eine niedrigere Rente gegeben werden, die immer niedriger werden muß, je mehr die Geſellſchaft zunimmt.

Bey der im Haag 1771 errichteten immerfortdauernden Leibrenten- und Tontinen-Geſellſchaft, fallen den Ueberlebenden die Renten der Verſtorbenen nicht zu. Dahingegen bekommen ſie gleich am Ende des erſten Jahrs nach dem Beytritte 5 p. c. Rente, und dieſe ſteigt immer um $\frac{1}{2}$ p. c.

Kaufen zwei Perſonen eine Aktie; ſo bekommen ſie im erſten Jahre 4 p. c. Die Rente ſteigt auch jährlich um $\frac{1}{2}$ p. c.

Kaufen drei Perſonen eine Aktie; ſo iſt die Rente im erſten Jahre 3 p. c. und ſteigt gleichfals jährlich um $\frac{1}{2}$ p. c.

Da aber bey dieſen Angaben zwiſchen dem Alter der Tontiniſten kein Unterſchied gemacht wird; ſo erhellet, daß die Jüngern hier zum Schaden der Aeltern bevortheilet werden. Der beglückte Tontiniſt aus der Claſſe der zehnjährigen, bekömmt hier offenbar weit mehr, als der beglückte, aus der Claſſe der ſechzigjährigen.

70) Auch werden zu den Tontinen die *Survivances* gerechnet. Dieſe beſtehen gleichfals aus einem zweifachen Vertrage. Erſtlich einer Geſellſchaft, ſo groß ſie auch iſt, mit einem Entrepreneur, dem jedes Mitglied eine gewiſſe Miſe erlegt, welche er mit Zins und Zinſeszinſen nach n Jahren wieder auszahlt. Dann der Geſellſchaft unter ſich, daß nur die nach n Jahren noch lebenden, ſich in das vom Entrepreneur ausgezahlte Capital theilen ſollen. Da man bisher hiebey nicht auf den Unterſchied des Alters geſehen hat; ſo haben ſie wenig Beyfall gefunden, indem es jeder 50 jährige für Thorheit halten wird, ſeine Lebensdauer der, eines 20 jährigen gleich zu ſchätzen. Auch wird es oft ſchwer fallen einen Entrepreneur zu finden, indem alle Vortheile, daß er das Capital in kleinen Theilen abträgt ꝛc. wegfallen. Die Haagiſche Tontinengeſellſchaft unternimmt ſie auch.

71) Um Leibrenten und Tontinen zu beurtheilen, muß man alſo zuerſt auf die Sterblichkeit ſehen, die zum Grunde gelegt iſt. Sie kann zu groß oder zu klein ſeyn. Im erſten Falle leidet der Entrepreneur, ſo, daß wenn der Irrthum zu beträchtlich iſt, ſein Untergang und mit ihm der des Inſtituts unvermeidlich ſeyn muß; im andern die Intereſſenten. In dieſem Betrachte haben die Tontinen einen großen Vorzug vor den Leibrenten, weil es jedem bekannt iſt, daß die höchſte Lebensdauer gewöhnlich einige neunzig Jahre iſt; und dann in Betrachtung des Entrepreneurs nicht auf die Sterblichkeitsordnung geſehen wird.

Ob die Miſen ſich gehörig zu den Renten verhalten, und beider Berechnung ſich auf den Unterſchied des Alters zwiſchen den verſchiedenen Rentenirern gründet. Sind die Miſen in Vergleichung mit den Renten zu groß; ſo läuft der Entre-

Entrepreneur keine Gefahr; aber nie werden die Intereſſenten dem Endzwecke entſprechen, daß hiedurch geſchwind eine große Summe ſoll zuſammengebracht werden.

Ob wegen gleicher Urſachen der Zinſesfuß nicht zu hoch oder zu niedrig angenommen iſt.

Und endlich ob der Entrepriſe die gehörige Sicherheit kann gegeben werden. Alle dieſe Punkte muß der Staat genau erwägen, ehe er ſich entſchließt eine Garantie zu übernehmen. Auch haben ſie das größte Gewichte in Betrachtung der zukünftigen Intereſſenten, weil man annehmen kann, daß viele das Inſtitut prüfen, und erſt nach der Prüfung einen Entſchluß faſſen werden.

Herr v. Leibnitz meldet comm. philoſ. T. II. p. 219. daß der berühmte holländiſche Politiker **Johann von Witt** zuerſt den Werth der Leibrenten nach der Wahrſcheinlichkeit des menſchlichen Lebens beſtimmt, und hierüber eine holländiſche Schrift herausgegeben habe. Eben daſelbſt wird auch der Schrift des Amſterdamiſchen Conſuls **Hudde** über die Leibrenten erwähnt. Beyde ſind aber äuſſerſt ſelten. Die andern vornehmſten hieher gehörenden Schriften ſind:

William Petty's Eſſays on political Arithmetik, London. 1691.

Rich. Haye's Eſtimate of places for lives. Lond. 1728.

Price Treatiſe of the reverſionary Payments.

Simpſon the Doctrine of annuities and reverſions, Lond. 1742.

Hogdſon the Valuation of annuities upon Lives, deduced from the London bills of mortality, Lond. 1747.

De Moivre Annuities on lives, Lond. 1743.

De Moivre The Doctrine of Chances applied to the Valuation of Annuities, Lond. 1756.

Deparcieux Eſſay ſur les probabilités de la durée de la vie humaine. Paris, 1746.

Euler ſur les rentes viageres. Mem. de l' acad. de Berlin, Année 1760.

Seyberth de reditu annuo, praeſertim vitali, tontina etc. Goett. 1767.

Gregorio Fontana La dottrina degli Azzardi, in Milano, 1776. Eine Ueberſetzung von De Moivres Werke, mit vielen Erläuterungen.

Und alle Schriften die ſich in den Memoires verſchiedener Academien, den philoſophiſchen Tranſaktionen ꝛc. befinden; auch alle Nachrichten die bey Errichtung ſolcher Geſellſchaften heraus gekommen ſind. Z. B. Anordnung der in der Kayſerlichen Freyenreichsſtadt Hamburg errichteten allgemeinen Verſorgungsanſtalt, zweite Auflage, 1779.

Fünftes Capittel.

Wittwen und Wayſenkaſſen.

1) Wenn eine Geſellſchaft Ehepaare unter ſich den Vertrag errichtet, daß die überlebenden männlichen noch in der Ehe ſtehenden Mitglieder, die nachgelaſſenen Wittwen der verſtorbenen männlichen Mitglieder, bis an ihren Tod, entweder durch eine zum voraus beſtimmte Penſion, oder durch andere Hülfe verſorgen ſollen: ſo errichtet ſie eine **Wittwenverpflegungsgeſellſchaft.**

Hieraus erhellet, daß die Summe aller männlichen Mitglieder, ſo viel Vermögen muß zuſammen gebracht haben, daß die Verſorgung damit kann beſtritten werden, auch wenn das letzte männliche Mitglied ſchon geſtorben iſt; aber noch Wittwen leben. Stirbt die letzte Wittwe, ſo iſt mit ihr die Geſellſchaft ausgeſtorben, und das ganze Verſorgungscapital muß dann auch verzehrt ſeyn.

Wird dieſes Capital vom Anfange an jemanden übergeben, der dagegen die Penſionen ausbezahlt; ſo iſt er der **Entrepreneur** einer **Wittwenkaſſe.**

2) Da es aber wahrſcheinlich iſt, daß eines ſechzig jährigen Ehemanns zwanzig jährige Ehefrau weit länger die Wittwenpenſion genieſſen wird, als eines vierzig jährigen Ehemanns funfzig jährige Ehefrau, bey gleichen Geſundheitsumſtänden; ſo iſt offenbar, daß auch jener weit mehr als dieſer in die Verſorgungskaſſe geben muß.

Hieraus folgt, daß bey dieſen Geſellſchaften, um eine Gleichheit des Zuſtandes hervorzubringen, erſtlich auf das verſchiedene Alter der Mitglieder, dann auf den Abſtand des Alters eines jeden Ehemanns, von dem Alter ſeiner Ehefrau, muß geſehen werden.

Alſo werden hier eben die Beweiſe wie in (Cap. IIII. 15.) erfordert, und Irrungen wie dort beſtraft.

3) Zu dem Verſorgungscapitale in (1) giebt jedes Mitglied entweder gleich bey ſeinem Eintritte in die Verbindung, ſeinem nach (2) zu beſtimmenden Theil auf einmal; oder nur jährliche Beyträge; oder gleich eine Summe, und ferner Beyträge. Die gleich erlegte Summe heißt das **Antrittscapital.**

Dieſes Geld muß auf das beſte genutzt werden. **Michaelis** Zweifel, daß man es nicht mit Sicherheit unterbringen kann, findet wohl nicht ſtatt, wenn es in eine öffentliche Bank gelegt, oder wie in (Cap. IIII. 15.) gebraucht wird.

Ver-

Verwaltet die Geſellſchaft das Capital; ſo fällt die Caſſe bey dem Tode des letzten Mitgliedes, wenn dann noch Wittwen da ſind, in Adminiſtration. Eines Entrepreneurs Verbindlichkeit geht aber bey ſeinem Tode auf ſeine Erben über.

4) Die Geſellſchaft (1) kann entweder ſo beſchaffen ſeyn, daß nur ihre einmal beſtimmten Mitglieder in Betracht gezogen, keine neue aufgenommen werden. Dann iſt ſie eine **ausſterbende** Geſellſchaft. Oder es werden immer neue Mitglieder aufgenommen, ſo, daß entweder ſo viele aufgenommen werden, als ſich nur melden, oder daß eine gewiſſe Anzahl Mitglieder beſtimmt iſt, welche man nicht überſchreiten darf. Im erſten Falle iſt ſie eine **ungeſchloſſene**, im andern eine **geſchloſſene rekrutirende** Geſellſchaft.

Auch kann der Beytritt der Mitglieder ein gezwungener oder freyer ſeyn, wovon die Geſellſchaft wieder verſchiedene Namen, als die einer **verbindlichen zwangs** oder **freyen** Geſellſchaft bekömmt.

Die erſten werden von Fürſten für ihre Bediente errichtet, dabey wird es zu einer Bedingung gemacht, daß ſie eintreten oder die Bedienung nicht erhalten ſollen. Ob ein Fürſte ſeine vorhandenen Bedienten, bey Errichtung einer ſolchen Caſſe, zum Beytritte zwingen kann, woran Michaelis (*) mit Recht zweifelt, braucht wohl nicht beantwortet zu werden, weil es beynahe gewiß iſt, daß, bey einer hinzugefügten Bedingung, in Zukunft ſollten keine Gnadengehalte an irgend eine noch entſtehende Wittwe ausbezahlt werden, wenigſtens alle verheiratete Mitglieder beytreten werden.

Eine ſolche iſt die Gräfl. Lippiſche, wo auch Unverheiratete und Wittwer bis an ihren Tod beytragen müſſen. Doch wird der Unterſchied des Standes beobachtet. So trägt in Hildesheim der Schreiber nicht ſo viel bey, als der Canzler, aber die Wittwen genieſſen auch eine verhältnißmäßige Penſion.

5) Zuerſt von den freyen Geſellſchaften. Die ganze Einrichtung kömmt auf eine genaue Beſtimmung des Einſatzes zur Erkaufung der Wittwenpenſion an. Dazu iſt aus (2) das Alter des Ehepaares gegeben. Man muß aber noch ferner wiſſen: I.) das allmählige Entſtehen der Penſionswittwen, und ihr Abſterben; II.) das allmählige Abnehmen der beytragenden Mitglieder, entweder durch einen entſtehenden Wittwerſtand, oder durch den Tod; welches alles ſich am füglichſten aus Tabellen von alten Wittwenkaſſen, auf ähnliche Weiſe wie die Sterblichkeitsordnungen (Cap. III. 10. f.) herleiten lieſſe.

In dieſen müßte alſo aufgezeichnet ſeyn:

a) Das Alter des Mannes } bey dem Eintritte in die Geſellſchaft,
b) Das Alter der Frau } nebſt der Jahrzahl des Eintrittes.

c) Das

(*) Vermiſchte Schriften, 1. B. S. 103.

c) Das Alter des Mannes } bey einem entſtehenden Sterbefalle von
d) Das Alter der Frau } beiden Theilen, nebſt der Jahrzahl dieſes Falles, wodurch die Zeit gegeben iſt, wie lange das Paar in der Ehe gelebt hat. Hiebey muß bemerkt werden: ob die Wittwe oder der Wittwer in den erſten oder folgenden Wittwen- oder Wittwer-Stand treten.
e) Das Alter der Wittwe bey der erſten Penſion.
f) Das Alter der Wittwe bey der letzten Penſion, welche entweder Todes- oder wiederverheiratungs-halber aufhört.

Hat man dieſe von verſchiedenen Wittwenkaſſen funfzig Jahre hintereinander fortgeſetzt; ſo laſſen ſich nach einem mittlern Durchſchnitte, aus den reducirten Zahlen aller derſelben, Ordnungen machen, die der Wahrheit ſo nahe kommen, als man es verlangen kann.

6) Da ſie aber nicht vorhanden ſind; ſo iſt offenbar, daß man nach (Cap. III. 53.) verfahren muß. Nur entſteht die Frage, welche Sterblichkeitsordnung zu der dortigen Berechnung muß zum Grunde gelegt werden. So viel iſt offenbar, daß es nicht die Deparcieuxſiſche welche (Cap. IIII. 16) gewählt wurde, ſeyn kann, weil hier nicht zu vermuthen iſt, daß lauter ſehr geſunde Ehemänner beytreten werden. Im Gegentheile iſt es gewiß, daß viele Ehemänner nur ihrer ſchwächlichen Geſundheit wegen, andere aber die geſund ſind theils aus Ueberredung der Verwandten, theils weil es in den Ehepackten ausgemacht iſt, Mitglieder werden.

In Betrachtung ihrer, kann man alſo die allgemeine Sterblichkeitsordnung, zum Grunde legen.

Wegen der Frauen, die hier im Durchſchnitte eine beſſere Geſundheit haben als die Ehemänner, könnte noch ein Zweifel entſtehen. Aber der Unterſchied wird nicht ſo groß ſeyn, daß er auf die mitlere Lebensdauer mehr als ein Jahr betragen ſollte. Folglich kann man mit ſicherm Grunde für die Männer die Tabelle V; für die Frauen die Tabelle VI gebrauchen.

Daß die Sterblichkeitsordnung der Ehepaare ohne beträchtlichen Fehler nach der Süßmilchiſchen allgemeinen berechnet wird, zeigt **Kritter** an verſchiedenen Orten ſeiner Schriften.

Der Wahrſcheinlichkeit nach, können eintretende Seuchen die Anzahl der zu penſionirenden Wittwen, in Betrachtung der übrigbleibenden Ehepaare, nicht ſehr vermehren. Denn kein Grund kann angegeben werden warum ihre Wuth allein die Mannsperſonen, und nicht auch die Ehefrauen und ſchon vorhandenen Wittwen treffen ſollte. Nur bey ſolchen könnte man einige Aenderung vermuthen, bey der viele Aerzte, Prediger ꝛc. Mitglieder ſind, welche bey hitzigen Krank-

heiten

heiten oft mit Gefahr ihres eigenen Lebens den Patienten helfen. Aber höchſt unbillig wäre es, wenn ihnen für dieſe Aufopferung für das Wohl ihrer Mitbürger der Zutritt erſchweret, oder die Unkoſten erhöhet werden ſollten. Man kann ſie leicht auf die ganze Geſellſchaft repartiren, oder jedes Mitgliedes Beytrag etwas erhöhen.

7) Ob die Geſellſchaft eine ausſterbende oder immer fortdauernde iſt, hat auf alle Grundberechnungen gar keinen Einfluß. Es erhellet aus der Möglichkeit des Falles, daß keine neue Mitglieder beytreten, folglich daß ſie einmal ausſterben kann, und daß ſie immer in Betrachtung jedes einzelnen Mitgliedes ausſtirbt. Fände dieſes nicht ſtatt; ſo iſt doch offenbar, daß man die beytretenden von jedem Jahre, jedesmal als eine neue ausſterbende Geſellſchaft anſehen kann.

Aus je mehr Mitgliedern aber die Geſellſchaft beſteht, deſto vortheilhafter und ſicherer wird es für den Entrepreneur und die Geſellſchaft ſelbſt ſeyn. Beyde, nicht auf einzelne Mitglieder geſehen, erlangen hiedurch die Gewißheit, welche man bey Hazard=Spielen, wie croix et pile iſt, hat, wenn man vielemale hintereinander ſpielet, im ganzen nichts zu gewinnen, und nichts zu verlieren. Auch können die Antrittsgelder und Beyträge beſſer genuzet werden, als wenn ihre Summe geringe iſt.

Kleine Geſellſchaften, bey denen nur eine geringe Anzahl Mitglieder aufgenommen werden, wie z. B. in Göttingen vor kurzer Zeit eine Ankündigung von einer Geſellſchaft erſchien, welche ſchon bey dreyßig Mitgliedern ihren Anfang nehmen ſollte, können nur dann beſtehen, wenn ein großer Capitaliſte ihr Entrepreneur iſt, der ſich durch den Verluſt den er im erſten male leiden könnte nicht abſchrecken lieſſe, die Entrepriſe; ſo lange fortzuſetzen, bis er wieder in Bilance käme.

8) Geſchenke des Landesherrn, Legate ꝛc. können bey der Berechnung nicht in Betracht gezogen werden, weil ſie ſelbſt ungewiß ſind, und ihre Größe ganz unbeſtimmt iſt. Auch ſelbſt bey einer Einrichtung wie bey der Däniſchen Wittwenkaſſe (wo alle Civil und Militarbediente, die Eheloſen mit den Verheirateten, den Belauf des erſten Monats ihrer Penſion, oder $8\frac{1}{3}$ p. c. ihres Gehalts, für ein Jahr der Kaſſe abgeben müſſen, und ſie von allen andern, die nicht aus Königlichen Kaſſen beſoldet werden, bey ihren Eintritte, eine Recognition von 10 p. c. über der in der Einſchußtabelle beſtimmten Summe bekömmt) darf man dieſes nicht mit Sicherheit in die Rechnung bringen; weil in dem einen Jahre viel, in dem andern gar nichts einkommen kann.

Kommen dieſe außerordentlichen Zuſchüſſe in der Folge; ſo werden durch den Ertrag ihrer jährlichen Zinſen, die Beyträge der ganzen Geſellſchaft auf immer

 um

um etwas verringert, doch nur wenn ſie eine geſchloſſene iſt, überhaupt aber des ganzen Inſtituts Sicherheit und ſeine anziehende Reize dadurch vermehrt.

Man muß alſo nur auf (1) ſehen, und merken, daß die Rechnung dem Entrepreneur nicht dem geringſten Vortheil verſtattet. Folglich muß man auch unter den Antrittsgeldern oder Beyträgen, etwas mit für die nothwendigen zum beſten aller Mitglieder gereichenden Ausgaben, rechnen.

9) Es treten jezt M Ehepaare in die Geſellſchaft. Jeder Ehemann ſey m; jede Ehefrau n Jahre alt. Das Antrittsgeld für ein Paar ſey = A; der jährliche Beytrag = b; die Wittwenpenſion = p; die jährlichen Ausgaben betragen für ein Paar a.

Man ſoll von dieſen Größen eine durch die andere beſtimmen, indem angenommen wird, daß bey dem Tode der Ehefrau, Antrittsgelder und Beyträge der Kaſſe zufallen.

10) Die Kaſſe erhält alſo gewiß M A;

Ferner am Ende jedes Jahres ſo viel mal b, als jedes mal lebende Ehepaare vorhanden ſind.

Dagegen bezahlt ſie alle Jahre eben ſo viel mal a aus, als jedes mal Ehepaare und Wittwen vorhanden ſind;

Ferner ſo viele male p, als jedes mal Wittwen vorhanden ſind;

11) Es leben nach (Cap. III. 54.) noch Ehepaare

am Ende des erſten Jahrs $\frac{[m+1] \cdot [n+1]\, M}{[m] \cdot [n]}$

zweiten Jahrs $\frac{[m+2] \cdot [n+2]\, M}{[m] \cdot [n]}$

des xten Jahres $\frac{[m+x] \cdot [n+x]\, M}{[m] \cdot [n]}$

Folglich iſt der jezige Werth aller Beyträge nach (Cap. II. 16; u. C. I. 36) nebſt der Summe aller Antrittsgelder

$$= M\,A + \frac{b\,M}{[m] \cdot [n]} \left(\frac{[m+1] \cdot [n+1]}{\varrho} + \frac{[m+2] \cdot [n+2]}{\varrho^2} + \frac{[m+3] \cdot [n+3]}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[m+x] \cdot [n+x]}{\varrho^x} \right)$$

wo x ſo groß iſt, daß entweder [m+x] oder [n+x] = 0 wird.

12) Aber die Anzahl aller noch lebenden Wittwen iſt

nach

$$\text{nach einem Jahre} = \left(\frac{[n+1]}{[n]} - \frac{[m+1]\cdot[n+1]}{[m]\cdot[n]}\right) M$$

$$\text{nach zwei Jahren} = \left(\frac{[n+2]}{[n]} - \frac{[m+2]\cdot[n+2]}{[m]\cdot[n]}\right) M$$

$$\text{nach x Jahren} = \left(\frac{[n+x]}{[n]} - \frac{[m+x]\cdot[n+x]}{[m]\cdot[n]}\right) M$$

wo x ſo groß iſt, daß wenn $n > m$, $[n+x] = 0$; wenn aber $m > n$, $[n+x]$ und $[m+x] = 0$ werden müſſen;

Aber die Summe aller lebenden Ehepaare und aller Wittwen wird ſeyn

$$\text{nach einem Jahre} = \left(\frac{[n+1]}{[n]} - \frac{[m+1]\cdot[n+1]}{[m]\cdot[n]}\right) M + \frac{[m+1]\cdot[n+1]}{[m]\cdot[n]} M$$

$$= \frac{[n+1]}{[n]} M$$

$$\text{Alſo wird ſie auch nach x Jahren ſeyn} = \frac{[n+x]}{[n]} M$$

Folglich iſt der jezige Werth aller Ausgaben die die Kaſſe an nothwendigen Unkoſten und Penſionen hat

$$= \frac{M(p+a)}{[n]} \left(\frac{[n+1]}{\varrho} + \frac{[n+2]}{\varrho^2} + \frac{[n+3]}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[n+x]}{\varrho^x}\right) - \frac{M\,p}{[m]\cdot[n]} \left(\frac{[m+1]\cdot[n+1]}{\varrho} + \frac{[m+2]\cdot[n+2]}{\varrho^2} + \frac{[m+3]\cdot[n+3]}{\varrho^3} + \cdots + \frac{[m+x]\cdot[n+x]}{\varrho^x}\right)$$

13) Da nun an beiden Seiten weder Schaden noch Vortheil ſeyn ſoll; ſo muß offenbar (11) = (12) ſeyn.

Hier kann man an beiden Seiten mit M dividiren; folglich bleibt die Rechnung nur für ein Paar. Eine Beſtätigung von (7).

Nennt man nun wie in (Cap. IIII.) die Reihe $\frac{[m+1]\,[n+1]}{[m]\,[n]\,\varrho} + \text{ꝛc.} = \overline{\mu\nu}$

die Reihe $\frac{[n+1]}{[n]\,\varrho} + \text{ꝛc.} = \nu$

ſo wird

$$A + (p+b)\,\overline{\mu\nu} = \nu\,(p+a)$$

14) Hieraus

14) Hieraus erhält man

I.) $A = \nu(p+a) - (p+b)\,\overline{\mu\nu}$

II.) $b = \dfrac{\nu(p+a) - p\cdot\overline{\mu\nu} - A}{\overline{\mu\nu}} = \dfrac{(\nu - \overline{\mu\nu})\,p + \nu a - A}{\overline{\mu\nu}}$

III.) $p = \dfrac{A + b\cdot\overline{\mu\nu} + \nu a}{\nu - \overline{\mu\nu}}$

IIII.) $a = \dfrac{A + (\nu - \overline{\mu\nu})\,p + b\cdot\overline{\mu\nu}}{\nu}$

Für $A = a = 0$ wird

V.) $b = \dfrac{(\nu - \overline{\mu\nu})\,p}{\overline{\mu\nu}}$

VI.) $p = \dfrac{\overline{\mu\nu}\cdot b}{\nu - \overline{\mu\nu}}$

Für $b = a = 0$; wird

VII.) $A = (\nu - \overline{\mu\nu})\,p$

VIII.) $p = \dfrac{A}{(\nu - \overline{\mu\nu})}$

Aufgaben welche denen in (Cap. IIII. 56) beynahe gleich ſind.

15) Soll aber der Beytrag jedes mal ein Jahr in voraus bezahlt werden, ſo erhält die Kaſſe von jedem Mitgliede, auſſer ſeinem A; gewiß einmal b; und hat Wahrſcheinlichkeit noch b zu bekommen nach einem Jahre $\dfrac{[m+1]\,[n+1]}{[m]\cdot[n]}$; nach x Jahren $\dfrac{[m+x]\,[n+x]}{[m]\cdot[n]}$;

Alſo braucht man nur in (14) zu ſetzen $A = A + b$; und es wird

$$A + b + (p+b)\cdot\overline{\mu\nu} = (p+a)\,\nu$$

und hieraus

VIIII.) $A = (p+a)\,\nu - (p+b)\,\overline{\mu\nu} - b$

X.) $b = \dfrac{(\nu - \overline{\mu\nu})\,p + \nu a - A}{1 + \overline{\mu\nu}}$

$$\text{XI.)}\ p = \frac{b(1+\overline{\mu\nu}) + A - \nu a}{\nu - \overline{\mu\nu}}$$

Woraus ſich leicht die Werthe ergeben wenn A oder b und dabey $a = 0$ geſetzt werden.

16) Wäre aber der Vertrag in (9) ſo errichtet, daß am Ende des Jahrs, in dem einer von den beiden Eheleuten ſtirbt, dem Ueberlebenden $\frac{1}{q}$ des Antrittsgeldes zurückbezahlt werden ſoll; ſo iſt offenbar, daß der Kaſſe nur $\frac{q-1}{q}$ A anheim fällt.

Von dem $\frac{1}{q}$ A genießt ſie aber nur die Zinſen, ſo lange beide Ehepaare zuſammen leben; und zwar bekömmt ſie dieſelben am Ende des erſten Jahres gewiß; am Ende des zweiten Jahres, wenn das Paar am Ende des erſten Jahrs noch zuſammen lebt; am Ende des xten Jahrs, wenn das Paar am Ende des (x — 1)ſten Jahrs noch zuſammen lebt;

17) Folglich iſt nach (Cap. II. 16; u. Cap. I. 36.) der jezige Werth aller dieſer Einkünfte von den Zinſen, welche $= \frac{1}{r \cdot q} A = \beta$ ſind =

$$\frac{\beta}{\varrho} + \frac{[m+1]\,[n+1]}{[m]\ [n]\,\varrho^2}\beta + \frac{[m+2]\,[n+2]}{[m]\ [n]\,\varrho^3}\beta + \cdots + \frac{[m+x]\,[n+x]}{[m]\ [n]\,\varrho^{x+1}}\beta =$$

$$\frac{\beta}{\varrho} + \frac{\beta}{\varrho}\left(\frac{[m+1]\,[n+1]}{[m]\ [n]\,\varrho} + \frac{[m+2]\,[n+2]}{[m]\ [n]\,\varrho^2} + \cdots + \frac{[m+x]\,[n+x]}{[m]\ [n]\,\varrho^x}\right) =$$

$(1 + \overline{\mu\nu})\,\frac{\beta}{\varrho}$ nach (Cap. IIII.)

18) Setzt man dieſes gehörig in (13); ſo erhält man

$$\frac{q-1}{q}A + \left(p + b + \frac{A}{r\,q}\right)\overline{\mu\nu} + \frac{A}{r\,q} = \nu(p+a)$$

wo $q = 1$ ſeyn, und jede andere Größe bedeuten kann.

19) Hieraus erhält man folgende Gleichungen:

$$\text{XII.)}\ A = \frac{(\nu(p+a) - \overline{\mu\nu}\,(p+b))\,r\,q}{r(q-1) + \overline{\mu\nu} + 1}$$

 XIII.) q

$$\text{XIII.)}\ q = \frac{(\overline{\mu\nu} + 1 - r)\,A}{r\,((p+a)\,\nu - (p+b)\,\overline{\mu\nu} - A)}$$

$$\text{XIIII.)}\ b = \frac{(p+a)\,\nu - (r\,(q-1) + \overline{\mu\nu} + 1)\,\frac{A}{rq}}{\overline{\mu\nu}} - p$$

$$\text{XV.)}\ p = \frac{(r\,(q-1) - \overline{\mu\nu} + 1)\,\frac{A}{rq} + \overline{\mu\nu}\cdot b - \nu a}{\nu - \overline{\mu\nu}}$$

Und für $b = a = 0$;

$$\text{XVI.)}\ A = \frac{(\nu - \overline{\mu\nu})\,p\cdot rq}{r\,(q-1) + \overline{\mu\nu} + 1}$$

$$\text{XVII.)}\ p = \frac{(r\,(q-1) + \overline{\mu\nu} + 1)\,A}{(\nu - \overline{\mu\nu})\,rq}$$

20) Exemp. $m = 60$ Jahr; $n = 50$ Jahr; $p = 10$ Rthl. $A = 10$ Rthl. $q = 1$; $a = 0$; alſo $\frac{A}{r} = 0{,}5$ Rthl. Man ſucht b. Man hat alſo aus (19; XIIII.)

$$b = \frac{p\cdot\nu - (\overline{\mu\nu} + 1)\,\frac{A}{r}}{\overline{\mu\nu}} - p$$

$p\cdot\nu$ wird nach (Cap. IIII. 17.) mit den gehörigen Veränderungen berechnet, wenn dort Tab. VI. zum Grunde gelegt wird; man findet es aber auch ohne merklichen Fehler nach folgendem Proportionsſatze:

Die mittlere Lebensdauer eines n jährigen, nach Tab. VII. verhält ſich zur mittlern Lebensdauer eines n jährigen nach Tab. VI; wie ſich verhält der Werth einer Leibrente für einen n jährigen aus Tab. VIII. zu dem vierten Gliede: oder

$$20{,}74 : 17{,}47 = 11{,}426 : \frac{17{,}47\cdot 11{,}426}{20{,}74} = 9{,}8487$$

und $p\,\nu = 10\cdot 9{,}8487 = 98{,}487$

Man

Man muß alſo jezt $\overrightarrow{\mu\,\nu}$ berechnen; dazu iſt:

$$\frac{1}{\varrho} \cdot [m+1]\,[n+1] = 0{,}05674114$$

$$\frac{1}{\varrho^2} \cdot [m+2]\,[n+2] = 0{,}04996074$$

$$\frac{1}{\varrho^3} \cdot [m+3]\,[n+3] = 0{,}04374435$$

$$\frac{1}{\varrho^4} \cdot [m+4]\,[n+4] = 0{,}03800405$$

$$\frac{1}{\varrho^5} \cdot [m+5]\,[n+5] = 0{,}0327605$$

$$\frac{1}{\varrho^6} \cdot [m+6]\,[n+6] = 0{,}02809693$$

$$\frac{1}{\varrho^7} \cdot [m+7]\,[n+7] = 0{,}02400653$$

$$\frac{1}{\varrho^8} \cdot [m+8]\,[n+8] = 0{,}020386905$$

$$\frac{1}{\varrho^9} \cdot [m+9]\,[n+9] = 0{,}0172251$$

$$\frac{1}{\varrho^{10}} \cdot [m+10]\,[n+10] = 0{,}0144793$$

$$\frac{1}{\varrho^{11}} \cdot [m+11]\,[n+11] = 0{,}01208496$$

$$\frac{1}{\varrho^{12}} \cdot [m+12]\,[n+12] = 0{,}01001295$$

$$\frac{1}{\varrho^{13}} \cdot [m+13]\,[n+13] = 0{,}00822486$$

$$\frac{1}{\varrho^{14}} \cdot [m+14]\,[n+14] = 0{,}006697397$$

$$\frac{1}{\varrho^{15}} \cdot [m+15]\,[n+15] = 0{,}005410712$$

$$\frac{1}{\varrho^{16}} \cdot [m+16]\,[n+16] = 0{,}00434599$$

$$\frac{1}{\varrho^{17}} \cdot [m+17]\,[n+17] = 0{,}00354211$$

$$\frac{1}{\varrho^{18}} \cdot [m+18]\,[n+18] = 0{,}0028210853$$

$$\frac{1}{\varrho^{19}} \cdot [m+19]\,[n+19] = 0{,}002226775$$

$$\frac{1}{\varrho^{20}} \cdot [m+20]\,[n+20] = 0{,}001741314$$

$$\frac{1}{\varrho^{21}} \cdot [m+21]\,[n+21] = 0{,}001344295$$

$$\frac{1}{\varrho^{22}} \cdot [m+22]\,[n+22] = 0{,}0010254925$$

$$\frac{1}{\varrho^{23}} \cdot [m+23]\,[n+23] = 0{,}0007679417$$

$$\frac{1}{\varrho^{24}} \cdot [m+24]\,[n+24] = 0{,}000562924$$

$$\frac{1}{\varrho^{25}} \cdot [m+25]\,[n+25] = 0{,}000397197$$

$$\frac{1}{\varrho^{26}} \cdot [m+26]\,[n+26] = 0{,}000278403$$

$$\frac{1}{\varrho^{27}} \cdot [m+27]\,[n+27] = 0{,}000190344$$

$$\frac{1}{\varrho^{28}} \cdot [m+28]\,[n+28] = 0{,}0001267152$$

$$\frac{1}{\varrho^{29}} \cdot [m+29]\,[n+29] = 0{,}0000830731$$

$$\frac{1}{\varrho^{30}} \cdot [m+30]\,[n+30] = 0{,}000054568$$

$$\frac{1}{\varrho^{31}} \cdot [m+31]\,[n+31] = 0{,}0000358745$$

$$\frac{1}{\varrho^{32}} \cdot [m+32]\,[n+32] = 0{,}000024038$$

$$\frac{1}{\varrho^{33}} \cdot [m+33]\,[n+33] = 0{,}0000159498$$

$$\frac{1}{\varrho^{34}} \cdot [m+34]\,[n+34] = 0{,}00001032675$$

$$\frac{1}{\varrho^{35}} \cdot [m+35]\,[n+35] = 0{,}0000063959$$

$$\frac{1}{\varrho^{36}} \cdot [m+36]\,[n+36] = 0{,}0000038537$$

$$\frac{1}{\varrho^{37}} \cdot [m+37]\,[n+37] = 0{,}0000022018$$

$$\frac{1}{\varrho^{38}} \cdot [m+38]\,[n+38] = 0{,}0000011839$$

$$\frac{1}{\varrho^{39}} \cdot [m+39]\,[n+39] = 0{,}00000049965$$

$$\frac{1}{\varrho^{40}} \cdot [m+40]\,[n+40] = 0{,}00000022163$$

$$\frac{1}{\varrho^{41}} \cdot [m+41]\,[n+41] = 0{,}00000010824$$

$$\frac{1}{\varrho^{42}} \cdot [m+42]\,[n+42] = 0{,}00000003865$$

Die Summe aller dieſer Produkte iſt $= S = 0{,}38744534442$

$$\log.\ S = 0{,}5882105 - 1$$

$$\log.\ [m]\cdot[n] = 0{,}8069853 - 2$$

$$\log.\ \overline{\mu\,\nu} = 0{,}7812252$$

giebt $\overline{\mu\,\nu} = 6{,}04262$.

Folglich iſt $b = \dfrac{98{,}487 - 7{,}04262 \cdot 0{,}5}{6{,}04262} - 10 = 15{,}788 - 10$
$= 5{,}788$ Rthl.

Oder ſo viel muß ein 60 jähriger Mann für eine Penſion von 10 Rth. für ſeine 50 jährige Frau erlegen. Hiezu kommen aber die jährlichen Zinſen des

Antrittscapitals. Alſo bekömmt die Kaſſe würklich von dieſem Mitgliede 6,288 Rthl. jährlich.

21) Das Hamburger allgemeine Verſorgungsinſtitut beſtimmt (Bogen G. 2.) dieſe jährliche Einnahme zu 6,437 Rthl. Der Unterſchied zwiſchen meiner und der Hamburgiſchen Beſtimmung iſt $= 6{,}288 - 6{,}437 = - 0{,}149$ Rthl. alſo ſehr geringe, und kann daher rühren, daß die Hamburger die Nebenunkoſten mit in Anſchlag gebracht haben; ſie nehmen hiebey kein Antrittsgeld.

Die Calenberger Wittwenkaſſe, welche es mit dem Antrittsgelde hält, wie es im Exempel angegeben worden, beſtimmt den jährlichen Beytrag zu 146 Simplen (Sammlung ihrer Nachrichten p. 26.) Aber der höchſte Werth des Simplums ſoll nur 8 ß ſeyn; Alſo wäre für dieſen Fall der Beytrag $= 4{,}0101$ Rthl. und die ganze Einnahme der Kaſſe für dieſe Penſion $= 4{,}5101$ Rthl. Der Unterſchied zwiſchen meiner und der Calenbergiſchen Beſtimmung iſt $6{,}288 - 4{,}510 = 1{,}778$ Rthl. Es iſt alſo offenbar, daß ſie auch den höchſten Beytrag noch zu gering beſtimmt hat. Bis jezt iſt das Simplum noch nicht $= 4$ ß geweſen.

22) Soll aber das Antrittsgeld nicht wieder zurückgegeben werden; ſo iſt nach (14; II.)

$$b = \frac{98{,}487 - 10}{6{,}04262} - 10 = 4{,}644 \text{ Rthl.}$$

Soll gar kein Beytrag gegeben werden, ſo iſt nach (14; VII.)

$$A = (9{,}8487 - 6{,}04262)\ 10 = 38{,}061 \text{ Rthl.}$$

Die Däniſche allgemeine Wittwenkaſſe, ſetzt für eben dieſen Fall $A = 42{,}7$ Rthl. welches wegen (8) und weil ſie nur noch 4 p. c. rechnet, auch mit meiner Berechnung ziemlich übereinſtimmt.

23) Sollte hiernach die Rechnuug für die ganze Kaſſe gemacht werden; ſo müßte man ſuchen ſo viele Abkürzungen anzubringen, als nur möglich wäre.

Die wichtigſte läßt ſich auf folgende Art vorſtellen. Es ſey in (10) der Ehemann alt $(m+t)$ Jahre; das Alter der Ehefrau wie dort; dieſes Paar bezahle A' Antrittsgeld und b' zum Beytrage; die Penſion ſey $= p$. So iſt offenbar der jezige Werth aller Einnahmen für die Kaſſe nach (11) =

$$A' + \frac{b'}{[n]\ [m+t]} \left(\frac{[m+t+1]\ [n+1]}{\varrho} + \frac{[m+t+2]\ [n+2]}{\varrho^2} + \dots + \frac{[m+t+x]\ [n+x]}{\varrho^x} \right)$$

Und

Und der Werth aller Ausgaben für die Kaſſe nach (12) $= \frac{(p+a)}{[n]} \Big(\frac{[n+1]}{\varrho}$ $+ \frac{[n+2]}{\varrho^2} + \dots + \frac{[n+x]}{\varrho^x} \Big) - \frac{p}{[m+t]\,[n]} \Big(\frac{[m+t+1]\,[n+1]}{\varrho}$ $+ \frac{[m+t+2]\,[n+2]}{\varrho^2} + \dots + \frac{[m+t+x]\,[n+x]}{\varrho^x} \Big)$

Setzt man den Werth einer Leibrente 1 für einen $(m+t)$ jährigen $= \tau$; So iſt offenbar $A' + (b'+p)\,\overline{\nu\tau} = \nu \cdot (p+a)$

woraus erhellet, daß man nur $\overline{\nu\tau}$ zu berechnen braucht, um nebſt den in (13) gefundenen Größen, A' oder b' zu beſtimmen; welches ſich auch in (15) und (18) anbringen läßt.

24) Man nehme alſo n an für das jüngſte Alter der Frauen z. B. für 15 Jahr; m für das jüngſte Alter der Männer z. B. für 25 Jahr, und ſetze bey eben den n nacheinander $t = 1, 2, 3$ ꝛc. Jahre, ſo, daß $(m+t)$ das höchſte Alter z. B. 90 Jahr anzeigt. So hat man alle Fälle berechnet, wo ein Mann von irgend einem Alter, mit einer Frau von 15 Jahren verbunden, in die Geſellſchaft treten kann.

Setzt man nun $n = 16$ und $m = 25$; und verfährt eben ſo; ſo bekömmt man die Berechnung aller Fälle, wo ein Mann von irgend einem Alter, mit einer 16 jährigen Frau verbunden ſeyn kann.

Nun ſetze man wieder $m = 25$; aber $n = 17$; u. ſ. w. bis man alle mögliche Fälle berechnet hat. Auch könnte man m immer um zehn Jahre wachſen laſſen, ſo, daß t nach einander $= 10$; 20; 30 ꝛc. würde, und die Beyträge für die Zwiſchenjahre wie in (Cap. III. 14.) durch Conſtruktion finden.

25) Iſt dieſes alles berechnet; ſo kann man daraus zur ſchnellen Ueberſicht eine Tabelle mit doppelter Oefnung auf folgende Art verfertigen:

Alter des Mannes	Alter der Frau				
Jahre	15	16	17	....	n+y
25					
26					
27					
⋮					
m+x					

wo in die leeren Räume die Beyträge geſchrieben werden, wenn das Antrittsgeld beſtändig iſt, und umgekehrt.

Wie man von jemanden, der die Rechnung mit mathematiſchen Zeichen nicht verſteht, dieſe Berechnung durch Proportionsſätze kann verfertigen laſſen, wird ein jeder ſelbſt leicht finden können; dabey nimmt man an, daß man das Antrittscapital mit allen Beyträgen durch Zins = und Zinseszinſen ſo lange anwachſen läßt, bis die letzte Wittwe ſtirbt, und inzwiſchen alle Penſionen aufleihet. Am Ende muß dann die angehäufte Summe dieſer Schuld, dem aus allen Einnahmen entſtandenen Capitale, gleich ſeyn.

Bey der Berechnung der Däniſchen Wittwenkaſſe, iſt ohngefehr dieſer Weg gewählt worden. Auch findet man dort eine Tafel wie die obige.

26) Auch werden von einigen dieſe Rechnungen nach der Methode geführt, die man am leichteſten aus folgenden Exempel erſehen kann. Es wird eine Geſellſchaft von 100 Ehepaaren zum Grunde gelegt, wobey jeder Mann 60, die Frau 50 Jahre alt iſt: ſo entſteht folgende Tabelle:

Am Ende des Decennii	ſind Ehepaare vorhanden.	Von den am Anfange des Decennii vorhandenen Ehepaaren ſind bis ans Ende Wittwen entſtanden.	Summe aller Wittwen die am Ende des Decennii leben.	Die Ehepaare haben bis ans Ende des Decennii Beyträge gegeben.	Mittlerer Zahlungstermin vom Anfange an, Jahre.	beträgt mit Zins u. Zinseszinſen nach 45 Jahren	Die Wittwen haben bis ans Ende des Decennii Penſionen bekommen.	Mittlerer Zahlungstermin vom Anfange an, Jahre.	beträgt mit Zins u. Zinseszinſen nach 45 Jahren.
A	B	C	D	E	F	G	H	I	K
0	100	0	0	0	0	0	0	0	0
1	37	37	37	716	3,8	5208	185	5,5	1267
2	7	13	33	235	13,4	1093	348	16,4	1392
2,5	2			25	21,6	77			
3	0	2	11	26	26,2	15	209	23,5	598
3,5		0	4	0			32	31,6	62
4			1	0			12	36,4	18
4,5			0	0			2	42	2
				Summe der Beyträge nach 45 Jahren =		6393	Summe der Penſionen nach 45 Jahr. =		3339

$$\text{Alſo } 3339\,p = 6393\,b;\ \text{und } b = \frac{3339}{6393}\,p = 0{,}5223$$

Iſt p = 10 Rthl. ſo iſt der jährliche Beytrag dieſes Paars = 5,223 Rthl. von dem in (20), um eine beträchtliche Größe verſchieden.

27) Die

27) Die Columnen B und C werden nach (Cap. III. 54) berechnet. Die Columne D beſteht aus ſchon vorhandenen und neu hinzugekommenen Wittwen, ſo aber, daß man die ſchon vorhandenen, nach ihrer gehörigen Sterblichkeitsordnung, hat abſterben laſſen.

Die Columne E entſteht, wenn man ſich gedenket, daß die Ehepaare der Columne B in arithmetiſcher Proportion von 100 bis auf 37 in dem Decennio abnehmen. Die Zahl 716 iſt dann die Summe aller Beyträge, welche dieſe abnehmenden Ehepaare in dieſem Decennio bezahlt haben. Nach eben dieſer Vorausſetzung, wird auch die Columne H berechnet.

Die Columne F aber entſteht auf folgende Art:

Jahre des erſten Decennii	ſind Ehepaare vorhanden, und bezahlen eben ſoviel Beyträge.	Dieſe kann der Entrepreneur bis ans Ende des Decennii verzinſen,	und beträgt eben ſoviel, als wenn er ein Jahr verzinſete.
0	100	10 Jahre	1000 Beyträge
1	94	9 —	846 —
2	88	8 —	704 —
3	81	7 —	567 —
4	57	6 —	450 —
5	69	5 —	345 —
6	62	4 —	248 —
7	56	3 —	168 —
8	49	2 —	98 —
9	42	1 —	42 —
	. . . . . .		
10	37	0 —	
	Summe = 716		Summe = 4468

Alſo bringen 716 Beyträge, die in 10 Jahren allmählig bezahlt werden, eben ſo viel Zinſen in dieſen Jahren auf, als wenn 4468 Beyträge ein Jahr durch verzinſet würden. Oder 716 Beyträge bringen in $\frac{4468}{716} = 6{,}2$ Jahren eben ſo viel Zinſen, als 4468 in einem Jahre.

Folglich kann der Entrepreneur nur annehmen, als wenn er die 716 Beyträge, nach $10 - 6{,}2 = 3{,}8$ Jahren auf einmal empfinge, und ſie von nun an verzinſete.

Die Columne G zeigt nun wie hoch dieſe 716 Beyträge, in 45 — 3,8 = 41,2 Jahren mit Zins- und Zinseszinſen anwachſen; hier wird das 45ſte Jahr zum Beſchluß gewählt, weil dann alle Mitglieder der Geſellſchaft tod ſind.

Eben ſo werden auch Columne I und K berechnet.

Dieſe Berechnung hätte aber müſſen nach (Cap. I. 54) angeſtellet werden; ſie iſt alſo hier fehlerhaft. Eben ſo ſind auch die Vorausſetzungen bey den Columnen E und H ganz gegen die natürliche Ordnung. Und ſo erhellet, daß dieſe verbundenen Fehler leicht den eben gefundenen geringern Beytrag hervorbringen können.

28) Wäre die Verſorgung der Wittwen in (9) aber ſo beſtimmt, daß ſie ein für alle mal bey dem Tode ihres Mannes ein Capital C bekommen ſollten; ſo lieſſe ſich die Rechnung dazu auf folgende Weiſe anſtellen:

Die Kaſſe nimmt am Ende von jedem Jahre ſo viel mal b ein, als noch Ehepaare zuſammen leben. Folglich wird der Werth ihrer Einnahme eben ſo wie in (11) ausgedruckt.

Sie bezahlt aber am Ende von jedem Jahre ſo viel mal C aus, als in dem Jahre Wittwen **entſtanden** ſind.

Hieraus erhellet, daß die jezt vorhandenen Ehepaare, die Wittwen für das Ende des erſten Jahrs; daß die dann vorhandenen Ehepaare, die Wittwen für das Ende des zweiten Jahres ꝛc. daß die am Ende des (x — 1)ſten Jahrs vorhandenen Ehepaare, die Wittwen für das Ende des xten Jahrs geben.

29) Aber von M Ehepaaren ſind noch vorhanden nach

Jahren	Paare
1	$\frac{[m+1]\ [n+1]\ M}{[m]\ [n]} = N$
2	$\frac{[m+2]\ [n+2]\ M}{[m]\ [n]} = O$
3	$\frac{[m+3]\ [n+3]\ M}{[m]\ [n]} = P$
x	$\frac{[m+x]\ [n+x]\ M}{[m]\ [n]} = Z$

Wo das Alter der Männer und Frauen immer im Zähler des Bruchs angezeigt iſt.

Alſo

Alſo entſtehen am Ende des

Jahres	von Paaren.	Wittwen.
1	M	$\frac{[n+1]}{[n]}\left(1-\frac{[m+1]}{[m]}\right)M=\left(\frac{[n+1]}{[n]}-\frac{[m+1][n+1]}{[m][n]}\right)M$
2	N	$\frac{[n+2]}{[n+1]}\left(1-\frac{[m+2]}{[m+1]}\right)N=\left(\frac{[n+2][m+1]}{[m][n]}-\frac{[m+2][n+2]}{[m][n]}\right)M$
3	O	$\frac{[n+3]}{[n+2]}\left(1-\frac{[m+3]}{[m+2]}\right)O=\left(\frac{[n+3][m+2]}{[m][n]}-\frac{[m+3][n+3]}{[m][n]}\right)M$
x	Z	$\frac{[n+x]}{[n+x-1]}\left(1-\frac{[m+x]}{[m+x-1]}\right)Z=\left(\frac{[n+x][m+x-1]}{[m][n]}-\frac{[m+x][n+x]}{[m][n]}\right)M$

wenn man die vorhin gefundenen Werthe von M, N, O ꝛc. in die Rechnung ſetzt.

30) Folglich iſt der jezige Werth aller Verſorgungen für die Kaſſe =

$$\frac{C}{[m][n]}\left(\frac{[n+1]\,[m]}{\varrho}+\frac{[n+2]\,[m+1]}{\varrho^2}+\frac{[n+3]\,[m+2]}{\varrho^3}+\ldots\right.$$
$$\left.+\frac{[n+x]\,[m+x-1]}{\varrho^x}\right)-\overline{\mu\nu}\cdot C=A+b\cdot\overline{\mu\nu}-\overline{\mu\nu}\cdot a$$

welches der Werth der Einnahme aus (11) iſt, weniger dem Werthe aller auſſerordentlichen nöthigen Ausgaben, welcher hier $=\overline{\mu\nu}\cdot a$ iſt, weil die Kaſſe ſie nur ſo lange tragen muß, als ein Paar zuſammen lebt.

Die vorige Reihe ſey $= C\cdot\underline{\nu\pi}$; ſo erhält man daraus $A = C\cdot\underline{\nu\pi}+\overline{\mu\nu}\,(a-b-C)$

$$C=\frac{A+\overline{\mu\nu}\,(b-a)}{\underline{\nu\pi}-\overline{\mu\nu}}$$

$$b=\frac{C\cdot\underline{\nu\pi}+\overline{\mu\nu}\,(a-C)-A}{\overline{\mu\nu}}$$

woraus erhellet, daß, wenn man aus (14) ſchon $\overline{\mu\nu}$ berechnet hat, man nur die verſchiedenen Werthe von $\underline{\nu\pi}$ zu finden braucht.

31) Exemp.

31) Exemp. Es ſey m = 60 Jahr; n = 50 Jahr; A = 0; C = 100 Rthl. ſo erhält man zu $\nu\pi$ folgendes:

$$\frac{1}{\varrho} \cdot [n+1]\,[m] = 0{,}059509714$$

$$\frac{1}{\varrho^2} \cdot [n+2]\,[m+1] = 0{,}0526087375$$

$$\frac{1}{\varrho^3} \cdot [n+3]\,[m+2] = 0{,}046271911$$

$$\frac{1}{\varrho^4} \cdot [n+4]\,[m+3] = 0{,}040482055$$

$$\frac{1}{\varrho^5} \cdot [n+5]\,[m+4] = 0{,}035114283$$

$$\frac{1}{\varrho^6} \cdot [n+6]\,[m+5] = 0{,}03022938$$

$$\frac{1}{\varrho^7} \cdot [n+7]\,[m+6] = 0{,}025899382$$

$$\frac{1}{\varrho^8} \cdot [n+8]\,[m+7] = 0{,}022095585$$

$$\frac{1}{\varrho^9} \cdot [n+9]\,[m+8] = 0{,}0187336$$

$$\frac{1}{\varrho^{10}} \cdot [n+10]\,[m+9] = 0{,}0158075777$$

$$\frac{1}{\varrho^{11}} \cdot [n+11]\,[m+10] = 0{,}0132624273$$

$$\frac{1}{\varrho^{12}} \cdot [n+12]\,[m+11] = 0{,}01104143$$

$$\frac{1}{\varrho^{13}} \cdot [n+13]\,[m+12 = 0{,}009118396$$

$$\frac{1}{\varrho^{14}} \cdot [n+14]\,[m+13] = 0{,}00745895$$

$$\frac{1}{\varrho^{15}} \cdot [n+15]\,[m+14] = 0{,}0060451914$$

$\frac{1}{\varrho^{16}}$

$$\frac{1}{\varrho^{16}} \cdot [n+16]\,[m+15] = 0{,}0048605266$$

$$\frac{1}{\varrho^{17}} \cdot [n+17]\,[m+16] = 0{,}0039524754$$

$$\frac{1}{\varrho^{18}} \cdot [n+18]\,[m+17] = 0{,}0031402121$$

$$\frac{1}{\varrho^{19}} \cdot [n+19]\,[m+18] = 0{,}0024729489$$

$$\frac{1}{\varrho^{20}} \cdot [n+20]\,[m+19] = 0{,}0019358591$$

$$\frac{1}{\varrho^{21}} \cdot [n+21]\,[m+20] = 0{,}00150393$$

$$\frac{1}{\varrho^{22}} \cdot [n+22]\,[m+21] = 0{,}001155384$$

$$\frac{1}{\varrho^{23}} \cdot [n+23]\,[m+22] = 0{,}0008758854$$

$$\frac{1}{\varrho^{24}} \cdot [n+24]\,[m+23] = 0{,}0006519444$$

$$\frac{1}{\varrho^{25}} \cdot [n+25]\,[m+24] = 0{,}0004666521$$

$$\frac{1}{\varrho^{26}} \cdot [n+26]\,[m+25] = 0{,}00033299178$$

$$\frac{1}{\varrho^{27}} \cdot [n+27]\,[m+26] = 0{,}0002311316$$

$$\frac{1}{\varrho^{28}} \cdot [n+28]\,[m+27] = 0{,}0001565305$$

$$\frac{1}{\varrho^{29}} \cdot [n+29]\,[m+28] = 0{,}0001033349$$

$$\frac{1}{\varrho^{30}} \cdot [n+30]\,[m+29] = 0{,}0000667848$$

$$\frac{1}{\varrho^{31}} \cdot [n+31]\,[m+30] = 0{,}0000437017$$

$$\frac{1}{\varrho^{32}} \cdot [n+32]\,[m+31] = 0{,}00002874117$$

$$\frac{1}{\varrho^{33}} \cdot [n+33]\,[m+32] = 0{,}0000193077$$

$$\frac{1}{\varrho^{34}} \cdot [n+34]\,[m+33] = 0{,}0000126586$$

$$\frac{1}{\varrho^{35}} \cdot [n+35]\,[m+34] = 0{,}0000082614$$

$$\frac{1}{\varrho^{36}} \cdot [n+36]\,[m+35] = 0{,}0000051383$$

$$\frac{1}{\varrho^{37}} \cdot [n+37]\,[m+36] = 0{,}0000030486$$

$$\frac{1}{\varrho^{38}} \cdot [n+38]\,[m+37] = 0{,}00000171015$$

$$\frac{1}{\varrho^{39}} \cdot [n+39]\,[m+38] = 0{,}00000089936$$

$$\frac{1}{\varrho^{40}} \cdot [n+40]\,[m+39] = 0{,}00000036937$$

$$\frac{1}{\varrho^{41}} \cdot [n+41]\,[m+40] = 0{,}00000016236$$

$$\frac{1}{\varrho^{42}} \cdot [n+42]\,[m+41] = 0{,}00000007731$$

$$\frac{1}{\varrho^{43}} \cdot [n+43]\,[m+42] = 0{,}00000002699$$

Die Summe aller dieſer Produkte iſt $= S = 0{,}4157093095$

$$\log. S = 0{,}6187897 - 1$$
$$\log. [m]\,[n] = 0{,}8069853 - 2$$
$$\log. \underline{\nu\,\pi} = 0{,}8118044$$

giebt $\underline{\nu\,\pi} = 6{,}483424$

Alſo wird

$$b = \frac{648{,}3424 - 604{,}262}{6{,}04262} = 7{,}29492 \text{ Rthl.}$$

32) Offenbar iſt es, daß nicht allein Ehemänner ihre Ehefrauen, ſondern auch unverheiratete Mannsperſonen, verheiratete oder unverheiratete Frauenzimmer, in dieſen Geſellſchaften verſorgen können. Aber alle müſſen ſich, wie die Ehepaare einerley Geſetzen unterwerfen; folglich darf auch keine Mannsperſon für mehr als ein Frauenzimmer einſetzen. Wollte es ein Unverheirateter für ein verheiratetes Frauenzimmer thun; ſo kann es auch auf das Leben ihres Ehemannes geſchehen. Dann muß er die Rente ſo erkaufen, als wenn ſie der Ehemann ſelbſt erkauft hätte.

Bey der Berliner Wittwenkaſſe von 1775. und dem Hamburgiſchen allgemeinen Verpflegungsinſtitute, ſteht allen der Zutritt offen.

33) **Kritter**, der bey ſeinen gründlichen Berechnungen, die Süßmilchiſche allgemeine Sterblichkeitsordnung zum Grunde legt, corrigirt ſie nach Beobachtungen aus der Natur, nämlich darnach, daß das weibliche Geſchlecht unverheiratet eine größere Lebensdauer hat, als das männliche, in der Ehe aber wegen den Gefahren der Schwangerſchaft, wenigſtens bis ins funfzigſte Jahr, der Sterblichkeit mehr ausgeſetzt iſt.

Da aber in dieſen Berechnungen zwei Sterblichkeitsordnungen zum Grunde gelegt ſind; ſo fällt dieſe Correktion weg, weil unter allen verſtorbenen des weiblichen Geſchlechts, auch ſicher die geſtorbenen Wöchnerinnen vorkommen. Auch iſt hier nicht das Wiederverheiraten der Wittwen in Betracht gezogen. Denn aus Erfahrungen aus der Calenberger, Bremer und andern Geſellſchaften, erhellet, daß nicht mehr als $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{15}$ aller Wittwen ſich wieder verheiratet, wovon die Urſache ſeyn mag, daß ſie gemächlich leben können. Zudem ſind die mehrſten von dieſen, auch würkliche Penſionswittwen geweſen, von denen keiner in voraus beſtimmen kann, wie viele Jahre ſie die Penſion genieſſen werden. Hieraus, und aus den Grundſätzen der Rechnung iſt offenbar, daß ſie auch bey der zweiten Ehe ihre Penſion genieſſen müſſen. Bey verſchiedenen Wittwenkaſſen hört ſie bey der Wiederverheiratung auf; dieſes gereicht zum Vortheile der Kaſſe, und hindert auch, daß verſchiedene junge Männer nicht alte Wittwen, hauptſächlich der Penſion wegen heiraten. Sollte aber eine ſich wiederverheiratende Wittwe, zum zweitenmale in den Wittwenſtand kommen; ſo iſt es billig, daß ihr dann wieder die vorige Penſion ausbezahlt werde, wozu aber der zweite Ehemann nichts gebraucht hat beyzutragen. Das Hamburger allgemeine Verſorgungsinſtitut, folgt dieſer Regel.

Die neue Berliner Kaſſe giebt ihren Penſionärinnen auch in der zweiten Ehe die halbe Penſion.

Die Calenberger Kaſſe giebt den ſich wieder verheiratenden Wittwen eine Prämie, wodurch ſie alles Recht auf die fernere Penſion verlieren. Die Kaſſe

ſoll hiedurch keinen Schaden haben, alſo iſt die höchſte Grenze dieſer Prämie, der Werth einer Leibrente für das Alter der Wittwe (Cap. IIII. 17); oder wenn das Alter der Wittwe bey der Wiederverheiratung iſt = g Jahre; ſo darf die Prämie nie ſeyn > γ p; iſt ſie = P; ſo hat die Kaſſe γ p — P wahrſcheinlichen Vortheil von dieſer Wittwe.

Daraus, daß die neue Däniſche Kaſſe mit **Süßmilchen** III. Th. S. 504. annimmt, $\frac{1}{4}$ aller Wittwen unter 40 Jahre verheirate ſich wieder, darf man wegen (8) nicht auf ihren Unbeſtand ſchlieſſen.

34) Die Erlegung der Antrittsgelder halte ich darum für nöthig, damit der jährliche Beytrag dadurch vermindert werde, und damit das Inſtitut gleich Anfangs eine größere Summe nutzen, und der Gränze (Cap. I. 23) näher kommen könne. Auch können ſie zu einer Caution dienen, daß die Beyträge zur beſtimmten Zeit erfolgen werden; verzögern die Mitglieder hiemit; ſo iſt es nicht unbillig, daß ſie mit Verluſt aller ihrer Beyträge, und wenigſtens eines Theils des Antrittscapitals, aus der Geſellſchaft geſchloſſen werden.

In der Berliner Geſellſchaft von 1775. ſind folgende Strafen wegen Verzögerung beſtimmt: Wer einen Termin verſäumt, bezahlt bey dem nächſten einen **dreifachen**, verſäumt er dieſen; ſo zahlt er bey dem dritten Termine einen **ſiebenfachen** Beytrag. Zahlt er dieſen nicht; ſo wird er mit Verluſt aller ſeiner Beyträge und ſeines Antrittsgeldes ausgeſchloſſen.

In der Meklenburgiſchen Geſellſchaft, die nach **Kritters** Plane errichtet iſt, werden keine Antrittsgelder erlegt, vermuthlich weil er glaubt, daß es für manchen Intereſſenten zu ſchwer iſt, ein ſolches Capital anzuſchaffen. So wichtig dieſer Grund auch iſt; ſo tritt er gleichfals auf der andern Seite bey dem ſehr hohen Beytrage ein. Und dann kann das Antrittscapital als ein Mittel angeſehen werden, daß die Mitglieder nur eine ſo hohe Rente, für ihre Wittwen erkaufen werden, als ſie glauben, daß dieſe hievon, wenn ſie anſtändige Arbeit zu Hülfe nehmen, leben können.

Weit ſchwerer würde es aber für die mehrſten Intereſſenten ſeyn, wenn ſie gleich die ganze Rente kaufen ſollten; alſo, daß zu Berechnung der Wittwenkaſſe die Formel (14. VII.) gebraucht würde.

35) Aber eine andere Frage iſt, ob die Antrittsgelder bey einem entſtehenden Todesfalle im Ehepaare, dem Ueberlebenden ſollen wieder ausbezahlt werden; wie es bey der Calenberger und Berliner Geſellſchaft vom Jahre 1775. geſchieht.

Dann genießt das Inſtitut nur die Zinſen des ganzen Antrittscapitals; und die Rechnung dazu iſt (16. u. f.) beygebracht, wenn man nämlich dort q = 1 ſetzt, wie es in (20) geſchehen; und ſo wird

b =

$$b = \frac{(p+a)\,\nu - (\overline{\mu\nu}+1)\,\frac{A}{r}}{\overline{\mu\nu}} - p$$

Durch dieſe Zinſen wird der Beytrag nicht ſehr vermindert. Das Einzige was für die Zurückbezahlung der Antrittsgelder ſpricht, iſt, daß es manche Wittwer für unbillig halten werden, alle Hofnung auf die Rente, und zugleich ein ſolches Capital verlohren zu haben. Aber wie viele werden ſich auch freuen, hiedurch thätiger zur Penſionirung der andern Wittwen beygetragen zu haben; wobey noch für jeden Ehemann der Troſt bleibt, daß er vom Anfange ſeines Beytritts zum Inſtitute an, noch einmal ſo große Wahrſcheinlichkeit gehabt, eine Wittwe nachzulaſſen, als ſelbſt Wittwer zu werden.

Die Wittwe aber darf ſich über den Verluſt dieſes Capitals nicht beklagen, weil ſie dagegen eine Rente auf Lebenszeit genießt.

Billig aber ſoll das Antrittscapital die Rente nicht überſteigen. Denn iſt ein Ehemann gezwungen dieſes Capital aufzuleihen; ſo muß er, wenn das Antrittscapital zurückgegeben wird, dieſes bey eintretenden Todesfalle dem Gläubiger, im Falle aber, daß es nicht zurückgegeben wird, ihm die erſte Wittwenrente verſchreiben können, worauf dem Gläubiger auch verſtattet iſt Arreſt zu legen. Alſo eine Ausnahme von (Cap. IIII. 14).

Im erſten Falle, hat alſo der Gläubiger gewiſſe, im andern, wahrſcheinliche Sicherheit; und ſo könnte dieſes freylich einem ganz freundloſen unbegüterten Ehemann, das Aufleihen des Antrittscapitals erſchweren.

36) Die Beyträge müſſen beſtändig von einerley Größe ſeyn. Sind ſie es nicht, wie z. B. bey der Calenberger Wittwenkaſſe, wo die Landſchaft immer die Penſiones vorſchießt, und hernach jedes Intereſſenten Beytrag zu dieſer Summe beſtimmt; ſo können hieraus für das Inſtitut verſchiedene traurige Folgen entſtehen.

Erſtlich können die Intereſſenten nicht genau wiſſen, wie viel ſie überhaupt bezahlen müſſen. Haben nun verſchiedene darauf gerechnet, jährlich nur 5 Rthl. beyzutragen, und müſſen hernach, für eben die Penſion, drei oder vier mal ſo viel bezahlen; ſo iſt es höchſt wahrſcheinlich, daß ſie mit Verluſt aller ihrer Beyträge das Inſtitut verlaſſen werden. Hiedurch wird dieſes Credit geſchwächet, und der Intereſſenten Hofnung getäuſchet. Ferner entſtehen die Wittwen allmählig, und ihre höchſte Zahl wird erſt, im Durchſchnitte genommen, ohngefehr nach 40 Jahren einfallen, wie es Kritter oft bewieſen hat. Folglich werden bey jährlichen Repartitionen der Ausgaben, die Beyträge am Anfange, oder für die erſten Intereſſenten, ſehr geringe, für die folgenden aber deſto größer werden, weil

dieſe aller vorhin geſtorbenen Mitglieder Wittwen, verſorgen müſſen, ohne daß jene verhältnißmäßig dazu beygetragen haben, welches (1) zuwider iſt. Dann iſt es ſehr wahrſcheinlich, daß die gehörige, zur Verſorgung der Wittwen erforderliche Anzahl der Mitglieder, fehlen werde; folglich, daß entweder die Wittwen die ihnen verſprochene Penſion **nicht**, oder ſie aus des Landesherrn Kaſſe, wenn er garantirt hat, zum Schaden des Landes erhalten werden. Da bey einer großen Geſellſchaft dieſe Summe ſehr beträchtlich werden kann; ſo wird ſie das Land nicht herſchieſſen wollen, folglich muß dann das Inſtitut zum Schaden ſo vieler Wittwen zu Grunde gehen. Daß aber die Beyträge, für die verſchiedenen Verbindungen des Alters bey den Ehepaaren, auf keine andere Art, als oben (9. u. f.) gezeigt iſt, berechnet werden konnten, iſt wohl offenbar. **Küſter**, (Wittwen und Wayſen Verſorger p. 23) giebt zwar folgendes an: Jeder Ehemann der $(35 + x)$ Jahre alt iſt bey ſeinem Beytritte, muß x mal den jährlichen Beytrag entweder auf einmal, oder nach gerade erlegen, damit er ſeinem Zuſtande nach, den übrigen Mitgliedern gleich werde. — Soll aber hier nicht mit auf den Unterſchied, zwiſchen dem Alter des Mannes und der Frau geſehen werden?

Ferner ſcheint hieraus zu folgen, daß keiner aufgenommen werden ſoll, der älter als 35 Jahr alt iſt, wenigſtens in Betracht der Rechnung. Denn die älter ſind, ſollen den jüngern gleich gemacht werden. Was aber bey denen die älter als 35 Jahr ſind, in Betracht der 35 jährigen billig iſt, ſollte es nicht auch bey dieſen, in Betracht der 30 jährigen und jüngern billig ſeyn? Oder ſollen keine unter 35 Jahr aufgenommen werden?

Iſt dieſes nicht; ſo werden gewiß viele junge nicht ſehr ſchwache Männer, ſich leicht durch die Hofnung einwiegen laſſen, dieſes oder ein höheres Alter zu erreichen, wodurch manche Wittwe um den Genuß des Inſtituts kommen wird. Und zu dem wäre noch zu unterſuchen, ob die nachgeſchoſſenen Beyträge, zur Aufrechthaltung der Kaſſe hinreichend wären, da dieſe doch immer die Zinſen von denſelben verliert.

37) Auch muß die Penſion eben ſo wie das Antrittsgeld und die Beyträge, vorhin feſtgeſetzt ſeyn, ſo, daß die Wittwe gewiß iſt, von dem erſten Jahre ihres Wittwenſtandes an, bis an ihr Ende, immer eine gleich große Rente zu ziehen. Iſt dieſes nicht; ſo werden viele Candidaten von dem jährlichen Beytritte abgehalten, weil niemand einen gewißbeſtimmten Beytrag, für eine unbeſtimmte Penſion, die vielleicht kleiner ſeyn kann, als der Beytrag ſelbſt, wird hergeben wollen. Die feſtgeſetzten Penſiones, ſind auch bey den jezt vorhandenen Wittwenkaſſen, faſt durchgängig angenommen. Verſchiedene die zu Grunde gegangen ſind, haben ſie immer vermindern müſſen. Auch wird dieſes das wahrſcheinliche

ſcheinliche Schickſaal von vielen jezt noch beſtehenden ſeyn, zu welchem Zeitpunkte ſich die Bremer Kaſſe ſchon zu neigen ſcheint.

Bey der in Berlin 1773. für Civilbediente errichteten Kaſſe, wurde die Größe der Penſion nur auf folgende Art beſtimmt: im erſten Jahre nach ihrer Entſtehung ſollte $\frac{1}{20}$ aller Beyträge, im zweiten Jahre $\frac{2}{20}$ u. ſ. w. an die jedesmal vorhandenen Wittwen ausgetheilet, das übrige, zu einem Capitale angelegt werden. 1794. wird die ganze Summe aller Beyträge vertheilet; 1795 kömmt hiezu noch $\frac{1}{20}$ der Zinſen des entſtandenen Capitals; das Jahr darauf $\frac{2}{20}$; und 1815 werden die ganzen Beyträge und alle Zinſen unter die Wittwen vertheilet.

Soll keine Penſion beſtimmt werden; ſo ſcheint mir dieſe Einrichtung den beſten Weg einzuſchlagen, weil hier die auszutheilende Summe immer mit den Wittwen ſteigt, bis beide nach 40 Jahren ein Größtes werden. Nur käme es auf die Unterſuchung an, ob dieſe Vertheilungsgelder proportional mit den Wittwen wachſen, welches nach (Cap. III. 54.) leicht ausgemacht werden kann.

38) Aber gewöhnlich werden von den Mitgliedern halbjährige Penſiones $= \frac{1}{2}p$ verlangt. Dieſes wird ihren jährlichen Beytrag etwas vermehren, wie aus (Cap. I. 103) erhellet; auch findet man nach der dort gegebenen Regel dieſen jährigen Beytrag B für die halbjährige Penſion, wenn der jährige b, nach (14) oder (19) beſtimmt iſt

$$2\,(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1) : (\varrho - 1) = b : B = \frac{b \cdot (\varrho - 1)}{2\,(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1)}$$

Sollen aber dagegen auch halbjährige Beyträge bezahlt werden; ſo wird man leicht nach den dort gegebenen Regeln finden, daß für $\frac{1}{2}p$ der halbjährige Beytrag auch ſeyn wird $\frac{1}{2}b$;

Das Wohl der Kaſſe ſcheint zu fordern, daß die halbjährigen Beyträge in voraus bezahlt werden, ohne daß den Mitgliedern der Vortheil aus (15) zu ſtatten komme; damit die Kaſſe Zeit habe, dieſe Beyträge gehörig unterzubringen, und auch damit ihr der Beytrag des Sterbehalbenjahrs des Manns oder der Frau nicht entgehe.

39) **Exemp.** Aus (20) ſey b = 5,788 Rthl. ſo iſt

$$\log. b = 0{,}7625285$$
$$\log. (\varrho - 1) = 0{,}6989700 - 2$$
$$\log. \tfrac{1}{2} = 0{,}6989700 - 1$$
$$\log. \frac{1}{\varrho^{\frac{1}{2}} - 1} = 1{,}6073030$$

$$\log. B = 0{,}7677715$$
$$\text{giebt } B = 5{,}8583.$$

Alſo

Alſo B — b = 0,0703 oder ſo viel Beytrag muß jährlich, für eine halbjährige Penſion, mehr bezahlt werden.

40) Will ein Mitglied, nachdem es einige Zeit für eine beſtimmte Penſion beygetragen hat, dieſelbe erhöhen; ſo iſt es offenbar, daß er in Betrachtung dieſer Erhöhung als ein neues Mitglied muß angeſehen werden, folglich ein neues Antrittsgeld und neue Beyträge, die nach (9. u. f.) aus ſeinem und ſeiner Ehefrauen jezigem Alter beſtimmt werden müſſen, erlegen muß.

Iſt es aber billig, daß ein Mitglied, das zu einer Penſion richtig beygetragen hat, und nun gezwungen wird aus der Geſellſchaft zu treten, alle ſeine Beyträge nebſt dem Antrittsgelde verlieren ſoll? Iſt dieſes eine vorhin beſtimmte Strafe für ſeine Nachläßigkeit; ſo iſt nichts dagegen zu erinnern. Wenn er aber durch Unglücksfälle in die Unmöglichkeit verſezt wird, nicht mehr beytragen zu können?

Ich denke dieſem auf folgende Art abzuhelfen:

41) Wenn jemand der m Jahre alt iſt, dem Entrepreneur jezt A, und jährlich β auf q Jahre hintereinander erlegt, um für ſeine Frau die jezt n Jahre alt iſt, nach ſeinem Tode bis an ihr Ende, jährlich die Penſion π zu bekommen; wie groß wird π ſeyn?

Stirbt er vor Verlauf der q Jahre; ſo bekömmt ſeine Wittwe gleich die Penſion: ſtirbt ſie vor Verlauf der q Jahre; ſo hört der Mann auf beyzutragen: ſtirbt ſie überhaupt früher als der Mann; ſo fällt alles der Kaſſe anheim.

Daß alſo dieſe jährlich, q Jahre hintereinander β bekömmt, hängt davon ab, daß Mann und Frau dieſe Zeit hindurch zuſammen leben; Und daß ſie π auszahlt hängt davon ab, daß die Frau den Mann überlebt;

Sezt man alſo in (11) $M = 1$; $x = q$; $b = \beta$; $p = \pi$; ſo iſt der jezige Werth aller Einnahmen der Kaſſe =

$$A + \frac{\beta}{[m][n]}\left(\frac{[m+1][n+1]}{\varrho} + \frac{[m+2][n+2]}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[m+q][n+q]}{\varrho^q}\right)$$

$= A + \beta\varkappa$ wenn hier die Reihe $= \varkappa$ geſezt wird.

Und der jezige Werth der Ausgaben der Kaſſe, iſt nach (12) $= \frac{\pi}{[n]}\Big(\frac{[n+1]}{\varrho}$

$$+ \frac{[n+2]}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[n+x]}{\varrho^x}\Big) - \frac{\pi}{[m][n]}\Big(\frac{[m+1][n+1]}{\varrho} + \frac{[m+2][n+2]}{\varrho^2}$$

$$+ \cdots + \frac{[m+x][n+x]}{\varrho^x}\Big) = \pi\,(\nu - \overline{\mu\nu})$$

Alſo

Alſo hätte man

$$A + \beta \varkappa = \pi\,(\nu - \overline{\mu\,\nu}) \text{ und}$$

$$\pi = \frac{A + \beta\,\varkappa}{\nu - \overline{\mu\,\nu}}$$

wo aber immer $q < x$ ſeyn muß.

42) Setzt man daß der Werth einer Leibrente, den ein $m+q$ jähriger und eine $n+q$ jährige ſo lange ziehen, als ſie zuſammen leben, ſey $= \overline{\sigma\,\tau}$ nach (Cap. IIII.)

So erhält man, wenn man die dortigen Rechnungen gehörig anwendet

$$\varkappa = \overline{\mu\,\nu} - \frac{\overline{\sigma\,\tau}\cdot[m+q]\,[n+q]}{\rho^{q}\cdot[m]\,[n]}$$

Alſo in (37)

$$\pi = \frac{A + \beta\left(\overline{\mu\,\nu} - \dfrac{\overline{\sigma\,\tau}\cdot[m+q]\,[n+q]}{\rho^{q}\cdot[m]\,[n]}\right)}{\nu - \overline{\mu\,\nu}}$$

43) Unter der Zeit, daß das Mitglied in (40) zur Wittwenkaſſe beygetragen hat, hat dieſe immer riſkirt, daß ſie die Penſion auszahlen müßte. Das Mitglied hört nun auf beyzutragen, man gedenke ſich alſo, daß es den Vertrag in (41) mit dem Entrepreneur gemacht hat; ſo iſt in (41) $q =$ der Anzahl der Jahre die es ſchon beygetragen hat, ſein Antrittsgeld und Beytrag iſt bekannt, alſo iſt auch π gegeben.

Würde aber dieſes Mitglied fortfahren $\frac{1}{f}$ der gewöhnlichen Wittwenkaſſen Beyträge zu bezahlen; ſo bekäme es durch dieſen Beytrag $\frac{1}{f}$ der Wittwenpenſion $= \frac{p}{f}$;

Um aber den übrigen Theil der Penſion in (41) zu beſtimmen, müßte man

ſtatt	A	β
hier ſetzen	$\frac{f-1}{f}A$	$\frac{f-1}{f}b$

44) Exemp. Das Paar in (20) hat 20 Jahre beygetragen; jetzt kann der Mann nur noch $\frac{1}{4}$ des vorigen Beytrags bezahlen.

Es iſt alſo hier $q = 20$; $\frac{1}{f} = \frac{1}{4}$; und die Wittwe bekömmt hiefür nur $\frac{1}{4}$ p. Das Antrittscapital des Mannes aber zum Vertrage in (40) iſt $\frac{3}{4} A = 7{,}5$ Rthl. ſein Beytrag oder $\beta = \frac{3}{4} b = \frac{3 \cdot 4{,}644}{4} = 3{,}483$ Rthl. nach (22), weil das Antrittscapital nicht zurück bezahlt wird.

Man muß alſo hier $\overline{\sigma\tau}$ berechnen: dazu iſt

$$\frac{1}{\varrho} [m+q+1]\,[n+q+1] = 0{,}03501725$$

$$\frac{1}{\varrho^2} [m+q+2]\,[n+q+2] = 0{,}02671275$$

$$\frac{1}{\varrho^3} [m+q+3]\,[n+q+3] = 0{,}020004$$

$$\frac{1}{\varrho^4} [m+q+4]\,[n+q+4] = 0{,}01466344$$

$$\frac{1}{\varrho^5} [m+q+5]\,[n+q+5] = 0{,}0105388$$

$$\frac{1}{\varrho^6} [m+q+6]\,[n+q+6] = 0{,}00738686$$

$$\frac{1}{\varrho^7} [m+q+7]\,[n+q+7] = 0{,}005050384$$

$$\frac{1}{\varrho^8} [m+q+8]\,[n+q+8] = 0{,}003362132$$

$$\frac{1}{\varrho^9} [m+q+9]\,[n+q+9] = 0{,}002204178$$

$$\frac{1}{\varrho^{10}} [m+q+10]\,[n+q+10] = 0{,}001447853$$

$$\frac{1}{\varrho^{11}} [m+q+11]\,[n+q+11] = 0{,}000951858$$

$$\frac{1}{\varrho^{12}} [m+q+12]\,[n+q+12] = 0{,}000637801$$

$\frac{1}{\varrho^{13}}$

$$\frac{1}{\varrho^{13}}\,[m+q+13]\,[n+q+13] = 0{,}000423196$$

$$\frac{1}{\varrho^{14}}\,[m+q+14]\,[n+q+14] = 0{,}000274$$

$$\frac{1}{\varrho^{15}}\,[m+q+15]\,[n+q+15] = 0{,}00016973$$

$$\frac{1}{\varrho^{16}}\,[m+q+16]\,[n+q+16] = 0{,}00010225$$

$$\frac{1}{\varrho^{17}}\,[m+q+17]\,[n+q+17] = 0{,}000059506$$

$$\frac{1}{\varrho^{18}}\,[m+q+18]\,[n+q+18] = 0{,}000031997$$

$$\frac{1}{\varrho^{19}}\,[m+q+19]\,[n+q+19] = 0{,}000013503$$

$$\frac{1}{\varrho^{20}}\,[m+q+20]\,[n+q+20] = 0{,}000005989$$

$$\frac{1}{\varrho^{21}}\,[m+q+21]\,[n+q+21] = 0{,}000002925$$

$$\frac{1}{\varrho^{22}}\,[m+q+22]\,[n+q+22] = 0{,}000001044$$

Die Summe aller dieſer Produkte iſt $= 0{,}129061446 = S$.

Aber $\overline{\sigma\,\tau} = \frac{S}{[m+q]\,[n+q]}$; alſo wird der Theil (43) in dem $\overline{\sigma\,\tau}$ vorkömmt $= \frac{S}{\varrho^{q}\cdot[m]\,[n]}$

$$\log. S = 0{,}1107980 - 1$$

$$\log. \frac{1}{\varrho^{20}} = 0{,}5842140 - 1$$

$$\log. \frac{1}{[m]\,[n]} = 1{,}1930147$$

$$\overline{\qquad 0{,}8880267 - 1}$$

giebt dieſen Theil $= 0{,}77273$.

$$\text{Alſo iſt } \pi = \frac{7{,}5 + 3{,}483\ (6{,}04262 - 0{,}77273}{9{,}8487 - 6{,}04262}$$

$$= \frac{25{,}88985687}{3{,}80507} = 6{,}8045$$

Folglich wird die Wittwe nur bekommen $\frac{1}{4}$ p + π = 9,3045 Rthl. ſtatt der 10 Rthl. die ſie erhalten hätte, wenn der Mann den ganzen Beytrag zu bezahlen fortfahren könnte.

Dieſe letzte Penſion grenzt ziemlich nahe, an die vom Anfange an beſtimmte. Es rührt daher, daß beide Theile des Ehepaares ſchon alt ſind. Für jüngere Paare, würde der Unterſchied ſehr beträchtlich ſeyn.

45) Das Hamburgiſche allgemeine Verſorgungsinſtitut, hat für den Fall in (40) folgende Einrichtung getroffen: daß die Summe aller bezahlten Beyträge und des Antrittsgeldes, aber ohne alle Zinſen, als ein baares Capital angeſehen werden ſoll, für welches er, ohne weitere Beyträge, eine, ſeinem und ſeiner Frauen jezigem Alter angemeſſene Penſion, bekommen ſoll. Dieſes Capital wäre alſo gleich dem A in (14, VII.) woraus man das dortige p finden muß.

Kritter (Sammlung von drei Aufſätzen p. 65) glaubt, daß dieſes nicht ohne dem Schaden der Kaſſe geſchehen könnte. Dieſes zu unterſuchen könnte man nur berechnen, ob die Summe aller Zinſen, die das Mitglied verliert, dem Werthe des Riſkos der Kaſſe gleich wäre; welches aber von keinem ſehr großen Nutzen und ziemlich weitläuftig ſeyn würde.

46) Offenbar iſt es aber, daß bey einer gut eingerichteten Wittwenkaſſe, der frühere oder ſpätere Tod des Mannes, auf die Penſion ſeiner Wittwe gar keinen Einfluß haben darf; wenn er nur bis an ſeinen Tod ſeine Pflicht gegen die Kaſſe erfüllt hat. Denn in der Rechnung wird mit darauf geſehen, daß ſchon im erſten Jahre Wittwen entſtehen. Folglich dürften keine Wittwen von der Penſion ausgeſchloſſen werden, deren Männer im erſten Jahre des Beytritts geſtorben ſind, wie es bey der Calenberger Geſellſchaft geſchieht.

Bey der alten Caſſelſchen die 1750. ihren Anfang nahm, aber ſchon 1767. wieder eingieng, mußten wenigſtens 6 Jahre Beyträge entrichtet ſeyn, ehe die Wittwe zur Hebung kommen konnte; ſtarb der Mann früher; ſo konnte die Wittwe die Beyträge fortſetzen, und ſo Penſionsfähig werden.

Billiger iſt ſchon die Einrichtung, wo die Wittwe, wenn der Ehemann im erſten Jahre ſtirbt $\frac{1}{5}$; im zweiten $\frac{2}{5}$ ꝛc. und am Ende des fünften Jahres nach des Mannes Tode, die ganze Penſion erhält. Stürbe der Mann im zweiten Jahre nach dem Beytritte; ſo bekäme ſie gleich $\frac{2}{5}$ u. ſ. w. Die erſte Penſion wird aber immer erſt ein halbes Jahr nach des Mannes Tode bezahlt, der, ſo

ſo wie er eintritt, der Kaſſe muß gemeldet, und gehörig bewieſen werden. Z. B. Stirbt der Ehemann in der Zeit vom erſten Jenner bis zum letzten Junius; ſo erhält die Frau die erſte Penſion, für die Zeit vom erſten Julius an, bis zum letzten December, und hebt ſie dann.

Die Wittwe, welche ſich bey dem beſtimmten Zahlungstermine nicht meldet, verliert für dieſen Termin ihre Penſion; und überhaupt bekömmt ſie keine, die nicht ihr Leben durch Zeugniſſe des Predigers ihres Ortes, mit dem Kirchenſiegel unterſiegelt, oder durch gerichtliche Zeugniſſe beweiſet.

47) Aus allen obigen Grundſätzen erhellet, daß man keine Grenze des Alters zu ſetzen braucht, bis zu welcher nur Mitglieder ſollen aufgenommen werden. Ein 90 jähriger Ehemann kann aufgenommen werden, wenn gleich ſeine Frau nur 30 Jahre alt ſeyn ſollte; Dann aber wird ſein Antrittscapital, oder ſein Beytrag in (14) beynahe gleich ſeyn, dem Werthe einer Leibrente auf ſeiner Frauen Leben; und zahlt er dieſe nach (36); ſo iſt ſeine Wittwe, wenn er auch gleich den Tag nach dem Beytritte ſterben ſollte, Penſionsfähig.

Bey Kaſſen, wo ſich die Rechnung nicht auf dieſen Unterſchied zwiſchen dem Alter des Mannes und der Frau gründet, iſt es allerdings höchſt nothwendig, die Anzahl der zu entſtehenden Wittwen ſo ſehr zu vermindern, als es nur möglich iſt, welches dadurch geſchieht, wenn die Ehepaare im Alter ziemlich gleich ſind. So wird jezt in der Calenberger Kaſſe kein Paar aufgenommen, in dem der Mann 30 Jahre älter als die Frau iſt; und dabey müſſen dieſe Paare noch etwas weniges an Zinſen für das Antrittscapital, welches die Geſellſchaft hätte nützen können, wenn ſie früher beygetreten wären, und auf eben die Weiſe auch Beyträge bezahlen.

Damit doch aber die Kaſſe beynahe gewiß iſt, daß die mehrſten dieſer Paare wenigſtens einige Jahre beytragen; ſo wird kein Paar aufgenommen, wovon der Mann das 59ſte Jahr zurückgelegt hat; ob gleich am Anfange Leute von allem Alter, mit dem größten Unterſchiede zwiſchen der Eheleute Alter aufgenommen wurden, bey denen es höchſt wahrſcheinlich war, daß die Männer nur wenige Beyträge geben, dagegen die Frauen deſto länger die Penſion genieſſen würden.

In der Bremer Geſellſchaft wird kein Paar aufgenommen, in dem der Mann das 45ſte Jahr zurückgelegt hat.

48) Kritter (Gutachten von dem Zuſtande der Bremiſchen Wittwenpflegegeſellſchaft p. 69.) ſchlägt folgende Einrichtung für die Kaſſen vor, wo bey der Anlage nicht auf das Alter zwiſchen dem Ehemanne und der Ehefrau geſehen iſt.

Tritt ein Mitglied in die Geſellſchaft, das gerade 45 Jahr alt, ſeine Frau aber nur bis 10 Jahr jünger iſt; ſo ſoll ſie die volle Penſion bekommen.

Iſt aber bey eben dem männlichen Milgliede die Frau jünger	ſo wird ihr, wenn ſie zur Penſion kömmt, davon abgezogen
$12\frac{1}{2}$ Jahr.	$\frac{3}{40}$ der Penſion.
15 —	$\frac{6}{40}$ —
$17\frac{1}{2}$ —	$\frac{9}{40}$ —
20 — u. drüber	$\frac{12}{40}$ —

Tritt ein Mitglied bey, das älter als 45 Jahr, ſeine Frau aber nicht über 5 Jahre jünger iſt; ſo ſoll auch hier die Wittwe die ganze Penſion bekommen.

Iſt bey eben dem Mitgliede die Frau jünger	ſo wird ihr von der Penſion abgezogen
$7\frac{1}{2}$ Jahr.	$\frac{1}{10}$ der Penſion.
10 —	$\frac{2}{10}$ —
$12\frac{1}{2}$ —	$\frac{3}{10}$ —
15 —	$\frac{4}{10}$ —
$17\frac{1}{2}$ —	$\frac{5}{10}$ —
20 — u. drüber.	$\frac{6}{10}$ —

Die Gründe von dieſem Verfahren ſind ohngefehr folgende: Nach Süßmilchen, deſſen Sterblichkeitsordnung Kritter zum Grunde legt, haben Männer, die im Durchſchnitte 40 Jahr alt ſind, noch 24 Jahr mittlere Lebensdauer, Frauen die im Durchſchnitte 35 Jahr alt ſind, noch 27 Jahr mittlere Lebensdauer.

Die Kaſſe muß alſo auf alle Fälle 3 Jahre Penſion auszahlen, und 27 Jahre, wenn der Mann gleich nach dem Beytritte ſterben ſollte. Folglich wird ſie im Durchſchnitte an alle Wittwen $\frac{27+3}{2} = 15$ Jahre Penſion zahlen müſſen.

Sind aber bey eben den Männern die Frauen 30 Jahre alt; ſo iſt ihre mittlere Lebensdauer ohngefehr 30 Jahre; alſo muß hier die Kaſſe im Durchſchnitte 18 Jahre Penſion zahlen.

Nun kann man ſagen: wie ſich die längere Penſionszeit zur kürzern verhält; ſo verhält ſich die höhere Penſion zur niedrigen; daß ſich alſo die Penſionen verkehrt wie die Penſionszeiten verhalten ſollen. Man hätte alſo hier

$$18 : 15 = p : \tfrac{5}{6}\,p.$$

Alſo

Alſo wäre $\frac{1}{6}$ p der Abzug fürs ganze Quinquenium, folglich $\frac{1}{12}$ p fürs halbe; welcher Abzug in Hofnung, daß dieſe jungen Wittwen ſich wieder verheirathen könnten, auf $\frac{1}{20}$ p herab geſetzt iſt.

Dieſes Verheirathen fällt bey den ältern Wittwen weg. Um zu prüfen, wie weit dieſes Verfahren die Einrichtung der Kaſſe berichtigen würde, brauchte man nur nach (14) für eben daſſelbe Antrittsgeld und dieſelben Beyträge, die Penſion für einen 40 jährigen Mann und 35 jährige Ehefrau, und für eben den Mann und eine 30 jährige Frau berechnen, eben dieſes nach der hieſigen Methode verrichten, und die gefundenen Penſionen mit einander vergleichen.

49) Bisher ſind alle Wittwen Penſionsfähig geweſen, die in dieſen Zuſtand durch den natürlichen Tod des Mannes ſind verſetzet worden. Wie wird es aber mit ihnen gehalten, wenn dieſe Trennung durch Eheſcheidung, durch Unglücksfälle, oder durch einen gewaltſamen Tod des Mannes hervorgebracht wird?

Allgemein glaube ich, daß der Satz: **Der Unſchuldige müſſe nicht mit dem Schuldigen leiden**, hier angewendet werden müſſe. Hieraus folget dann: daß wenn bey der Scheidung der Mann unſchuldig iſt, er ſeine Antrittsgelder zurückbekommen; oder es ihm verſtattet iſt, für ſeine künftige Frau Mitglied der Geſellſchaft zu verbleiben, ohne für dieſe neue Antrittsgelder zu erlegen. Iſt aber die Frau der unſchuldige Theil; ſo bleibt die Penſion gewiß, nur muß ſie bis an den Tod ihres geſchiedenen Manns den Beytrag fortſetzen. Heirathet ſie wieder wenn der erſte Mann geſtorben iſt; ſo wird mit ihr nach (33) verfahren. Eben ſo wird es auch bey boshafter Verlaſſung (malitioſa deſertione) des einem Theils mit dem andern gehalten.

Unglücksfälle z. B. daß der Mann erſäuft ꝛc. gehören mit unter die Todesarten, wogegen keiner helfen kann, alſo wird die Wittwe auch gleich Penſionsfähig. Stirbt der Mann aber durch einen Duel, oder durch Selbſtmord; ſo muß die Frau wenigſtens in ſo weit ſchadloß gehalten werden, daß ſie gleich als eine Wittwe betrachtet wird, welche die Penſion aus (41) bekömmt. Doch ſind hievon diejenigen wohl ausgeſchloſſen, von denen es kann bewieſen werden, daß ſie durch ihre böſe Lebensart zum Verderben des Mannes mit beygetragen haben. Geſchieht aber der gewaltſame Tod nach Richters Spruch, und hat die Wittwe nicht Theil an des Mannes Verbrechen genommen; ſo wird ſie auf alle Fälle, wo die Geſetze nicht beſtimmt haben, daß ſie auch unſchuldig mitleiden ſoll, wie z. B. beym Hochverrathe, als eine Wittwe behandelt, die ihren Mann durch einen Unglücksfall verlohren hat.

Statt der Penſion aus (41) könnte auch vorgeſchlagen werden, daß die Wittwe den Beytrag noch ſo lange fortſetzen ſollte, als der Mann bey ſeinem Tode noch wahrſcheinliche Lebensdauer gehabt hätte; nach der Zeit würde ſie die

ganze

ganze Penſion genieſſen. Wenn ſie aber kein Vermögen hat, wovon ſoll ſie in der Zeit leben? Woher die Beyträge bezahlen? Weit billiger, und den Abſichten der Wittwenverpflegung gemäßer, wäre, wenn man die Summe der Beyträge und des Antrittsgeldes, welche der Mann bis dahin bezahlt hat, als den Werth einer Leibrente anſieht, die die Wittwe gleich im nächſten Jahre ziehen ſoll; obſchon die Kaſſe hiebey eben ſo wenig für ihr Risko bekäme, als in (45. u. f.).

Entſtünde aber die Frage wie lange eine, von ihrem Manne verlaſſene Frau, die ſeinen Aufenthalt nicht erfahren könnte, beytragen müßte; ſo gäbe (Cap. III. 68.) hiezu die Antwort.

Wie es gewöhnlich bey Wittwenkaſſen in dieſen Fällen gehalten wird, zeigt hauptſächlich §. 20. und 26. in den Statuten der neuen Berliner Geſellſchaft.

50) Aber auſſer dem bekannten Alter in (2), muß man auch darauf ſehen, daß nicht zu viele männliche Mitglieder von ſchwacher Geſundheit, und gar kein krankes Mitglied beytrete, damit die in (5) feſtgeſetzte Sterblichkeitsordnung nicht für das männliche Geſchlecht zu klein ſey.

Derohalben muß jeder auch auſſer dem Zeugniſſe des Alters ein von ſeinem Arzte ausgeſtelltes bringen, wodurch er beweiſet, daß er nach des Arztes Ueberzeugung weder mit chroniſchen, noch andern Krankheiten behaftet ſey, welche ſeinen baldigen Tod fürchten lieſſen; dabey muß ein Notarius beſcheinigen, daß der Arzt das Zeugniß eigenhändig geſchrieben habe, und daß er kein Verwandter des Aufzunehmenden ſey.

Die Calenberger Geſellſchaft verlanget hiezu noch, daß es von vier rechtſchaffenen Männern, wo möglich der Geſellſchaft Mitgliedern, unterſchrieben ſey, um zu beweiſen, daß ihnen das Gegentheil von des Arztes Auſſage nicht bekannt ſey.

Da aber auch öfters ein geſchickter Arzt auf einige Zeit kann hintergangen werden, wenn er den Menſchen nicht aus längern Umgange kennet, auch wohl verſchiedene den Arzt vorſetzlich hintergehen könnten; ſo iſt es billig daß hierauf, wenn es hernach bekannt wird, die Strafe des gänzlichen Ausſchluſſes aus der Geſellſchaft, mit Verluſt aller bis dahin bezahlten Gelder, geſetzt wird.

Auch muß dieſe den Arzt und die Zeugen treffen, wenn es bewieſen werden könnte, daß einer von ihnen gegen ſeine Ueberzeugung gehandelt hätte.

51) Leute die eine ausſchweifende Lebensart führen, können mit recht als ſolche angeſehen werden, die ihren Tod befördern. Sollen ſie aber doch in die Geſellſchaft aufgenommen werden; ſo iſt es billig, daß ihr Alter etwas größer angenommen wird, je nachdem ſie ein mehr oder weniger ausſchweifendes Leben führen. Im Falle, daß die Ausſchweifung von einem hohen Grade iſt; ſo iſt es billig, daß ſie ganz ausgeſchloſſen werden. Hieher gehören auch diejenigen welche

ſich

ſich an Orten aufhalten, wo Epidemien herrſchen, wenigſtens ſo lange dieſe fortdauern.

Da auch Seefahrer und Soldaten einer gröſſern Sterblichkeit ausgeſetzt ſind, als die, wonach die Sterblichkeitsordnungen eingerichtet ſind; ſo iſt offenbar, daß ſie nicht in dieſe Art Wittwenkaſſen aufgenommen werden dürfen.

Sollen ſie an einem ähnlichen Inſtitute theil nehmen; ſo ſcheint es wohl am ſicherſten zu ſeyn, dieſes als eine Gnadenkaſſe einzurichten, ſo, daß die jährlichen Beyträge unter die Wittwen vertheilt werden; oder daß, wenn ihr Wittwengehalt ein für allemal beſtimmt iſt, und die Beyträge nicht zureichen ſollten, der Landesherr den fehlenden Theil, als eine Belohnung der treuen Dienſte der Soldaten, zuſchieſſet, welcher wegen der geringen Penſion, und der wenigen verheirateten Mitglieder, nicht ſehr beträchtlich ſeyn wird.

52) Vorrechte muß die Geſellſchaft wie in (Cap. IIII. 14.) genieſſen. Kein Wittwengehalt muß mit Arreſt belegt werden können, als nur in dem Falle von (35). Das ganze Inſtitut muß unter dem Schutze des Landesherrn ſtehn, und von ihm ſeine Beſtätigung haben, damit es hiedurch die Rechte anderer piorum corporum erhalte, wozu auch die Befreyung der Gerichts- und Stempelgebühren und Poſtfreyheiten, in hiehin gehörenden Schriften und Geldern, gehören. Bekömmt der Landesherr die Antrittsgelder und Beyträge in ſeine Verwahrung; ſo muß das Inſtitut auch unter ſeiner Garantie ſtehen; welche ſowohl die richtige Auszahlung der einmal beſtimmten Penſionen, als auch den Punkt betrift, daß der einmal beſtimmte Beytrag nicht ſoll erhöhet werden. So garantirt bey der neuen Berliner Geſellſchaft die Hauptbank und die Churmärkſche Landſchaft, auf die vollſtändigſte Art.

Reichen die Gelder zur Bezahlung der verſprochenen Penſionen nicht zu; ſo iſt offenbar, daß der die Garantie übernommen hat, auch vor den Schaden ſtehen muß.

Bey der Calenberger Geſellſchaft verſprach die Landſchaft den Reſt zu zuſchieſſen, wenn der jährliche Beytrag bey einem Simplo von 8 ℛ nicht zureichen ſollte. In einer der drauf folgenden Ankündigungen, ſchränkte ſie dieſes Verſprechen in ſo weit ein, daß ſie nur den Reſt zahlen wollte, ſo lange, das aus den Zinſen der Antrittsgelder entſtandene Capital, hinreichen würde. Sollte aber die Geſellſchaft zu Grunde gehen; ſo fällt der ganze Schaden auf die Intereſſenten.

Iſt die Geſellſchaft aber auf richtigen Grundſätzen erbauet, und iſt die Landſchaft davon überzeugt; ſo iſt kein Grund vorhanden, warum ſie ihr Verſprechen eingeſchränket hat, wodurch doch viele abgehalten werden, beyzutreten, des Zweifels wegen, daß ſie vielleicht zu Grunde gehen könnte, der doch nie ſtatt finden muß.

53) Bis hieher iſt auf keinen Unterſchied zwiſchen geſchloſſenen und ungeſchloſſenen Wittwenkaſſen geſehen worden. Die Rechnungen ſind eben dieſelben, wie auch alle übrige Grundſätze. Nur können die geſchloſſenen Geſellſchaften ſicher ſeyn, daß wenn ihre Anzahl von Mitgliedern nicht zu hoch angeſetzet worden, ſie immer in eben dem Zuſtande bleiben wird; da die ungeſchloſſenen bald mehr, bald weniger haben werden.

Melden ſich, bey den geſchloſſenen, Candidaten, ehe Mitglieder abſterben, und haben keine Fehler warum ihnen der Zutritt verſagt wird; ſo werden ſie gleich als Expektanten aufgenommen, wogegen ſie einen Theil des Antrittsgeldes bezahlen, theils damit die Kaſſe gewiß bleibt, daß ſie bey ihrem Entſchluſſe bleiben, theils auch, damit ſie einigen Nutzen von ihnen hat. Stirbt der Expektant früher als er aufgenommen wird, oder ſteht von ſeinem Vorhaben ab; ſo bekömmt er ſein Antrittsgeld wieder, doch mit dem Verluſte der davon gezogenen Zinſen, welche zu einem Capitale angeſammlet, und nach einigen Jahrhunderten ein Garantiecapital der Geſellſchaft, oder zu milden Stiftungen für arme Wittwen angewendet werden können.

54) Von den verbindlichen Kaſſen aber allgemein die Rechnung beyzubringen, wird nicht gut verſtattet ſeyn, weil bey jeder ſolchen Kaſſe, an jedem Orte, andere Beſtimmungen vorkommen würden. Z. B. Wie ſich die Anzahl der verheirateten Paare, gegen die unverheirateten Mitglieder verhält; Was die Sterblichkeitsordnung bey den Bedienten des Landes iſt ꝛc. Ich werde alſo nur zeigen, wie man die Rechnung einrichten könnte.

Der Beytrag bey dieſen Kaſſen wird gewöhnlich in p. c. nach der Größe der Beſoldung angegeben. Tragen nun die verheirateten Paare allein bey; ſo wird offenbar die Größe der Penſion nach (14. u. f.) beſtimmt, da hier der Beytrag und das Alter des Paares beſtimmt iſt. Es könnte alſo hier nicht ohne den Schaden einiger Mitglieder geſchehen, wenn angenommen würde, daß alle Wittwen der Bedienten von eben dem Range, eben dieſelbe Penſion für einerley Beytrag bekommen ſollten.

Sollen aber überhaupt alle Bediente, alſo auch die unverheirateten mit beytragen; ſo weiß die Kaſſe gewiß, was auf immer ihre jährlichen Einnahmen ſeyn werden; wobey aber angenommen werden muß, daß ſehr wenig Bedienungen in dem Staate eingehen, und im ganzen immer eben der Gehalt ausgezahlt wird. Aus den Erfahrungen in dem Staate kann man auch angeben, welches die Verhältniß aller Bedienten, gegen die Verheirateten iſt. Sie ſey g : 1; ſo iſt die Anzahl aller Verheirateten $= \frac{e}{g}$ wenn e die Anzahl aller Bedienten iſt.

Nimmt

Nimmt man nun an, daß mit der Zeit gegen zehn Paare fünf Wittwen ſeyn werden, wie hier füglich geſchehen kann, weil gewiß viele ältliche und alle kranke Ehemänner mit aufgenommen werden; ſo iſt dann die Anzahl aller vorhandenen Wittwen $= \frac{e}{2g}$ welche vom Inſtitute auf immer müſſen verſorget werden.

Hiezu nimmt das Inſtitut jährlich ein h e Rthl. wenn jedes Mitgliedes Beytrag im Durchſchnitte = h iſt;

Folglich wird dann die mittlere Penſion der Wittwe aus den Beyträgen ſeyn = 2 g h Rthl.

Dieſe Anzahl Wittwen iſt aber von 0 bis dahin geſtiegen, und hiezu ſind ohngefehr 40 Jahre erforderlich geweſen, wie aus (36) erhellet; Folglich hat das Inſtitut allmählig ein Capital, von den in jedem Jahre übrig gebliebenen Portionen, geſammlet. Die jährlichen Zinſen hievon mögen ſeyn = z; ſo bekömmt auch jede Wittwe hievon im Durchſchnitte $\frac{2gz}{e}$ noch zur vorigen Penſion; oder es werden jährlich an die Wittwen ausgetheilt (h e + z) Rthl.

55) Um ohngefehr in voraus zu beſtimmen wie groß dieſes z ſeyn wird, kann man ſich ohne merklichen Fehler, wenigſtens ohne daß es der Kaſſe zum Schaden gereiche, gedenken, daß alle Wittwen in den vierzig Jahren in arithmetiſcher ſteigender Progreſſion entſtanden ſind; Die Differenz der Glieder iſt dann $= \frac{e}{2 \cdot 39 \cdot g}$;

Und die Summe aller Portionen die vom Anfange an nicht ausgezahlt ſind

$$= \frac{40 \cdot 10 \cdot e}{39 \cdot g}$$

Folglich die ohngefehre Größe des Capitals $= \frac{40 \cdot 20 \cdot e \cdot h}{39}$;

Es wird aber gewiß größer ſeyn, weil, wenn auch vom Anfange an die Zinſen mit zu der auszutheilenden Summe genommen werden, doch auch hievon immer Portiones vacant bleiben werden, und noch weit mehr, wenn erſt im vierzigſten Jahre, oder wenn die höchſte Wittwenzahl da iſt, die Zinſen mit zur Austheilung genommen werden.

Einen beträchtlichen Zuwachs bekömmt aber immer das Capital, wenn der Landesherr jährlich etwas, oder gleich am Anfange eine Summe dazu herſchießt, und jeder neu antretende Bediente, gleich einen Theil ſeiner Beſoldung, etwa das

 erſte

erſte Quartal, ſtehen laſſen muß. Die Hildesheimiſche Kaſſe genießt dieſe beiden Vortheile.

Sollen aber die Penſionen der Beſoldung proportional ſeyn, die der Mann bey ſeinem Lebzeiten genoſſen hat; ſo wird die Rechnung hiezu leicht durch die Geſellſchaftsregel verrichtet; nach folgendem Satze:

Wie ſich die Summe aller Beſoldungen, die die Ehemänner der Wittwen bekommen haben, zu der ganzen zu vertheilenden Summe verhält; ſo verhält ſich die Beſoldung eines jeden Ehemanns zur Penſion ſeiner Wittwe.

56) Durch dieſes Verfahren iſt freylich die Penſion der Wittwe ziemlich unbeſtimmt; aber ſie ganz zu beſtimmen, iſt faſt unmöglich, weil man doch hier die Capitale der Kaſſe, wegen der gewöhnlich geringen Beyträge der Mitglieder, nicht angreifen darf, und ſo viele Einkünfte der Kaſſe auf ungewiſſen Gründen, und nicht beſtimmten Zeiten beſtehen. Daran wird ſich keiner ſtoſſen, wenn er gewiß iſt, daß die Penſion immer wird vermehrt werden, wie es gewiß geſchehen wird, da das Grundcapital, alſo auch die zu vertheilenden Zinſen immer zunehmen.

Sollte aber für die gleich am Anfange entſtehenden Wittwen, die Penſion, nicht bloß der verhältnißmäßige Theil, der jährlichen Beyträge ſeyn, ſondern es würde auch verlangt, daß ſie mit an den, in der Folge hinzukommenden Zinſen, im voraus theil nehmen ſollten; ſo könnte die Penſion auf folgende Art beſtimmt werden: Es iſt nämlich in (55) angenommen, daß die Wittwen allmählig nach arithmetiſcher Progreſſion vermehrt werden; Man kann ſich dagegen gedenken, daß in den erſten 19 Jahren gar keine, im 20ſten Jahre aber auf einmal alle Wittwen entſtehen.

Folglich hätte man im 20ſten Jahre ein Capital, das mit Zins und Zinſeszinſen nach (Cap. I. 88) wäre $= \frac{\varrho^{20} - 1}{\varrho - 1} \cdot h\,e$.

Die jährlichen Zinſen davon aber ſind $= \frac{\varrho^{20} - 1}{r(\varrho - 1)} h\,e$. Folglich wäre die Wittwenpenſion $= 2\,g\,h + \frac{\varrho^{20} - 1}{(\varrho - 1)\,2\,g\,r} \cdot h\,e^2$ welche man, auch ohne der Kaſſe Schaden, ihnen gleich vom Anfange an bezahlen kann. Nur würde hiebey die Penſion für die folgenden nicht ſo geſchwinde vermehrt werden, wie bey der Einrichtung in (55).

Sollten aber dieſe Vorausbeſtimmungen der Penſion nicht ganz gebilligt werden; ſo könnte man hier die Einrichtung der Berliner Geſellſchaft aus (36) nachahmen.

Ueberhaupt aber müſſen dieſe Geſellſchaften die Beſtätigung der Landesobrigkeit ſo ſehr haben, daß die Beyträge der Mitglieder, gleich von ihren Beſoldungen abgezogen werden.

57) Verſchiedene Schriftſteller über die Wittwengeſellſchaften, haben ihre Sicherheit nur in einem großen Stammcapital geſucht, deſſen Zinſen mit zu den Wittwenpenſionen genommen werden.

Küſter ſetzt ſogar in einer ſeiner Tabellen voraus, daß eine Geſellſchaft von 1000 Mitgliedern gleich am Anfange ein Stammcapital von 70000 Rthl. entweder durch Geſchenke des Fürſten, Legate, oder andere Stiftungen beſitze. Dieſes iſt freylich immer vortheilhaft, und findet auch wohl bey verbindlichen Kaſſen ſtatt; bey freyen darf es aber nicht angenommen werden, weil auch hier Fremde beytreten dürfen, und kein Fürſte für die Wittwen ſeines Nachbaren auf irgend eine Weiſe zu ſorgen bedarf. Bey den freyen Kaſſen müßte alſo dann das Antrittscapital nur aus den Antrittsgeldern, und angelegten Beyträgen, der erſten Jahre entſtehen, alſo offenbar bey einer ausſterbenden, und wegen (7) auch bey den rekrutirenden mit der Zeit angegriffen werden; folglich kann es nicht als eine Grundlage des ganzen Inſtituts ſtehen bleiben. Da nun die obigen Grundſätze der Billigkeit genau gemäß ſind; ſo ſehe ich nicht, wie man zu einem ſolchen Capitale kommen will, wenn man nicht Beyträge, und Antrittsgelder weit mehr erhöhet als es nach (14. u. f.) nöthig iſt, alſo den Beytritt in die Geſellſchaft erſchweret.

Aus den Strafen aus (34) lieſſe ſich allenfals etwas erwarten; Aber wie lange wird es dauren, ehe es zu einer anſehnlichen Summe ſteigt? Und dann darf man auch nicht etwas Ungewiſſes zur Grundlage eines ſichern Inſtituts annehmen. Daß die einmal angelegten Antrittsgelder und Beyträge, ſo lange ſtehen bleiben können, als die Beyträge der Mitglieder zur Penſionirung der Wittwen hinreichen, iſt offenbar; dann bekommen dieſe das Eigenthum an dem Capitale, wenn ſie folgende Mitglieder ſind, alſo nicht mit zu der Zahl derer gehören, welche anfänglich beygetreten ſind. Steigt die Wittwengeſellſchaft, ſo daß immer mehr Mitglieder aufgenommen werden; ſo iſt es gleichfals offenbar, daß das einmal angelegte Capital ſo lange ſteigen kann, als der Mitglieder Beytrag die Summe aller Ausgaben übertrift.

58) Die Verwaltung der Privat- oder durch Landesherrliche Auctorität errichteten Kaſſen, pflegt gewöhnlich gewiſſen Bedienten, die entweder nach gewiſſen periodiſchen Zeiten gewählt werden, oder ein für allemal angeſetzet ſind, anvertrauet zu ſeyn. Offenbar iſt es, daß nur rechtſchaffene der Sachen kundige Leute, und die auch vom Publico dafür gehalten werden, dieſen Aemtern vorſtehen können.

Küſter errichtet aus ihnen ein Collegium, bey dem ein **Direktor, Curator, Adminiſtrator, Syndikus,** zwei **Rechnungsreviſores** und ein oder zwei **Pedellen** ſind. Von ihnen beſorgt der Direktor hauptſächlich die Angelegenheiten der Neuaufzunehmenden; Der Curator die Penſionenkaſſe; der Adminiſtrator die Capitalienkaſſe. Der Syndikus ertheilt als Rechtsgelehrter ſeinen Rath in Rechtsſachen, und führt das Protocoll bey den Seſſionen. Den Reviſoren liegt das revidiren und moniren der Rechnungen des Curators und Adminiſtrators ob.

Dieſes ganze Collegium ſteht unter einem andern herrſchaftlichen, ohne deſſen Bewilligung jenes keine beträchtliche Veränderung vornehmen darf.

Bey kleinen Wittwenkaſſen, dienen die Glieder des Collegii, aus Liebe fürs Inſtitut; wie anfangs bey der Bremer Geſellſchaft. Bey großen aber, wie z. B. die Calenberger iſt, wo die Reviſores und andere Bediente ihre ganze Zeit auf der Geſellſchaft Angelegenheiten verwenden müſſen, wäre es unbillig wenn ſie nicht ein verhältnißmäßiges Gehalt genieſſen ſollten. Dieſes wird von dem Landesherrn beſtimmt, und bey der Geſellſchaft mit unter die nothwendigen Ausgaben gerechnet. Iſt die Geſellſchaft vom Landesherrn garantirt; ſo iſt es billig, daß er bey der Finanzeinrichtung derſelben, eben dieſelbe Anordnung treffen, als wenn er ſie ſelbſt geſtiftet hätte, auch mit den Bedienten derſelben beliebige Aenderungen vornehmen kann.

59) Daß ſtehende Wittwenkaſſen fehlerhaft eingerichtet ſind, erhellet ſchon daraus, wenn 1) der einmal beſtimmte Beytrag auf immer, oder auf einige Zeit erhöhet wird, welches ſich einige Geſellſchaften bey zu entdeckenden Irrungen vorbehalten, wie es bey der Hamburger Wittwenkaſſe geſchahe. Dieſes kann dem Untergange doch nur auf kurze Zeit vorbeugen. Wenn 2) nicht die Penſiones ausbezahlt werden, die den Wittwen vom Anfange an verſprochen waren. Hiedurch wird das Mißtrauen der Rekruten ſo ſehr erwecket, daß ſich ſchwerlich welche finden werden; wie es auch der Bremer Geſellſchaft nach ihren neuerlichen Vorſchlägen bevorſteht.

Entdecken ſich dieſe Fehler gleich in den erſten Jahren des Inſtituts; ſo iſt es leichter ihnen abzuhelfen, weil dann nur erſt wenige Wittwen vorhanden ſind. Vor allen Dingen müſſen dann erſt richtige Rechnungen zu Grunde gelegt, und das vorige Inſtitut aufgehoben werden; doch ſo, daß keine männlichen Mitglieder gleich zum neuen Inſtitute mit übergehen. Sie bekommen ihre Antrittsgelder und Beyträge zurück, und dieſe ganze Summe wird nun als ein Antrittsgeld, bey dem neuen Inſtitute, für eine beſtimmte Penſion angeſehen, woraus der Beytrag für ihr Alter nach (14. u. f.) beſtimmt wird.

Wie wird es aber mit den ſchon vorhandenen Wittwen gehalten? Zu ihrer Verſorgung bleibt nichts übrig, als die Antrittsgelder und Beyträge, ihrer verſtorbenen Ehemänner, und auch derer, die als Wittwer aus der Geſellſchaft getreten ſind; doch nur in ſo fern, als ſie dieſe Summen durch ihre bisher genoſſene Penſion nicht erſchöpfet haben. Dieſes iſt offenbar zu ihrer fernern Penſionirung nicht hinreichend, weil im entgegengeſetzten Falle die Kaſſe nicht fehlerhaft eingerichtet wäre. Soll ihnen nun von dem Gelde, was übrig bleibt, eine ihrem Alter und der verſprochenen Penſion proportionale Leibrente bezahlt werden?

60) Ich denke folgende Verfügung wird der Billigkeit gemäß ſeyn: Das Inſtitut geht zu Grunde, weil die Mitglieder die Beyträge nicht hoch genug bezahlt haben; folglich können die Wittwen auch keine ſo hohe Penſion verlangen. Da aber die Zeiten in welchen die Männer den niedrigen Beytrag gegeben haben, und den hohen hätten bezahlen müſſen, gleich ſind; ſo verhalten ſich hier die Penſionen, bey eben dem Ehepaare, wie die Beyträge. Bekömmt dieſes Paar alſo für den Beytrag b der Rechnung in (14. u. f.) noch die Penſion p; der Mann hat aber nur β beygetragen; ſo muß ſeine Wittwe nur $\frac{\beta p}{b} = \pi$ bekommen.

Geſetzt aber die Wittwe habe ſchon ν Jahre hindurch die Penſion p bekommen, weil man nicht früher von dem Unbeſtande der Kaſſe iſt überzeugt geweſen; ſo iſt offenbar, daß ſie in jedem Jahre $(p - \pi)$ zu viel bekommen hat: ſie iſt alſo der Kaſſe eine Jahrrente von $(p - \pi)$ auf ν verfloſſene Jahre ſchuldig; Ihr Werth iſt bey der Reformation $= \frac{\varrho^{\nu} - 1}{\varrho - 1}(p - \pi)$ (Cap. I. 88.)

Aber bey der Reformation iſt der Werth der Penſion π, welche ſie eigentlich hätte erhalten müſſen, gleich dem Werthe einer nach (Cap. IIII. 17.) zu beſtimmenden Leibrente π, für einen q jährigen, wenn dann die Wittwe q Jahre alt iſt. Dieſer Werth ſey $= Q$; ſo iſt $Q - \frac{\varrho^{\nu} - 1}{\varrho - 1}(p - \pi) =$ dem jezigen Werthe der Leibrente P, die ſie ohne der Kaſſe Schaden, bis an ihr Ende bekommen kann.

Iſt $\frac{\varrho^{\nu} - 1}{\varrho - 1}(p - \pi) > Q$; ſo iſt offenbar, daß ſie nichts mehr bekommen wird, ſondern jährlich bis an ihren Tod dem Inſtitute P, oder jezt auf einmal $\frac{\varrho^{\nu} - 1}{\varrho - 1}(p - \pi) - Q$ wird heraus geben müſſen. So ſtrenge muß die Gerechtigkeit urtheilen, aber das Herz muß für die Wittwen ſprechen.

61) Haben

61) Haben aber einige Wittwen die π hätten bekommen müſſen, p bekommen, und ſind vor der Reformation geſtorben; ſo entſteht hiedurch in der Kaſſe ein neuer Defekt, oder ein unwiederbringlicher Verluſt, den die Entrepreneurs, oder darnach die Geſellſchaft eingerichtet iſt, die abtretenden Mitglieder erſetzen müſſen.

Daß die Wittwen, wenn ſie p erhalten wollten, ſtatt π das ſie erhalten müſſen, ſo viel mal b — β mit Zins und Zinſeszinſen nachſchieſſen könnten, als der Ehemann Jahre hindurch beygetragen hat, läßt ſich nicht gedenken. Denn von ihnen iſt es **gewiß**, daß ſie die Penſion erhalten werden, da es bey des Ehemannes Lebezeiten nur **wahrſcheinlich** war. Wollten ſie indeſſen p erhalten; ſo müſſen ſie ſo viel nachſchieſſen, als für ihr Alter eine Leibrente p — π werth iſt.

Wollten aber die bey der Reformation vorhandenen Mitglieder ſich anheiſchig machen, durch einen jährlichen Beytrag ſo viel zuſammen zubringen, als zur Beſtreitung, der den vorhandenen Wittwen zuerkannten Penſionen, erfordert wird; ſo kann man ihnen den ganzen Fond überlaſſen, wodurch offenbar ihre zukünftigen Beyträge ſehr werden vermindert werden.

Iſt aber die Kaſſe garantirt; ſo muß der, der es gethan hat, auch die ihnen gleich anfänglich verſprochene Penſion p, bis an ihren Tod bezahlen. Oder gäbe es für ihn eine reſciſſionem ob laeſionem enormem?

62) Bey Wittwenkaſſen vorfallende Fehler können zweierley ſeyn; erſtlich ſolche, die den Untergang der Geſellſchaft unmittelbar nach ſich ziehen müſſen, und ſolche, die nur verhindern, daß ſie zu keinem Flore gelangen kann.

Zu den erſten gehören hauptſächlich folgende: 1) Daß keine genaue Rechnung, ſondern nur ein ohngefehrer Ueberſchlag zum Grunde gelegt iſt; welcher Fehler, bey der verſchiedenen Mortalität der alten und jungen Paare, leicht den ganzen Umſturz hervorbringen kann. 2) Unrichtige Annahmen in den Mortalitätsordnungen, oder aus richtigen Annahmen unrichtige Berechnungen, wegen Mangel der Geſchicklichkeit. 3) Voraus angenommene falſche Grundſätze, welche keine richtige Rechnung verſchaffen. Zu dieſen glaube ich den Grundſatz der Calenberger Kaſſe rechnen zu können, in dem ſie feſtſetzt, daß ſich bey der höchſten Wittwenanzahl die Wittwen zu den Ehepaaren verhalten ſollen, wie 1:4; folglich, daß dann im Durchſchnitte vier Mitglieder eine Wittwe ernähren ſollten. 4) Bevortheilungen einiger Mitglieder zum Schaden der andern; wie z. B. bey der Calenberger Kaſſe, es aus dem Grundſatze: daß alle Mitglieder bey jedem Zahlungstermine, ſo viel durch Simpla aufbringen ſollen, als zur Zahlung der Penſionen dieſes Termins erfordert wird, nothwendiger Weiſe folgt, daß die erſten Mitglieder weit weniger beytrugen, als es die folgenden thun mußten, und noch thun werden.

Verbindliche Wittwenkaſſen ſind dieſem Fehler auch häufig unterworfen, indem ſie den zuerſt entſtandenen Wittwen eine höhere Penſion geben, als ihnen in der Folge kann zugeſtanden werden. So war dieſes eine Urſache des Verfalls der Hildesheimiſchen und verſchiedener anderer Geſellſchaften.

Die obige Verhältniß der Wittwen zu den Ehepaaren iſt die, welche im gemeinen Leben ſtatt findet. Bey Wittwenkaſſen muß man aber bedenken: daß die mehrſten Wittwen der Handwerker ſich wieder verheiraten, in dem ſie ihr Handwerk von ihrem erſten Mann erben. Daß hingegen die Wittwen der Landesbedienten, oder anderer die in öffentlichen Aemtern ſtehen, nicht ſo leicht wieder Männer als jene finden, weil ſie ihnen keine Verſorgung verſchaffen können. Ferner, daß hauptſächlich nur dieſe leztern in die Geſellſchaft treten; folglich daß bey Wittwenkaſſen verhältnißmäßig mehr Wittwen als im gemeinen Leben vorkommen müſſen, welches noch dadurch beſtätiget wird, daß in den mehrſten Ehepaaren von der Claſſe der Handwerker und den untern Claſſen, beynahe Mann und Frau von gleichem Alter ſind, welches bey den andern nicht zutrift.

Zwar behauptet die Geſellſchaft aus ihren Erfahrungen, daß ſie ſich bis jezt im gehörigen Grade in der Verhältniß befinden. Bey ſorgfältigen Rechnungen wie **Kritter** ſie zu führen gewohnt iſt, wird man vom Gegentheile überzeugt werden. Dabey kann man im allgemeinen zugeſtehen, daß ihre Vorausſetzung, in Betrachtung aller Ehepaare gegen die jezt vorhandenen Wittwen, wahr ſey, und ſich eben ſo verhalten werde, wenn die Kaſſe 36 bis 40 Jahr, als wo in einer geſchloſſenen Geſellſchaft die höchſte Wittwenzahl eintritt, beſtanden iſt; doch nur in der Vorausſetzung, daß in Zukunft die Rekruten, die Anzahl der jedesmal entſtandenen Wittwen ſo übertreffen wird, wie es bisher geſchehen iſt. Wenn aber beide erſt einige Jahre gleich geweſen ſind, wie es doch einmal geſchehen kann, dann wird ſie ſich im ganzen auch wie eine geſchloſſene Geſellſchaft verhalten.

Ferner führt ſie zur Beſtätigung ihrer Angabe die Südholländiſche Predigergeſellſchaft an, die ſeit 1638. aus 360 Mitgliedern beſteht, und bey der ohngefehr die obige Verhältniß eingetroffen iſt. Aber hiebey muß man erwägen, daß dieſes eine verbindliche Geſellſchaft iſt, wo alſo unverheiratete Mitglieder ſind, und Wittwer fortfahren es zu ſeyn. Folglich kann man die Verhältniß der Wittwen zu den verheirateten Mitgliedern nicht angeben. Denn obgleich van der Hey Wedderlegingen p. 63. ſagt, daß im Durchſchnitte 25 Mitglieder in der Geſellſchaft unverheiratet geweſen wären; ſo iſt dieſes nur von Hageſtolzen zu verſtehen, alſo nicht von jungen Predigern und Wittwern.

Ferner kann man auch aus dem Beſtehen dieſer Geſellſchaft, nicht auf das, von irgend einer andern ſchlieſſen, auch aus ihren aufgezeigten Erfahrungen keine

allge-

allgemeine Ordnung herleiten, weil bey ihr Wittwen, die ein gewiſſes eigenthümliches Vermögen haben, gar keine Penſion bekommen, auch nicht mit in den Liſten aufgezeichnet werden. Und ihre Anzahl mag, in Betracht der kleinen Geſellſchaft, bey den reichen Holländern, nicht unbeträchtlich ſeyn.

Liſten von dieſer Geſellſchaft findet man beym Struyk, Kerſeboom, Süßmilch *III.* Th. und in dem Anhange zu den Verordnungen der Calenberger Wittwengeſellſchaft, p. 41. f.

63) Fehler von der zweiten Gattung ſind: 1) Mangel der landesherrlichen Genehmigung; 2) Zu groß angeſetzte Penſionen, ſo daß Leute niedrigen Standes ſich nicht einkaufen können. Hierin iſt die Einrichtung der Calenberger Geſellſchaft ſehr gut; jede Penſion beträgt bey ihr nur 10 Rthl. von dieſen aber kann ſich ein jedes Mitglied eine gewiſſe Anzahl erkaufen. 3) Wenn die Adminiſtration der Capitalien, Leuten aufgetragen iſt, deren Geſchicklichkeit nicht allgemein genug bekannt war. 4) Daß das Inſtitut nicht genug bekannt geworden iſt, entweder weil es an kleinen Orten errichtet, oder weil ſeine Grundſätze nicht bekannt gemacht wurden.

Dieſer letzte Fall bringt oft Mißtrauen hervor. Dieſes muß ganz vermieden werden, ſo wohl wegen der erſten Einrichtung, als auch wegen des Beſtandes in der Folge. Daher iſt die Einrichtung nachzuahmen, wo alle Jahre eine Nachricht von dem Beſtande der Kaſſe gedruckt, und ausgegeben wird.

Käſtner ſchlägt vor, daß alle 5 Jahre bey der Adminiſtration eine Bilance gemacht, und der Zuſtand der Kaſſe, nach der angenommenen Theorie in voraus berechnet werden ſoll. Stimmen beide überein; ſo iſt dieſes ein untrüglicher Beweiß für die Richtigkeit der Theorie und der zum Grunde gelegten Mortalitätstabellen. Stimmen ſie aber nicht überein, welches nur von den Mortalitätstabellen herrühren kann; ſo giebt dieſes Gelegenheit dem Uebel frühzeitig abzuhelfen. Für dieſe Fälle, muß ſich die Kaſſe das Recht eines Nachſchuſſes, der nicht ſehr groß ſeyn wird, vorbehalten.

Damit keiner von dieſem Anſcheine eines Verbeſſern, vom Beytritte abgehalten werde; ſo berechne man die Kaſſe für das Antrittsgeld A; ſetze aber in den gedruckten Statuten, daß es $A + \alpha$ ſeyn muß, welches α die Kaſſe erſt nach 5 Jahren bekömmt, und wenn ſie ſich dazu im Stande findet, die Auszahlung deſſelben 5 Jahre ferner verſchieben, oder ganz remittiren kann.

64) Zur genauen Prüfung iſt erforderlich, daß man alle Grundſätze der Geſellſchaft unterſuchet, ob ſie mit den hier gegeben übereinſtimmen, oder ſich wenigſtens mit ihnen verbinden laſſen. Kleine Aenderungen z. B. in den Strafen; Penſionen der ſich wieder verheiratenden Wittwen; ausgeſchloſſenen Perſonen ꝛc. haben auf den Beſtand der Geſellſchaft keinen wichtigen Einfluß. Da

ferner alles auf richtige Berechnungen ankömmt; ſo muß man auch dieſe genau durchgehen; und der Landesherr, der eine ſolche Geſellſchaft garantiren will, muß zu ſeiner eigenen Sicherheit, die Unterſuchung von einer angeſetzten Commiſſion, einſichtsvoller des Gegenſtandes kundiger Männer, vorher unternehmen laſſen.

Zur ungefähren Prüfung aber, ob das Antrittsgeld oder die Beyträge nicht zu hoch oder zu niedrig beſtimmt ſind, folglich ob jemand der beytreten will, nicht zu befürchten hat, daß er zuviel bezahle, oder daß die Geſellſchaft zu Grunde gehe, wird wohl hinreichend ſeyn, daß er nur die Rechnung für ſein und ſeiner Frauen Alter führt.

Um aber allgemein von dem Beſtande einer ſolchen Geſellſchaft zu urtheilen; ſo iſt es hinreichend, daß man allen Mitgliedern daſſelbe Alter im Durchſchnitte beylegt, nämlich ſo, daß der Männer Alter, welches beym Eintritte gewöhnlich zwiſchen 25 und 60 Jahr fällt, auf 43 Jahr; und da die Ehefrauen im Durchſchnitte 8 Jahre jünger als die Männer ſind, ihr Alter auf 35 Jahr ſetze, und ſo die Rechnung nach (9. u. f.) führe.

Weiß man die Summe aller auszutheilenden Penſionen, ferner die Summe welche alle Mitglieder durch Antrittsgelder und jährliche Beyträge aufbringen müſſen, wie man ſolches aus den publicirten Nachrichten der Geſellſchaften erſehen kann, und ſtimmen dieſe mit den durch die Rechnung gefundenen überein; ſo iſt offenbar, daß die Geſellſchaft beſtehen wird.

In Kritters Schriften findet man verſchiedene Beyſpiele ſolcher Beurtheilungen.

Wayſenkaſſen.

65) Sieht man auf die Abſicht warum Ehemänner in Wittwengeſellſchaften treten; ſo iſt es neben der, für ihre Wittwe zu ſorgen, auch der Wunſch, nach ihrem Tode ihren noch unerzogenen Kindern, einigen Unterhalt zu verſchaffen, damit dieſe gut erzogen, und hiedurch nützliche Bürger des Staats werden. Wie ſehr verdient dieſe redliche Abſicht die größte Unterſtützung? Aber wie oft wird ſie auch durch den frühen Tod der Wittwe vereitelt?

Um ſie in etwas zu erfüllen, haben Wittwengeſellſchaften die Einrichtung getroffen, daß die Kinder, wenn ſie noch nicht ein gewiſſes Alter, welches man das Zieljahr zu nennen pflegt, erreicht haben, bey eintretendem Todesfalle ihrer Mutter, in ihre ganze, oder in einen Theil ihrer Penſion treten. So bekommen bey der Bremer Wittwenkaſſe die Wayſen, wenn der Vater 20 Jahre beygetragen hat, die **ganze**, hat er 10 Jahre beygetragen, die **halbe**, nach 5 jährigen Beytrage aber nur ein **Viertheil** der Penſion.

Iſt aber bey der Beſtimmung des Beytrages zur Wittwenpenſion nicht darauf geſehen, daß er für die vorfallenden Wayſen erhöhet werden mußte; ſo fallen dieſe Ausgaben der Kaſſe beſchwerlich, und können ſogar viel zu ihrem Untergange mit beytragen. Soll aber die Kaſſe vor dieſe Ausgaben nicht ſtehen, ſondern ſollen alle Wittwen dazu etwas hergeben, wie **Kritter** der Bremer Geſellſchaft vorſchlägt, daß ſie hiezu den Wittwen $\frac{1}{10}$ der Penſion abziehen ſollen; ſo iſt dieſes für die Wittwen unbillig, weil verſchiedene von ihnen gar keine Kinder haben können, und doch der andern Kinder ernähren müſſen.

Wenn alſo alles nach der Billigkeit geſchehen ſoll; ſo muß zur Verſorgung der Wayſen ein beſonders Inſtitut errichtet werden. Es braucht mit den Wittwenkaſſen in keiner Verbindung zn ſtehen, aber wegen der Unkoſten iſt es rathſam es damit zu verbinden, weil dieſe dadurch ſehr vermindert werden, ja ganz wegfallen können, wenn man die Verwaltung dieſes Inſtituts, den Verwaltern der Wittwenkaſſe aufträgt.

66) Dieſe **Wayſenkaſſen**, können alſo entweder erſt nach des Vaters und der Mutter Tode, oder gleich nach des Vaters Tode, den Kindern eine Penſion auszahlen. Dieſes letztere findet bey der reformirten Magdeburgiſchen Prediger Geſellſchaft ſtatt.

Aber bey beiden Einrichtungen, muß der Vater für jedes Kind beſonders die Rente kaufen, und auch jedem Kinde wird bis an ſein Zieljahr, eben ſo die Penſion beſonders ausgezahlt, wie in (37) bey den Wittwen. Hier iſt alſo offenbar, daß auch der Unterſchied der verſchiedenen Alter, in Betracht gezogen, folglich nach (2) atteſtirt werden muß.

Vorhin muß aber auch das Zieljahr, oder das Jahr des Alters des Kindes in welchem es die letzte Penſion bekommen ſoll, beſtimmt ſeyn. Hiebey muß billig der verſchiedene Stand der Eltern, und die wahrſcheinliche Beſtimmung der Kinder, in Betracht gezogen werden. Sind die Eltern Handwerker, deren Kinder gewöhnlich auch die Profeßion ergreifen; ſo haben ſie ſie mehrentheils im 20ſten Jahre erlernt, und können ſich ſelbſt Brod erwerben. Solche hingegen die ihres Standes halber dem Studien oder obern Militairdienſten gewidmet ſind, ſind ſelten vor Verlauf des 25ſten Jahrs ſo weit gekommen, daß ſie ſich auf anſtändige Art ernähren können. Folglich iſt jener Zieljahr das 20ſte, dieſer ihres aber das 25te Jahr. Bey dem weiblichen Geſchlechte muß eben der Unterſchied gemacht werden. Die zum Dienſte beſtimmt ſind, können ihn im 18ten Jahre anfangen; die von angeſehenern Stande aber, ſich am Ende des 22ſten Jahrs, wenn ſie nicht verheiratet ſind, mit Hände Arbeit ihren Unterhalt verſchaffen.

67) Nun

67) Nun ſey der Vater alt m; die Mutter n; das Kind l Jahre; das Zieljahr ſey das tte des Alters; das Antrittscapital, der Beytrag, die Penſion und die nothwendigen Ausgaben der Kaſſe wie in (9).

Das Kind ſoll die Rente genieſſen, ſo bald der Vater und die Mutter geſtorben ſind; der Vater bezahlt aber allein den Beytrag wenn er lebt, bis ins tte Jahr des Kindes; die Mütter bezahlt niemals etwas. Stirbt das Kind vor dem Vater oder der Mutter; ſo fällt alles Recht auf die Penſion, an die Kaſſe. Sie bekömmt alſo jährlich b bis ans Zieljahr, ſo lange Vater und Kind noch zuſammen leben.

Die Wahrſcheinlichkeit hiezu fürs erſte Jahr iſt $= \frac{[m+1]\,[l+1]}{[m]\,[l]}$

fürs zweite Jahr $= \frac{[m+2]\,[l+2]}{[m]\,[l]}$

fürs (t — l)te Jahr $= \frac{[m+t-l]\,[t]}{[m]\,[l]}$

Folglich iſt der jezige Werth aller Einnahmen der Kaſſe nach (Cap. I. 36. und Cap. II. 16) =

$$A + \frac{b}{[m]\,[l]} \left(\frac{[m+1]\,[l+1]}{\varrho} + \frac{[m+2]\,[l+2]}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[m+t-l]\,[t]}{\varrho^{t-l}} \right)$$

$= A + b\,K$ wenn man die Reihe $= K$ ſetzt.

68) Aber die Kaſſe bezahlt alle Jahre a aus, ſo lange das Kind lebt, bis ans Zieljahr; und auch jährlich die Penſion p, wenn der Vater und die Mutter tod ſind.

Die Wahrſcheinlichkeit, daß die erſte Begebenheit geſchehe, iſt

fürs erſte Jahr $= \frac{[l+1]}{[l]}$

fürs zweite Jahr $= \frac{[l+2]}{[l]}$

fürs (t — l)te Jahr $= \frac{[t]}{[l]}$

Und die Wahrſcheinlichkeit, daß die zweite Begebenheit geſchehe, iſt

fürs erſte Jahr $= \left(1 - \frac{[m+1]}{[m]}\right) \left(1 - \frac{[n+1]}{[n]}\right) \cdot \frac{[l+1]}{[l]}$

fürs

$$\text{fürs zweite Jahr} = \left(1 - \frac{[m+2]}{[m]}\right)\left(1 - \frac{[n+2]}{[n]}\right) \cdot \frac{[l+2]}{[l]}$$

$$\text{fürs (t—l)te Jahr} = \left(1 - \frac{[m+t-l]}{[m]}\right)\left(1 - \frac{[n+t-l]}{[n]}\right) \cdot \frac{[t]}{[l]}$$

69) Entwickelt man die Werthe der Wahrſcheinlichkeit zu dieſer letzten Begebenheit; ſo findet man daß ſie iſt

$$\text{fürs erſte Jahr} = \frac{[l+1]}{[l]} - \frac{[l+1][n+1]}{[l][n]} - \frac{[l+1][m+1]}{[l][m]} + \frac{[m+1][n+1][l+1]}{[m][n][l]}$$

$$\text{fürs (t-l)te Jahr} = \frac{[t]}{[l]} - \frac{[t][n+t-l]}{[l][n]} - \frac{[t][m+t-l]}{[l][m]} + \frac{[m+t-l][n+t-l][t]}{[m][n][l]}$$

Alſo iſt der jezige Werth aller Ausgaben für die Kaſſe

$$= \frac{a+p}{[l]}\left(\frac{[l+1]}{\varrho} + \frac{[l+2]}{\varrho^2} + \cdots\cdots + \frac{[t]}{\varrho^{t-1}}\right)$$
$$- \frac{p}{[l][n]}\left(\frac{[l+1][n+1]}{\varrho} + \frac{[l+2][n+2]}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[t][n+t-l]}{\varrho^{t-1}}\right)$$
$$- \frac{p}{[l][m]}\left(\frac{[l+1][m+1]}{\varrho} + \frac{[l+2][m+2]}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[t][m+t-l]}{\varrho^{t-1}}\right)$$
$$+ \frac{p}{[m][n][l]}\left(\frac{[m+1][n+1][l+1]}{\varrho} + \frac{[m+2][n+2][l+2]}{\varrho^2} + \cdots\right.$$
$$\left. + \frac{[m+t-l][n+t-l][t]}{\varrho^{t-1}}\right) = (a+p)\,G - p\cdot H - p\cdot K + p\cdot I.$$

wenn man die erſte Reihe $= G$; die zweite $= H$; die vierte $= I$ ſezt; die dritte iſt der in (67) gleich.

70) Aber Einnahme und Ausgabe ſollen gleich ſeyn. Alſo iſt aus (67)

$$A + b\,K = (a+p)\,G + p\,(I - H - K)$$

$$\text{Daraus wird } b = \frac{(a+p)\,G + p\,(I - H - K) - A}{K}$$

und für $a = A = 0$;

$$b = \frac{p\,(G + I - H - K)}{K}$$

71) Die

71) Die Reihe G iſt offenbar gleich einem Theile einer Leibrente 1, für einen l jährigen; ſetzet man ſie weiter fort, ſo ſind die fehlenden Glieder

$$\frac{[t+1]}{[l]\cdot\varrho^{t-l+1}}+\frac{[t+2]}{[l]\cdot\varrho^{t-l+2}}+\cdots+\frac{[t+x]}{[l]\cdot\varrho^{t-l+x}}$$

Aber der jezige Werth einer Leibrente für einen t jährigen iſt =

$$\frac{[t+1]}{[t]\cdot\varrho}+\frac{[t+2]}{[t]\cdot\varrho^2}+\cdots+\frac{[t+x]}{[t]\cdot\varrho^x}=\tau$$

Multiplicirt man dieſe mit $\frac{[t]}{\varrho^{t-l}\cdot[l]}$; ſo kömmt die vorige Reihe heraus. Iſt alſo λ der Werth einer Leibrente für einen l jährigen, ſo iſt

$$G=\lambda-\frac{[t]\cdot\tau}{[l]\cdot\varrho^{t-l}}$$

Wenn man eben ſo mit den andern Reihen verfährt; ſo wird

$$K=\overline{\lambda\mu}-\frac{[t]\cdot[m+t-l]}{\varrho^{t-l}\cdot[l][m]}\cdot\overline{\tau\delta}$$

wo $[m+t-l]=d$ geſetzt worden.

$$H=\overline{\lambda\nu}-\frac{[t]\cdot[n+t-l]}{\varrho^{t-l}\cdot[l][m]}\cdot\overline{\tau\varepsilon}$$

wo $[n+t-l]=e$ geſetzet iſt.

$$I=\overline{\lambda\mu\nu}-\frac{[t]\cdot[m+t-l]\cdot[n+t-l]}{\varrho^{t-l}\cdot[l][m][n]}\cdot\overline{\tau\delta\varepsilon}$$

wo die Bedeutungen $\overline{\lambda\mu\nu}$; $\overline{\tau\delta\varepsilon}$ und der ähnlichen Größen nach (Cap. III.) müſſen verſtanden werden.

72) Setzt man dieſe Werthe der Faktoren in (70); ſo erhält man endlich

$$b=\left((a+p)\left(\lambda-\frac{[t]\cdot\tau}{[l]\cdot\varrho^{t-l}}\right)-A+p\left(\overline{\lambda\mu\nu}-\overline{\lambda\nu}-\overline{\lambda\mu}+\frac{[t]}{\varrho^{t-l}\cdot[l]}\left(\frac{[m+t-l]}{[m]}\cdot\overline{\tau\delta}+\frac{[n+t-l]}{[n]}\cdot\overline{\tau\varepsilon}-\frac{[m+t-l][n+t-l]}{[m][n]}\cdot\overline{\tau\delta\varepsilon}\right)\right)\right):\left(\overline{\lambda\mu}-\frac{[t][m+t-l]}{\varrho^{t-l}\cdot[l][m]}\right)$$

Eine

Eine Formel die ihrer Weitläuftigkeit ohngeachtet, doch ziemlich leicht iſt, weil man in ihr die Größen λ; τ; $\lambda\nu$ ꝛc. aus den Tabellen nehmen kann, die nach (Cap. IIII.) können berechnet werden.

73) Soll aber das Kind die Rente gleich ziehen, ſo bald der Vater ſtirbt, die Mutter mag tod ſeyn oder leben; ſo iſt bey eben den Bedingungen wie in (67) in der Formel für die Einnahme der Kaſſe, keine Aenderung zu machen, weil A und b jede Größe haben können. Aber in (68) zahlt die Kaſſe dann p aus, wenn der Vater tod iſt; die Mutter kömmt in keinen Betracht; folglich werden auch in (69) alle Glieder = 0; wo das Leben der Mutter in eine Verbindung gekommen iſt. Man bekömmt alſo hier bey eben der Bedeutung der Zeichen wie in (69)

$$b = \frac{(a+p)\,G - p\,K - A}{K} \text{ oder } b =$$

$$\left((a+p)\left(\lambda - \frac{[t]\cdot\tau}{[l]\cdot\varrho^{t-1}}\right) - A - p\left(\overline{\lambda\mu} - \frac{[t]\cdot[m+t-l]\cdot\overline{\tau\delta}}{[l]\,[m]\,\varrho^{t-1}}\right)\right) : \left(\overline{\lambda\mu} - \frac{[t]\cdot[m+t-l]}{\varrho^{t-1}\,[l]\,[m]}\cdot\overline{\tau\delta}\right)$$

74) Exemp. zu (67). Da in (Cap. IIII.) obige Tabellen nicht berechnet ſind; ſo muß hier nach (70) gerechnet werden.

Es ſey alſo der Vater alt 60 Jahre, die Mutter 50 Jahre, das Kind 16 Jahre. Zum Zieljahre wird das 25ſte Jahr des Alters angenommen; das Antrittsgeld = 0; die Penſion = 10 Rthl. ſo iſt:

$$\frac{1}{\varrho}\cdot[l+1] = 0{,}476769999$$

$$\frac{1}{\varrho^2}\cdot[l+2] = 0{,}4506123$$

$$\frac{1}{\varrho^3}\cdot[l+3] = 0{,}42569988$$

$$\frac{1}{\varrho^4}\cdot[l+4] = 0{,}401972455$$

$$\frac{1}{\varrho^5}\cdot[l+5] = 0{,}379383454$$

$$\frac{1}{\varrho^6}\cdot[l+6] = 0{,}35781025$$

$\frac{1}{\varrho^7}$

$$\frac{1}{\varrho^7} \cdot [l+7] = 0{,}337218387$$

$$\frac{1}{\varrho^8} \cdot [l+8] = 0{,}317573$$

$$\frac{1}{\varrho^9} \cdot [l+9] = 0{,}298905133$$

$$S = 3{,}445944778$$

$$\log. S = 0{,}5373083$$
$$\log. [l] = 0{,}7026890 - 1$$

$$\log. G = 0{,}8346193$$

giebt $G = 6{,}833123$

Ferner iſt:

$$\frac{1}{\varrho} \cdot [l+1]\,[n+1] = 0{,}1458891$$

$$\frac{1}{\varrho^2} \cdot [l+2]\,[n+2] = 0{,}134237406$$

$$\frac{1}{\varrho^3} \cdot [l+3]\,[n+3] = 0{,}123323833$$

$$\frac{1}{\varrho^4} \cdot [l+4]\,[n+4] = 0{,}113155267$$

$$\frac{1}{\varrho^5} \cdot [l+5]\,[n+5] = 0{,}103609571$$

$$\frac{1}{\varrho^6} \cdot [l+6]\,[n+6] = 0{,}09467442$$

$$\frac{1}{\varrho^7} \cdot [l+7]\,[n+7] = 0{,}08636162$$

$$\frac{1}{\varrho^8} \cdot [l+8]\,[n+8] = 0{,}078599316$$

$$\frac{1}{\varrho^9} \cdot [l+9]\,[n+9] = 0{,}07137855$$

$$S' = 0{,}951229083$$

$$\log.\ S' = 0{,}9783307 - 1$$
$$\log.\ [l]\,[n] = 0{,}1996186 - 1$$
$$\log.\ H = 0{,}7787121$$
giebt $H = 6{,}007754$

Und auch

$$\frac{1}{\varrho} \cdot [l+1]\,[m+1] = 0{,}09282554$$
$$\frac{1}{\varrho^2} \cdot [l+2]\,[m+2] = 0{,}08331822$$
$$\frac{1}{\varrho^3} \cdot [l+3]\,[m+3] = 0{,}0744122$$
$$\frac{1}{\varrho^4} \cdot [l+4]\,[m+4] = 0{,}0659637$$
$$\frac{1}{\varrho^5} \cdot [l+5]\,[m+5] = 0{,}0580836$$
$$\frac{1}{\varrho^6} \cdot [l+6]\,[m+6] = 0{,}0509164$$
$$\frac{1}{\varrho^7} \cdot [l+7]\,[m+7] = 0{,}04447909$$
$$\frac{1}{\varrho^8} \cdot [l+8]\,[m+8] = 0{,}038559745$$
$$\frac{1}{\varrho^9} \cdot [l+9]\,[m+9] = 0{,}033447485$$
$$S'' = 0{,}54200598$$

$$\log.\ S'' = 0{,}7340799 - 1$$
$$\log.\ [l]\,[m] = 0{,}0127447 - 1$$
$$\log.\ K = 0{,}7213352$$
giebt $K = 5{,}264233$

Endlich iſt:

$$\frac{1}{\varrho} \cdot [l+1]\,[n+1]\,[m+1] = 0{,}028404613$$
$$\frac{1}{\varrho^2} \cdot [l+2]\,[m+2]\,[n+2] = 0{,}024820499$$

$$\frac{1}{\varrho^3} \cdot [l+3]\,[m+3]\,[n+3] = 0{,}021557715$$

$$\frac{1}{\varrho^4} \cdot [l+4]\,[m+4]\,[n+4] = 0{,}018568787$$

$$\frac{1}{\varrho^5} \cdot [l+5]\,[m+5]\,[n+5] = 0{,}015862633$$

$$\frac{1}{\varrho^6} \cdot [l+6]\,[m+6]\,[n+6] = 0{,}0134724699$$

$$\frac{1}{\varrho^7} \cdot [l+7]\,[m+7]\,[n+7] = 0{,}0113910997$$

$$\frac{1}{\varrho^8} \cdot [l+8]\,[m+8]\,[n+8] = 0{,}009565536$$

$$\frac{1}{\varrho^9} \cdot [l+9]\,[m+9]\,[n+9] = 0{,}007987278$$

$$S''' = 0{,}1516306306$$

$$\log.\ S''' = 0{,}1807869 - 1$$

$$\log.\ [l]\,[m]\,[n] = 0{,}5096743 - 2$$

$$\log.\ I = 0{,}6711126$$

$$\text{giebt } I = 4{,}68935$$

Alſo aus (70)

$$b = \frac{10\,(6{,}833123 + 4{,}68935 - 6{,}007754 - 5{,}264233)}{5{,}264233}$$

$$= \frac{2{,}50486}{5{,}264233} = 0{,}47582 \text{ Rthl.}$$

Sollen aber gar keine Beyträge bezahlt, ſondern die Rente ein für allemal erkauft werden; ſo iſt

$$A = 10\,(6{,}833123 + 4{,}68935 - 6{,}007754 - 5{,}264233) = 2{,}50486 \text{ Rthl.}$$

Woraus erhellet, daß auch hier das Antrittsgeld nicht höher, als das eben gefundene A, ſeyn darf. Iſt es höher; ſo wird der Beytrag negativ; das heißt, die Kaſſe muß dem Kinde bis an beider Eltern Tod, jährlich ſo viel als dann b beträgt, heraus geben.

75) **Exemp. zu (73).** Es bleiben die Perſonen die in (74) vorkamen, mit eben den Bedingungen; ſo iſt

b =

$$\mathfrak{b} = \frac{10\,(6{,}833123 - 5{,}264233)}{5{,}264233} = 2{,}98028 \text{ Rthl.}$$

Sollte kein Beytrag bezahlt, ſondern die Penſion gleich auf einmal erkauft werden; ſo iſt

$$A = 10\,(6{,}833123 - 5{,}264233) = 15{,}6889 \text{ Rthl.}$$

Sollten hier aber 10 Rthl. zum Antrittsgelde bezahlt werden; ſo iſt

$$\mathfrak{b} = \frac{10\,(6{,}833123 - 5{,}264233) - 10}{5{,}264233} = 1{,}08067 \text{ Rthl.}$$

76) Soll (67) ſtatt finden; ſo kann man wohl annehmen, daß dann der Ehemann ſeiner Frau eine höhere Wittwenrente erkauft hat, als wenn (73) angenommen wird.

Wie man aber auf eine andere Art die Beyträge beſtimmen will, ſehe ich nicht ein. Küſter giebt zwar folgende allgemeine Regel: Der Mann gebe $\frac{1}{6}$ des gewöhnlichen Beytrags zur Wittwenkaſſe jährlich mehr, wenn er die Penſion nach dem Tode ſeiner Wittwe auch auf die Kinder, bis zum Majorennitätsjahre des jüngſten Kindes, will continuiren laſſen. Woher nimmt er aber dieſe Beſtimmung? Sie ſetzt offenbar eine Unbilligkeit voraus, indem der Vater von jüngern Kindern nicht mehr beyträgt als der von ältern Kindern. Zudem verbindet dieſe Beſtimmung dieſes Inſtitut genau mit der Wittwenkaſſe, ſo daß es ſcheint, ein Wittwer könne nicht für ſeine Kinder einſetzen.

Die Wayſenkaſſe genießt eben die Vorrechte als die Wittwenkaſſe, und muß mit eben der Sorgfalt angelegt und verwaltet werden. Die Penſionen ſind ſo, wie die Renten in der Calenberger Wittwenkaſſe, alle auf 10 Rthl. feſtzuſetzen, ſo aber, daß für ein Kind eine gewiſſe Anzahl kann erkauft werden; Doch mit dem Unterſchiede, daß die höchſte Summe für Handwerker und Leute vom Stande, und ein Unterſchied zwiſchen beiden Geſchlechtern, ſo wie der in den Zieljahren, beſtimmt ſeyn muß.

Von der Geſellſchaft müſſen eben die ausgeſchloſſen werden, die es bey den Wittwenkaſſen ſind. Oder will man dieſes wohlthätige Inſtitut, auch auf kranke Väter, Seefahrer ꝛc. ausdehnen; ſo iſt es in dieſem Falle billig, daß ſie ein größers Antrittsgeld und größere Beyträge bezahlen, als die mit ihnen von gleichem Alter ſind; oder man vergrößert ihr Alter in der Verhältniß, in welcher ihr Leben in einer größern Gefahr ſteht.

77) Durch die Auszahlung der Penſion, muß die Geſellſchaft eine Art von Vormundſchaftsrechte über die Wayſen bekommen; folglich muß ſie dahin ſehen, daß dieſe Gelder zum wahren Vortheile der Kinder, alſo zu einer guten

Erzie-

Erziehung, und nicht von geldſüchtigen Verwandten zu ihrem eigenen Nutzen verwendet werden.

Sind die Kinder ſchon etwas erwachſen, ſo, daß die Söhne das ſechzehnte, die Töchter das vierzehnte Jahr erreicht haben, aber daß es ſcheint, daß ſie den Wunſch ihrer Väter, rechtſchaffene Leute zu werden, nicht erfüllen wollen; ſo muß die Geſellſchaft das Recht haben, ſie auf einige Zeit von der Penſion zu ſuſpendiren, aber erſt nach genauer Prüfung der Umſtände.

Sobald ein Mädchen heiratet, oder ein Jüngling in Bedienung tritt; ſo verlieren ſie die Penſion, weil ſie dann verſorget ſind. Von dieſen erſparten Penſionen wird ein beſonders Capital errichtet, deſſen Zinſen allmählig ein beſonderer Zuſchuß werden können, um die Beyträge zu vermindern. Oder ſie werden zu Prämien verwendet, um die Kinder aufzumuntern. Das Capital kann aber in der Folge ſelbſt die Garantie abgeben.

78) Mit verbindlichen Wittwenkaſſen pflegen gewöhnlich Wayſeninſtitute verbunden zu ſeyn, wie z. B. in Hildesheim, dann treten aber die Kinder in Stirpem in die Rente der Mutter nach ihrem, oder gleich nach des Vaters Tode, wenn die Mutter früher geſtorben iſt. Da bey ihnen nicht mit auf das Alter der eintretenden Mitglieder geſehen wird, und Unverheiratete und Wittwer mit beytragen müſſen; ſo ſind dieſe gewöhnlich eben den Fehlern unterworfen, wie die Wittwenkaſſen in (62).

Da bey Errichtung eines ſolchen Inſtituts, es hauptſächlich darauf ankömmt, daß es dauerhaft ſey, und immer anſehnlicher werde; ſo tritt auch wohl hier der Vorſchlag zur Nachahmung der Berliner Wittwengeſellſchaft ein. Es müßte nämlich beſtimmt werden, wieviel Wayſenſchaaren nebſt den Wittwen, eine ſolche Geſellſchaft nach 40 Jahren, als zu welcher Zeit ſie ihr größtes erreichet, wird zu penſioniren haben. Küſter ſagt, es ſey aus Erfahrungen bekannt, daß bey einer Geſellſchaft von 100 Mitgliedern, wo die Männer in einem Alter von 35 bis 45 Jahren beytreten, nach 40 Jahren, 10 zu penſionirende Wayſenſchaaren ſeyn werden. Für andere Alter der Männer giebt er keine Verhältniß. Nimmt man nun in (54) an, daß dann auch 35 — 40 Wittwen von 100 Mitgliedern vorhanden ſeyn werden; ſo iſt offenbar, daß dann die Kaſſe wird 45 — 50 Penſionen austheilen müſſen. Man theile alſo jährlich die gänzliche Einnahme in 50 Theile, bezahle die beſetzten Penſionen, und lege die unbeſetzten immer zum vorigen Capitale. Dieſes wird hiedurch und durch alle Antrittsgelder welche an daſſelbe fallen, mit der Zeit ſo groß werden, daß man anſehnliche Penſiones wird bezahlen können.

79) Die Grundlage zu dieſen Rechnungen, alſo die Sterblichkeitsordnung, kann mit der Zeit eben ſo, wie die in (7) aus Erfahrungen, die bey

Wayſenkaſſen angeſtellet ſind, beſtimmt werden. Zu dem Ende muß von dem Direktor ſorgfältig aufgezeichnet werden,

a) Das Alter des Vaters.
b) Das Alter ſeiner Ehefrau.
c) Das Alter des Kindes, alle drei beym Beytritte.
d) Die Lebensart und das Gewerbe des Vaters.
e) Das Jahr wenn er ſtirbt.
f) Das Jahr wenn die Mutter ſtirbt.
g) Das Jahr wenn die Wayſe zur Hebung kömmt.
h) Das Jahr wenn ſie austritt, entweder ihres Alters, eintretender Verſorgung, oder Todes halber.

Eben ſo wird auch bemerkt, wenn der Vater oder die Mutter das Zieljahr überleben ſollte.

Vielleicht lieſſe ſich ſchon jezt eine Ordnung, aus den Archiven der Bremiſchen und anderer Wittwengeſellſchaften aufſtellen.

80) Verſchiedene Schriftſteller, die bey den Leibrenten erwähnt ſind, handeln auch Wittwenkaſſen Aufgaben ab. Z. B. R. Hayes Eſtimate of places for lives. etc. p. 45. folgende. A iſt 47 Jahr alt, ſezt 100 ℔ in the mercers Company, damit ſeine 43 jährige Frau nach ſeinem Tode jährlich 20 ℔ bekomme. Stirbt die Frau früher; ſo ſind die 100 ℔ Einlage verlohren. Den jezigen Werth dieſer Rente zu finden.

Seine Auflöſung iſt fehlerhaft. Von den eigentlich hieher gehörenden Schriften ſind folgende zu merken:

Michaelis, vermiſchte Schriften, Frankf. a. M. 1766. 1 Th. S. 99. f. 2 Th. S. 47. f.

Kritter, Gutachten über den Zuſtand der Bremiſchen Wittwengeſellſchaft, 1767.

Kritter, oekonomiſche politiſche Auflöſung der wichtigſten Fragen, welche wegen Einrichtung dauerhafter Wittwenkaſſen aufgeworfen werden, Gött. 1768.

Van der Beets, Aanmerkingen over de Onbeſtaandbaarkeit van Weduwe Beurſen etc. und

Iohan van der Hey, Wedderleggingen van de Aanmerkingen over de Onbeſtaandbaarkeit van Weduwe Beurſen, Prebenden en dergelyke Societeyten. Amſt. 1768.

Antwort auf die Bremiſche Betrachtung über Kritters Warnung für Schaden, 1770.

P. P. Guden, von den Wittwenkaſſen, Hannov. 1771.

Küſter, der Wittwen- und Wayſenverſorger, Leipz. 1772.

Reyhers

Keyhers gemeinnützliche Sammlungen, zu noch mehrerer Verbreitung der Wittwen- und Waysenfiscorum, Augſpurg, Frankf. u. Leipz. 1768.

L. Euler, nothwendige Berechnung zur Errichtung einer Wittwenkaſſe. N. Hamb. Magazin, Band 8.

Euler, Eclairciſſemens et calcul ſur les caiſſes des Veuves, les rentes Viageres, et le plan d'une nouvelle Tontine, Petersbourg.

Briefe über die neue königliche Däniſche und Calenbergiſche Wittwenkaſſe, Flensburg, 1776.

Zuverläßiger Bericht von der bey Anlegung der neuen allgemeinen Wittwenkaſſe für die königl. Däniſchen Staaten angenommenen Theorie und gebrauchten Rechnungsart. Aus den Däniſchen überſ. Koppenhag. 1778. (*)

Sammlung verſchiedener Aufſätze, die Hamburger beeidigte Chriſten-Makler- Wittwen- und Waysenkaſſe betreffend, Hamb. 1777.

Kritter, Sammlung von dreien Aufſätzen, über die Calenbergiſche, Preuſſiſche und Däniſche Wittwenverſorgungsanſtalten ꝛc. Hamb. 1777.

Kritter, Beweiß aus Erfahrungen von der Richtigkeit, der bey den Däniſchen und Hamburgiſchen Wittwenverſorgungsanſtalten gebrauchten Theorie, und

(*) Wer die Grundſätze dieſer Rechnung nur obenhin kennt, wird gleich einſehen, daß dieſes Buch nach denſelben verfertigt iſt. Als die Briefe über die Däniſche Wittwenkaſſe erſchienen, glaubte Hr. Guden im Hannöverſchen Magazine, daß die mathematiſche Methode irrig ſey, zeigen zu können. Er geſteht ſelbſt daß er kein Mathematiker iſt. Herr Kritter zeigte ihm in der Sammlung dreier Aufſätze ſeine Fehlſchlüſſe. Der zuverläßige Bericht erſcheint, und Herr Guden läßt 1779. eben die vorigen Raiſonnements vielleicht mit andern Worten, wieder ins Magazin ſetzen. Wird eine Antwort erfolgen?

Sie iſt nicht nöthig; denn ſo wahr der Satz iſt den Herr Guden anführt, daß wenn man beweiſen kann, ein Lehrſatz ſey falſch, ihn niemand mehr für wahr halten könnte, wenn ihn auch Euklides ſelbſt erfunden hätte; eben ſo wahr iſt auch der, daß wenn alle Mathematiker einen Satz bißher für wahr gehalten haben, ein Unmathematiker aber ſeine Falſchheit durch Trugſchlüſſe beweiſen will, die Mathematiker eben ſo wenig von ihrem vorigen Satze abgehen werden, als ſie Ludolfs von Cölln Verhältniß des Durchmeſſers zum Umkreiſe, für eine neue, von einem unmathematiſchen Quadraturenfabrikanten erfundene, verlaſſen werden.

Was Herr Guden (Hann. Magaz. 1779. S. 1286.) vom Herrn Hofrath **Käſtner** ſagt, daß er dieſe Methode in keiner öffentlichen Schrift für richtig erkannt habe, iſt ganz gegründet, aber beweiſet nichts; oder vielmehr, daß wenn der Herr Hofrath ſie unterſucht hat, ihm keine Fehler wider die Grundſätze darinn vorgekommen ſind. Daß er den Däniſchen Mathematikern ſeine Meynung auf keine entſcheidende Art erklärt hat, getraue ich mich dadurch zu erklären, daß er nicht entſcheiden wollen, wo er die Unterſuchung für die Zeit, die er darauf wenden konnte, zu weitläuftig fand.

und dem Nichtbeſtande verſchiedener anderer Wittwenkaſſen, Hamburg, 1780.

Kritter, Unterſuchung der Frage, ob die neu eingerichtete Wittwenkaſſe der Hamburger Makler ꝛc. gerecht und dauerhaft eingerichtet ſey, Hamb. 1780.

Die Gerechtigkeit liebende Wittwen- und Waysenkaſſe, Hamburg, 1779. Sie legt zum Grunde, daß bey einer rekrutirenden Kaſſe, nach 40 Jahren, die zu penſionirenden Wittwen, ſich zu den Intereſſenten verhalten werden, wie 1 : 2; ſo richtig dieſer Satz als Folgſatz iſt; ſo darf man ihn doch nicht nachahmen. Als Grundſatz könnte er zu irrigen Folgen verleiten, da aus ihm nicht auf die Art des allmähligen Entſtehens der Wittwen zu ſchlieſſen iſt.

Alle übrige kleine Schriften von Kritter, als ſeine Streitſchriften wider Dies, Prüfung der Gudenſchen Schrift, Schreiben an den D. Leporin ꝛc.

Alle Statute und Nachrichten von Wittwengeſellſchaften. Z. B. die der Bremiſchen, welche 1754. geſtiftet wurde; der Calenbergiſchen vom Jahre 1767. der Mecklenburgſchweriniſchen vom Jahre 1769. beider Berliniſchen (die letzte vom Jahre 1775.) beider Däniſchen (die für Civilbediente wurde 1774. geſtiftet); der Lippiſchen vom Jahre 1752. der Hildesheimſchen vom Jahre 1770. u. ſ. w.

Und wegen der Menge von Tabellen die ſehr gute Schrift, Anordnung der in der Kayſerl. F. R. Stadt Hamburg errichteten allgemeinen Verſorgungsanſtalt, Hamb. 1779. Dieſe iſt nach des Herrn Stiftamtmanns Oeders Plane eingerichtet, und jede Tabelle in derſelben, könnte als ein Exempel zu einer der vorhergehenden Rechnungen dienen, wenn man dabey die, aus den Deparcieuxſiſchen und Süßmilchiſchen Mortalitätstabellen zuſammengeſetzte Ordnung, zum Grunde legte.

Endlich verſchiedene periodiſche Schriften, z. B. Göttingiſche gelehrte Beyträge zum Nutzen und Vergnügen; gelehrte Beyträge in den Mecklenburgiſchen Nachrichten; Hannöverſches Magazin; gelehrte Beyträge zu den Braunſchweigiſchen Anzeigen; deutſches Muſeum; Leipziger gelehrte Sammlungen, u. a. m.

Sechſtes

Sechſtes Capittel.

Ausſteurungs = Studier = und Todtenkaſſen.

1) Wenn man für ein Mädchen in ſeiner Jugend in eine öffentliche Kaſſe eine gewiſſe Summe erlegt, ſo, daß die Kaſſe bey vorkommender Verheiratung des Mädchens, ihm eine gewiſſe vorhin beſtimmte Ausſteuer dafür erlegt; ſo kann dieſe Kaſſe eine Ausſteurungskaſſe genannt werden.

Die Größe dieſer zu erlegenden Summe, richtet ſich offenbar mit nach dem Alter des auszuſteuernden Mädchens, weil ein achtzehnjähriges gewiß früher heiratet als ein zwölfjähriges, und die Kaſſe alſo von dem leztern mehrere Zinſen erlangen kann. Noch mehr aber muß mit auf dem Unterſchied des Alters geſehen werden, wenn nebſt dem einmal zu erlegenden Capitale, auch noch jährliche Beyträge entrichtet werden.

Folglich muß auch hier das Alter des Mädchens, und auch wohl wenn es die Umſtände erfordern, das Alter der Perſon beſcheiniget werden, welche die Beyträge entrichtet.

Die Ausſteuer wird bey der Hochzeit ausbezahlt, folglich muß dieſe durch den Trauſchein der Kaſſe bewieſen werden.

2) Da aber nicht alle Mädchen heiraten; ſo könnten hiedurch einige genöthiget ſeyn, ihre ganze Lebenszeit durch beyzutragen. Um dieſe Unbilligkeit nicht gegen ſie zu begehen; ſo muß ein gewiſſes Jahr des Alters beſtimmt werden, bis auf welches alle beytragen, welche bis dahin noch unverheiratet ſind. Dieſe haben dann die Ausſteuer gewiß, ſo bald ſie heiraten. Man hätte alſo hier auch eine Art vom Zieljahre im Beytrage, wozu man wohl das 25ſte Jahr feſtſetzen müßte, weil um die Zeit die mehrſten Mädchen heiraten.

Um aber auch die, welche viel ſpäter oder wohl gar nicht heiraten ſollten, ihrer geleiſteten Beyträge wegen ſchadloß zu halten, wäre es billig, daß ihnen vom dreißigſten Jahre ihres Alters an, bis an das Verheiratungsjahr, nebſt der Ausſteuer, auch die Summe aller einfachen Zinſen bezahlt würde. Aber vom vierzigſten Jahre an, müßten die noch Unverheirateten mit der Ausſteuer und den Zinſen von dreißigſten Jahre an, ganz aus der Kaſſe kommen, weil dann nur noch geringe Wahrſcheinlichkeit für ihre Verheiratung vorhanden iſt.

3) Es mögen alſo jezt N Mädchen die n Jahre alt ſind, in die Geſellſchaft treten. Jede erlegt gleich das Antrittsgeld A; und von den noch Unverheirateten

heirateten und Ueberlebenden, am Ende von jedem Jahre, noch den Beytrag b, bis ans Ende des 25ſten Jahrs. Dafür bekomme jede bey ihrer Verheiratung die Ausſteuer D bis ins 30ſte Jahr. Ferner finden hier die Bedingungen aus (2) ſtatt. Wie verhalten ſich A; b; und D gegen einander?

Offenbar iſt es, daß die Rechnungen hier nach den nach (Cap. III. 60) zu verfertigenden Tabellen müſſen eingerichtet werden. Aus dieſen erhellet, daß von n jährigen Mädchen die erſten nach t Jahren heiraten. Folglich bezahlt auch die Kaſſe die erſte Ausſteuer nach t Jahren.

Die Mädchen, welche in jedem Jahre noch als Lebende und Unverheiratete in der Tabelle vorhanden ſind, (es ſind dieſes die Mädchen welche a. a. O in der Columne H vorkommen) mögen eben ſo, wie in den vorhergehenden Capitteln die Ueberlebenden allein; die aber, welche nach t Jahren heiraten mit [h]; welche nach t + 1 Jahren heiraten, mit [h + 1] ꝛc. bezeichnet werden.

4) So bekömmt die Kaſſe gleich N A; und

nach Jahren	bekömmt ſie	dieſes iſt ihr jezt werth.
1	$\frac{[n+1]}{[n]} Nb$	$\frac{[n+1]\ Nb}{\varrho\,[n]}$
2	$\frac{[n+2]}{[n]} Nb$	$\frac{[n+2]\ Nb}{\varrho^2\,[n]}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
25 — (n+1)	$\frac{[24]\ Nb}{[n]}$	$\frac{[24]\ Nb}{\varrho^{25-(n+1)} \cdot [n]}$
25 — n	$\frac{[25]\ Nb}{[n]}$	$\frac{[25]\ Nb}{\varrho^{25-n} \cdot [n]}$

Alſo iſt ihre ganze Einnahme jezt werth:

$$N\left(A + \frac{b}{[n]}\right)\left(\frac{[n+1]}{\varrho} + \frac{[n+2]}{\varrho^2} + \cdots + \frac{[25]}{\varrho^{25-n}}\right)$$

$= N\,(A + K\,b)$ wenn die Reihe $= K$ geſezt wird.

5) Dagegen aber I.)

nach Jahren	zahlt die Kaſſe aus.	Dieſes iſt ihr jezt werth.
t	$\frac{[h]}{[n]} ND$	$\frac{[h]}{[n]\varrho^{t}} ND$
$t+1$	$\frac{[h+1]}{[n]} ND$	$\frac{[h+1]}{[n]\varrho^{t+1}} ND$
$t+2$	$\frac{[h+2]}{[n]} ND$	$\frac{[h+2]}{[n]\varrho^{t+2}} ND$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$30-(t+n)$	$\frac{[h+30-t-n]\,ND}{[n]}$	$\frac{[h+30-t-n]\,ND}{\varrho^{30-n}[n]}$

Die Summe der Coefficienten der letzten Columne ſey = P; ſo iſt die Summe der Columne = NPD.

II.) Nun ſey die Verhältniß des Capitals zu den Zinſen r : 1; ſo daß von D, in einem Jahre, $\frac{D}{r}$ Zinſen kommen; ſo zahlt ferner

nach Jahren	die Kaſſe aus.	Dieſes iſt ihr jezt werth.
$31-t-n$	$\frac{[h+31-t-n]}{[n]} ND\left(1+\frac{1}{r}\right)$	$\frac{[h+31-t-n]\,ND}{\varrho^{31-n}[n]}\left(1+\frac{1}{r}\right)$
$32-t-n$	$\frac{[h+32-t-n]}{[n]} ND\left(1+\frac{2}{r}\right)$	$\frac{[h+32-t-n]\,ND}{\varrho^{32-n}[n]}\left(1+\frac{2}{r}\right)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$40-t-n$	$\frac{[h+40-t-n]}{[n]} ND\left(1+\frac{10}{r}\right)$	$\frac{[h+40-t-n]\,ND}{\varrho^{40-n}[n]}\left(1+\frac{10}{r}\right)$

Heißt hier die Summe der Coefficienten in der letzten Columne Q; ſo daß hierin die Ausdrücke $1+\frac{1}{r}$; $1+\frac{2}{r}$ ꝛc. mit eingeſchloſſen ſind, ſo iſt die Summe der Columne = NQD.

III.) Endlich muß die Kaſſe noch $\left(1+\frac{10}{r}\right)$ D, an alle die ausbezahlen, welche im Alter von 40 Jahren noch unverheiratet ſind. Dieſe ſind nach (3) $= \frac{[40]}{[n]}$ N

Alſo iſt der jezige Werth dieſer Ausgabe $= \frac{[40]\,N\,D}{[n]\,\varrho^{40-n}}\left(1+\frac{10}{r}\right) = R\,N\,D.$

6) Setzt man nun die Summe in (4) und (5) einander gleich; ſo geht N ganz aus der Rechnung; und man erhält:

$$A + K b = P D + Q D + R D; \text{ und hieraus}$$

$$b = \frac{D\,(P + Q + R) - A}{K}$$

$$D = \frac{A + K b}{P + Q + R}$$

Wo zwar in (5) die Formeln weitläuftiger als bey den Leibrenten ſcheinen, es ſich aber eben ſo leicht darnach rechnen läßt.

7) Sollten aber den Mitgliedern vom 30ſten Jahre an, keine Zinſen zu gute gerechnet werden; ſo wäre offenbar in (5) $r = 0$; dann kann man die Reihen in (5; I. II.) als eine einzige betrachten; man ſetze ſie $= S$; Eben ſo wird auch in (5; III.) $\frac{10}{r} = 0$. Wenn man alſo auch ſtatt des dortigen R hier $\mathfrak{R}$ ſetzt; ſo wird offenbar $A + b\,K = D\,(S + \mathfrak{R})$ woraus ſich leicht die Werthe für A u. b ergeben.

8) Wird der Vertrag in (3) aber ſo errichtet, daß der Beytrag bis ins 25ſte Jahr, und nur ſo lange bezahlt wird, als des Mädchens Verſorger z. B. ihr Vater noch lebt, nnd es unverheiratet iſt; ſo bekömmt man in (4) folgende Aenderung: Das Alter des Vaters ſey m Jahre, ſeine Sterblichkeit wird nach gedachten Tabellen berechnet.

Nach Jahren	bekommt dann die Kaſſe.	Dieſes iſt ihr jezt werth.
1	$\frac{[m+1]\,[n+1]\,b}{[m]\,[n]}$	$\frac{[m+1]\,[n+1]\,b}{\varrho\,[m]\,[n]}$
2	$\frac{[m+2]\,[n+2]\,b}{[m]\,[n]}$	$\frac{[m+2]\,[n+2]\,b}{\varrho^2\,[m]\,[n]}$
|	|	|
25 — n	$\frac{[m+25-n]\,[25]\,b}{[m]\,[n]}$	$\frac{[m+25-n]\,[25]\,b}{\varrho^{25-n}\,[m]\,[n]}$

Man

Man ſetze hier die Summe der Reihe in der dritten Columne, welche b zum Coefficienten dient = L; ſo iſt der jezige Werth alles deſſen, was die Kaſſe von dem einzigen Mädchen zu erwarten hat = A + b L; und hieraus wird in (6)

$$b = \frac{(P+Q+R)\,D - A}{L}$$

$$\text{und in (7) } b = \frac{(S - \mathfrak{R})\,D - A}{L}$$

9) Exemp. zu (3). Das Mädchen ſey alt 12 Jahre; alſo n = 12; ferner ſey A = 1 Rthl. D = 10 Rthl man ſucht b;

So muß man zu dieſer Berechnung zuerſt die Zwiſchenjahre in den Columnen E und H (Cap. III. 60) finden; ſie ſind folgende:

Vom Alter. Jahre.	Leben als unverheiratete Mädchen.	Von 10000 Mädchen die 0 Jahre alt ſind, verheiraten ſich im beyſtehenden Alter.
0	10000	0
10	6833	0
11	6807	0
12	6771	0
13	6726	0
14	6673	0
15	6618	0
16	6474	87
17	6294	118
18	6074	159
19	5811	214
20	5503	283
21	5144	341
22	4738	379
23	4329	384
24	3935	375
25	3565	351

Vom Alter. Jahre.	Leben als unverheiratete Mädchen.	Von 10000 Mädchen die 0 Jahre alt ſind, verheiraten ſich im beyſtehenden Alter.
26	3220	331
27	2903	299
28	2616	267
29	2354	225
30	2142	176
31	1971	135
32	1835	112
33	1728	100
34	1638	91
35	1559	84
36	1485	75
37	1413	69
38	1342	64
39	1271	60
40	1202	57
41	1137	53
42	1077	46
43	1024	36
44	979	26
45	940	19
46	901	15
47	868	12
48	831	11
49	789	10
50	741	9

Die geringen Unterſchiede zwiſchen verſchiedenen dieſer Zahlen, mit denen in (Cap. III. 60), ſind wegen (Cap. III. 15) angebrachte Verbeſſerungen.

Uebrigens erhellet, daß hier die erſten Mädchen in ihrem ſechzehnten Jahre heirathen; alſo iſt $t = 16 - n = 4$.

Man hat alſo nach (4):

$$[n+1] \cdot \frac{1}{\varrho} = 0{,}64057143$$

$$[n+2] \cdot \frac{1}{\varrho^2} = 0{,}605260714$$

$$[n+3] \cdot \frac{1}{\varrho^3} = 0{,}571687625$$

$$[n+4] \cdot \frac{1}{\varrho^4} = 0{,}532617625$$

$$[n+5] \cdot \frac{1}{\varrho^5} = 0{,}493151333$$

$$[n+6] \cdot \frac{1}{\varrho^6} = 0{,}4532512$$

$$[n+7] \cdot \frac{1}{\varrho^7} = 0{,}412977$$

$$[n+8] \cdot \frac{1}{\varrho^8} = 0{,}3724645833$$

$$[n+9] \cdot \frac{1}{\varrho^9} = 0{,}33158684615$$

$$[n+10] \cdot \frac{1}{\varrho^{10}} = 0{,}29087146666$$

$$[n+11] \cdot \frac{1}{\varrho^{11}} = 0{,}2531077058$$

$$[n+12] \cdot \frac{1}{\varrho^{12}} = 0{,}2191155$$

$$[n+13] \cdot \frac{1}{\varrho^{13}} = 0{,}1890595652$$

$$[n]\,K = 5{,}36572259411$$

$$K = 7{,}924566$$

10) Und nach (5; I.)

$$[h] \cdot \frac{1}{\varrho^4} = 0{,}007157511666$$

$$[h+1] \cdot \frac{1}{\varrho^{5}} = 0{,}009245608$$

$$[h+2] \cdot \frac{1}{\varrho^{6}} = 0{,}0118648246$$

$$[h+3] \cdot \frac{1}{\varrho^{7}} = 0{,}01520364286$$

$$[h+4] \cdot \frac{1}{\varrho^{8}} = 0{,}01915 49499$$

$$[h+5] \cdot \frac{1}{\varrho^{9}} = 0{,}021980655$$

$$[h+6] \cdot \frac{1}{\varrho^{10}} = 0{,}0232673105$$

$$[h+7] \cdot \frac{1}{\varrho^{11}} = 0{,}02245 16842$$

$$[h+8] \cdot \frac{1}{\varrho^{12}} = 0{,}0208814$$

$$[h+9] \cdot \frac{1}{\varrho^{13}} = 0{,}018614275$$

$$[h+10] \cdot \frac{1}{\varrho^{14}} = 0{,}01671771539$$

$$[h+11] \cdot \frac{1}{\varrho^{15}} = 0{,}01438241$$

$$[h+12] \cdot \frac{1}{\varrho^{16}} = 0{,}012231175$$

$$[h+13] \cdot \frac{1}{\varrho^{17}} = 0{,}009816675$$

$$[h+14] \cdot \frac{1}{\varrho^{18}} = 0{,}00731316333$$

$$[n]\ P = 0{,}230279000446$$

$$P = 0{,}340196$$

Nach (5; II.) aber iſt

$$[h+15] \cdot \tfrac{21}{23} \cdot \frac{1}{\varrho^{19}} = 0{,}0056095 2625$$

$$[h+16] \cdot \tfrac{22}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{20}} = 0{,}004643277654$$

$$[h+17] \cdot \tfrac{23}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{21}} = 0{,}004127887$$

$$[h+18] \cdot \tfrac{24}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{22}} = 0{,}003732995833$$

$$[h+19] \cdot \tfrac{25}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{23}} = 0{,}00342637846$$

$$[h+20] \cdot \tfrac{26}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{24}} = 0{,}00302316215$$

$$[h+21] \cdot \tfrac{27}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{25}} = 0{,}002750765625$$

$$[h+22] \cdot \tfrac{28}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{26}} = 0{,}00251991664$$

$$[h+23] \cdot \tfrac{29}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{27}} = 0{,}0023302805$$

$$[h+24] \cdot \tfrac{30}{20} \cdot \frac{1}{\varrho^{28}} = 0{,}002181051$$

$$[n]\,Q = 0{,}034345241112$$

$$Q = 0{,}05072403$$

Endlich iſt nach (5; III.)

$$\frac{[40] \cdot \frac{30}{20}}{[n] \cdot \varrho^{28}} = \frac{0{,}1202 \cdot \frac{3}{2}}{0{,}6771 \cdot \varrho^{28}} = 0{,}06792703 = R$$

Folglich hat man nach (6):

$$b = \frac{10\,(0{,}340196 + 0{,}05072403 + 0{,}06792703) - 1}{7{,}924566} = 0{,}45286 \text{ Rthl.}$$

11) Soll aber hier nach (8) gerechnet werden, ſo ſey der Vater alt 60 Jahre; alſo m = 60; darnach erhält man:

$$[m+1]\,[n+1] \cdot \frac{1}{\varrho} = 0{,}1247192$$

$$[m+2]\,[n+2] \cdot \frac{1}{\varrho^2} = 0{,}1119126923$$

 [m + 3]

$$[m+3][n+3] \cdot \frac{1}{\varrho^3} = 0{,}099931025$$

$$[m+4][n+4] \cdot \frac{1}{\varrho^4} = 0{,}08740256$$

$$[m+5][n+5] \cdot \frac{1}{\varrho^5} = 0{,}0755014667$$

$$[m+6][n+6] \cdot \frac{1}{\varrho^6} = 0{,}06450062857$$

$$[m+7][n+7] \cdot \frac{1}{\varrho^7} = 0{,}05447166625$$

$$[m+8][n+8] \cdot \frac{1}{\varrho^8} = 0{,}04532895$$

$$[m+9][n+9] \cdot \frac{1}{\varrho^9} = 0{,}037104575$$

$$[m+10][n+10] \cdot \frac{1}{\varrho^{10}} = 0{,}02981432667$$

$$[m+11][n+11] \cdot \frac{1}{\varrho^{11}} = 0{,}02364025556$$

$$[m+12][n+12] \cdot \frac{1}{\varrho^{12}} = 0{,}018559082609$$

$$[m+13][n+13] \cdot \frac{1}{\varrho^{13}} = 0{,}01444415$$

$$[m][n]\,L = 0{,}787330574909$$

$$L = 5{,}69440875$$

Und hieraus wird dann in (8)

$$b = \frac{3{,}5884706}{5{,}69440875} = 0{,}6302157 \text{ Rthl.}$$

12) Aber ſtatt der einmal zu bezahlenden Ausſteuer, könnte es auch verlangt werden, daß dieſe in eine Leibrente, auf das Leben der Frau, verwandelt würde; nämlich ſo: daß wenn ein n jähriges Mädchen nach (t — 1) Jahren heiratet, es nach t Jahren vom Ausſteurungsinſtitute eine Penſion p, und hernach vom Jahre zu Jahre eben dieſelbe, bis an ſeinen Tod erhält. Die Bezahlung der Beyträge kann hiebey wie in (2) bis auf das Zieljahr feſtgeſetzt ſeyn; aber

aber zu der Penſion kann keine ein Recht erlangen, die unverheiratet bleibt. Folglich fallen dieſer ihre Beyträge und Antrittsgelder der Kaſſe ganz anheim. Wie groß dieſe hiezu ſeyn müſſen, erhellet aus folgender Rechnung:

Von N Mädchen die n Jahre alt ſind

$$\text{heiraten nach t Jahren } \frac{[h]}{[n]} N = \alpha$$

$$\text{nach } t+1 \text{ Jahren } \frac{[h+1]}{[n]} N = \beta$$

$$\text{nach } t+x \text{ Jahren } \frac{[h+x]}{[n]} N = \chi$$

x wird ſo groß genommen, daß dann nach der Tabelle keine Heirath mehr ſtatt findet. α; β; $\cdots \chi$; aber werden hier als abſolute Zahlen betrachtet und aus der Tabelle gefunden nach dem Proportionsſatze; die Menge in der Tabelle lebenden n jährigen, verhält ſich zur Menge derer die hievon in einem Alter von $n+t+x$ Jahren heiraten, wie N zum vierten Gliede.

Die Kaſſe muß alſo anfangen eine Leibrente p zu bezahlen, nach t Jahren an α Perſonen, die $n+t$ Jahre alt ſind; nach $t+1$ Jahren an β Perſonen, die $n+t+1$ Jahre alt ſind; nach $t+x$ Jahren an χ Perſonen, die $n+t+x$ Jahre alt ſind.

Nun ſey der Werth einer Leibrente 1 für einen $n+t$ jährigen $=\tau$; der für einen $n+t+1$ jährigen $=\tau'$; der für einen $n+t+2$ jährigen $=\tau''$; und der für einen $n+t+x$ jährigen $=\tau^x$; ſo iſt der Werth aller Ausgaben der Kaſſe

$$\text{nach t Jahren} = \tau\alpha p; \text{ jezt} = \frac{\alpha\tau}{\varrho^t}\cdot p$$

$$\text{nach } t+1 \text{ Jahren} = \tau'\beta p; \text{ jezt} = \frac{\beta\tau'}{\varrho^{t+1}}\cdot p$$

$$\text{nach } t+2 \text{ Jahren} = \tau''\gamma p; \text{ jezt} = \frac{\gamma\tau''}{\varrho^{t+2}}\cdot p$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\text{nach } t+x \text{ Jahren} = \tau^x\chi p; \text{ jezt} = \frac{\chi\tau^x}{\varrho^{t+x}}\cdot p$$

Die Summe aller Coefficienten von p in der lezten Columne ſey $= Z$; ſo hat man, wenn man dieſe Rechnungen ſtatt der Ausgaben in (5) ſezt, entweder nach (3)

$$b = \frac{Z p - A}{K}$$

$$\text{oder nach (8) } b = \frac{Z p - A}{S}$$

Für die mehrſten Länder, können die Werthe von τ; τ'; τ'' ꝛc. aus der Tab. VIII. genommen werden.

13) Exempel. Es ſey A = 10 Rthl. p = 10 Rthl. n = 12 Jahr; ſo iſt:

$$[h] \cdot \tau \cdot \frac{1}{\varrho^4} = 0{,}113138947 37$$

$$[h+1] \cdot \tau' \cdot \frac{1}{\varrho^5} = 0{,}1453111$$

$$[h+2] \cdot \tau'' \cdot \frac{1}{\varrho^6} = 0{,}1812376667$$

$$[h+3] \cdot \tau''' \cdot \frac{1}{\varrho^7} = 0{,}23649516667$$

$$[h+4] \cdot \tau'''' \cdot \frac{1}{\varrho^8} = 0{,}2964065333$$

$$[h+5] \cdot \tau^{V} \cdot \frac{1}{\varrho^9} = 0{,}3385344612$$

$$[h+6] \cdot \tau^{VI} \cdot \frac{1}{\varrho^{10}} = 0{,}3566563333$$

$$[h+7] \cdot \tau^{VII} \cdot \frac{1}{\varrho^{11}} = 0{,}3425240769$$

$$[h+8] \cdot \tau^{VIII} \cdot \frac{1}{\varrho^{12}} = 0{,}3170572857$$

$$[h+9] \cdot \tau^{IX} \cdot \frac{1}{\varrho^{13}} = 0{,}2812947333$$

$$[h+10] \cdot \tau^{X} \cdot \frac{1}{\varrho^{14}} = 0{,}2514388245$$

$$[h+11] \cdot \tau^{XI} \cdot \frac{1}{\varrho^{15}} = 0{,}21529515$$

$$[h+12] \cdot \tau^{XII} \cdot \frac{1}{\varrho^{16}} = 0{,}18216341667$$

$$[h+13] \cdot \tau^{XIII} \cdot \frac{1}{\varrho^{17}} = 0{,}145390733$$

$$[h+14] \cdot \tau^{XIV} \cdot \frac{1}{\varrho^{18}} = 0{,}10766449$$

$$[h+15] \cdot \tau^{XV} \cdot \frac{1}{\varrho^{19}} = 0{,}0781418166$$

$$[h+16] \cdot \tau^{XVI} \cdot \frac{1}{\varrho^{20}} = 0{,}06132244286$$

$$[h+17] \cdot \tau^{XVII} \cdot \frac{1}{\varrho^{21}} = 0{,}0517622$$

$$[h+18] \cdot \tau^{XVIII} \cdot \frac{1}{\varrho^{22}} = 0{,}04450357$$

$$[h+19] \cdot \tau^{XIX} \cdot \frac{1}{\varrho^{23}} = 0{,}0388056909$$

$$[h+20] \cdot \tau^{XX} \cdot \frac{1}{\varrho^{24}} = 0{,}0327076$$

$$[h+21] \cdot \tau^{XXI} \cdot \frac{1}{\varrho^{25}} = 0{,}02838442$$

$$[h+22] \cdot \tau^{XXII} \cdot \frac{1}{\varrho^{26}} = 0{,}02481454119$$

$$[h+23] \cdot \tau^{XXIII} \cdot \frac{1}{\varrho^{27}} = 0{,}02190818$$

$$[h+24] \cdot \tau^{XXIV} \cdot \frac{1}{\varrho^{28}} = 0{,}01958075$$

$$[h+25] \cdot \tau^{XXV} \cdot \frac{1}{\varrho^{29}} = 0{,}01711992$$

$$[h+26] \cdot \tau^{XXVI} \cdot \frac{1}{\varrho^{30}} = 0{,}01396024198$$

$$[h+27] \cdot \tau^{XXVII} \cdot \frac{1}{\varrho^{31}} = 0{,}01002442$$

$$[h+28] \cdot \tau^{XXVIII} \cdot \frac{1}{\varrho^{32}} = 0{,}006950895$$

$$[h+29] \cdot \tau^{XXIX} \cdot \frac{1}{\varrho^{33}} = 0,00476205445$$

$$[h+30] \cdot \tau^{XXX} \cdot \frac{1}{\varrho^{34}} = 0,003521585834$$

$$[h+31] \cdot \tau^{XXXI} \cdot \frac{1}{\varrho^{35}} = 0,00263653875$$

$$[h+32] \cdot \tau^{XXXII} \cdot \frac{1}{\varrho^{36}} = 0,002259508949$$

$$[h+33] \cdot \tau^{XXXIII} \cdot \frac{1}{\varrho^{37}} = 0,002008675$$

$$[h+34] \cdot \tau^{XXXIV} \cdot \frac{1}{\varrho^{38}} = 0,001686215556$$

$$[n]\ Z = 3,979490185679$$

oder weil die letzten Glieder in (9) fehlen $[n]\ Z = 4,$

$$Z = 5,90754714$$

Alſo bekömmt man nach (3)

$$b = \frac{49,0754714}{7,924566} = 6,1928314 \text{ Rthl.}$$

Und nach (8)

$$b = \frac{49,0754714}{5,69440875} = 8,818932 \text{ Rthl.}$$

Alſo in beiden Fällen ein ſo hoher Beytrag, daß ihn die mehrſten Leute nicht werden entrichten können.

14) In der Rechnung lieſſen ſich hier auch wohl ähnliche Abkürzungen anbringen, und eben dieſelben Fragen noch auflöſen, als bey den Wittwenkaſſen. Ein jeder wird ſie aus den vorigen leicht ſelbſt machen können.

Uebrigens braucht für die Beytretenden auch kein Alter feſtgeſetzt zu ſeyn. Offenbar iſt es, daß je jünger die Mitglieder beytreten, deſto gröſſer auch die Ausſteuer, für eben das Antrittsgeld und eben den Beytrag, ſeyn wird, weil ſie dann noch eine weit gröſſere Sterblichkeit zu überwinden haben, als wenn ſie älter ſind. Gewiß wird, wenn keine Beyträge bezahlt werden, den 0 jährigen Beytretenden, das Antrittsgeld, können 4 bis 5 fach zur Ausſteuer gegeben werden; weil in den hieſigen Gegenden von allen 0 jährigen, die Hälfte ſchon in dem 20ſten Jahre geſtorben ſind. Man kann alſo gleich anfangs jede Beytretende, welche Hofnung hat die Ausſteuer zu bekommen anſehen, als wenn für ſie ein doppel-

doppeltes Antrittsgeld erlegt wäre; welches auch bey 4 p. c. in 20 Jahren auf das Vierfache ſteigt. Und hiebey ſind die, welche unverheiratet bleiben, nicht mit in Anſchlag gebracht worden.

Im funfzehnten und achtzehnten Jahre des Alters, iſt die größte Sterblichkeit überwunden; zu eben der Zeit ſtehen auch die Mädchen dem Verheiratungspunkte ſehr nahe. Hieraus wird es wahrſcheinlich, daß in dieſem Alter nur ſehr wenige, wegen der ſehr hohen Antrittsgelder und Beyträge, in Vergleichung mit der Ausſteuer, beytreten werden.

Sollen keine Antrittsgelder bezahlt werden; ſo ſind billig diejenigen von der Geſellſchaft ausgeſchloſſen, von denen man weiß, daß ſie Bräute ſind; weil es wahrſcheinlich iſt, daß ſie einige Wochen nach ihrem Beytritte heiraten, und der Kaſſe gar keinen Beytrag bezahlen werden.

15) Uebrigens finden hier eben die Einrichtungen, Vortheile und Strafen als bey den Wittwengeſellſchaften ſtatt. Da aber dieſes Inſtitut hauptſächlich zum Vortheile der niedrigern Claſſe von Leuten errichtet wird; ſo werden oft manchem die Beyträge ziemlich ſchwer fallen. Daher wäre zu rathen, daß man ſie monathlich einzutreiben ſuchte. An dem Orte des Inſtituts gienge dieſes leicht an; auf dem Lande und an andern Orten, müßten die Geiſtlichen dieſes Geſchäfte übernehmen. Aber dieſer monathliche Beytrag, wird den in (6. u. f.) beſtimmten nicht ſehr vermindern, weil man nicht alle Monathe ſicher, und beſonders in kleinen Summen, Gelder unterbringen kann. Allenfals könnten ſie hievon den Vortheil haben, den ein halbjähriger Beytrag gäbe. Dieſen würde man nach (Cap. I. 104.) wie bey den Leibrenten beſtimmen.

Ueberhaupt aber könnten ſich Bauerkinder ihre Beyträge, vom achten Jahre an, durch kleine Feldarbeiten, oder auch durch Spinnerey leicht ſelbſt erwerben. Wie froh könnte der Prediger ſeyn, der auf dieſe Art ſeiner Pfarrkinder Fleiß ermunterte! Wie ſehr könnte er ſich um das Beſte des Landes verdient machen, wenn er eine größere Arbeitſamkeit einführte!

16) Die, welche im vierzigſten Jahre nicht verheiratet ſind, alſo nach (2) aus der Kaſſe kämen, müßten ihre Ausſteuer nicht ſelbſt in die Hände bekommen, ſondern dafür in eine Leibrentengeſellſchaft gekauft werden, welche ihnen entweder gleich, oder erſt nach einigen z. B. zehn Jahren, die erſte Penſion auszahlen müßte, wenn dieſe etwas anſehnlich ſeyn ſollte.

Auch dadurch würde das Inſtitut mehr Reize bekommen, wenn den ausgeſteuerten Mitgliedern, bey jedem Wochenbette, noch eine kleine Summe bezahlt würde. Dieſe müßte etwa halb ſo groß ſeyn, als die dabey vorfallenden Unkoſten kämen. Man ſetze ſie $= d$; da ferner jede Ehe im Durchſchnitte vier Kinder giebt, und dieſe gewöhnlich in den erſten zehn Jahren gebohren werden; ſo

müßte

müßte von der Ausſteuer eine Summe zurückbehalten werden, mit der man in der Zeit dieſe Unkoſten beſtreiten könnte. Sie ſey = B; nun ſetze man in (Cap. I. 36.)

ſtatt	μ	n	t	q	ϱ	S
hier	ϱ	4	$2\frac{1}{2}$	0	1	d

$$\text{ſo iſt } B = \frac{\varrho^{10} - 1}{(\varrho^{\frac{1}{2}} - 1)\,\varrho^{10}} \cdot d \text{ bey der Ausſteuer;}$$

Die höchſte Gränze von B, iſt B = D; daß alſo gar keine Ausſteuer gegeben wird. Da dieſer Fall nicht wahrſcheinlich iſt; ſo iſt immer $B < D$; und die Kaſſe ſelbſt müßte eine Gränze feſt ſetzen, über welche B nicht kommen dürfte. Kann dieſe nicht füglich $\frac{1}{2}$ D ſeyn?

17) **Von Juſti** (Policeywiſſenſchaft B. 1. S. 221. f.) nimmt an, daß die Mädchen vom erſten bis dritten Jahre ihres Alters beytreten; daß von 500 dieſes Alters, wenn ſie ihr zehntes Jahr erreicht haben, nur noch die Hälfte, im achtzehnten Jahre aber noch 210 leben. Von dieſen ſoll jede 50 Rthl. Ausſteuer bekommen. Dafür aber beym Eintritte 1 Rthl. und jährlich auch 1 Rthl. Beytrag, bis ans Ende des achtzehnten Jahres erlegen.

Offenbar ſind ſeine Annahmen falſch; denn von allen, die ſo beytreten werden, kann man wohl annehmen, daß ſie im Durchſchnitte beym Beytritte zwei Jahr alt ſind, weil jeder Vater gern 1 Rthl. Beytrag erſparen, und auch die größte Sterblichkeit ſeiner Kinder abwarten wird. Nun iſt aber die wahrſcheinliche Lebensdauer von zweijährigen Kindern, gewöhnlich größer als vierzig Jahr, (in London iſt ſie = 35 Jahr); Alſo können von den Mitgliedern nicht im zehnten Jahre nur noch die Hälfte, und noch weniger im achtzehnten Jahre, nur noch 210 leben.

Wie indeſſen ſeine Berechnung mit dieſer Vorausſetzung beſteht, erhellet aus folgenden: Man ſetze zum Vortheil der Kaſſe, daß die 500 Eintretenden, in den erſten acht Jahren, in arithmetiſcher Verhältniß abnehmen; ſo iſt die Differenz oder wie viele jährlich ſterben $= \frac{500 - 250}{8} = 31$; Eben ſo mögen auch die 250 bis auf 210 in den letzten acht Jahren in arithmetiſcher Verhältniß abnehmen. Die Differenz hiezu iſt = 5. Die Kaſſe nimmt alſo ein:

Antritts-

Antrittsgelder		= 500 Rl.	betragen in	16 Jahr.		1090 Rl.	mit allen Nutzen.
Beytr. vom 1ſten J.		= 469	—— ——	15	—	971	—— ——
——	2 ——	438	—— ——	14	—	862	—— ——
——	3 ——	407	—— ——	13	—	766	—— ——
——	4 ——	376	—— ——	12	—	672	—— ——
——	5 ——	343	—— ——	11	—	587	—— ——
——	6 ——	312	—— ——	10	—	505	—— ——
——	7 ——	281	—— ——	9	—	436	—— ——
——	8 ——	250	—— ——	8	—	368	—— ——
——	9 ——	245	—— ——	7	—	343	—— ——
——	10 ——	240	—— ——	6	—	322	—— ——
——	11 ——	235	—— ——	5	—	298	—— ——
——	12 ——	230	—— ——	4	—	278	—— ——
——	13 ——	225	—— ——	3	—	259	—— ——
——	14 ——	220	—— ——	2	—	242	—— ——
——	15 ——	215	—— ——	1	—	226	—— ——
——	16 ——	210	—— ——	0	—	210	—— ——

Summe aller Einnahme der Kaſſe mit den Nutzen = 8435 Rthl.

Aber 50 · 210 = 10500; alſo hätte die Kaſſe doch noch über 2000 Rthl. zu wenig eingenommen, da übrigens alles zu ihrem Vortheile in der Berechnung angenommen iſt.

Die Summe ſoll aber als eine Grundſumme angeſehen werden. Jhre jährlichen Zinſen, werden zu den in der Folge einkommenden Beyträgen (bey einer rekrutirenden Geſellſchaft) geſchlagen, und hievon denen die ſich jährlich verheiraten, die Ausſteuern bezahlt; dabey wird angenommen, daß vom 18ten Jahre an bis ins 24ſte alle Jahre nur 24 Mädchen heiraten. Vom 24ſten Jahre an, wird es den noch unverheirateten, jährlich mit 2½ p. c. verzinſet, bis ins 36ſte Jahr, wo es allen ausgezahlt wird. — Uebrigens iſt aus (Cap. V.) bekannt, daß rekrutirende und ausſterbende Geſellſchaften, vollkommen als einerley anzuſehen ſind, und daß wenn dieſe zu Grunde gehen, es auch ſicher jene thun werden, wiewohl etwas ſpäter.

18) Aber auſſer den vorigen nimmt v. Juſti auch welche auf, die über drei Jahre alt ſind, doch nur bis in ein Alter von zwölf Jahren. Alle dieſe müſſen einen größern Beytrag bezahlen. Die ſich im vierten Jahre einſchreiben laſſen, bezahlen zum Beytrage $1\frac{1}{8}$ Rthl. dieſer ſteigt mit dem Alter der Beytretenden immer um $\frac{1}{8}$ Rthl. ſo daß die, welche im zwölften Jahre beytreten, zum Beytrage jährlich $2\frac{1}{8}$ Rthl. zahlen müſſen.

 Jſt

Iſt der Beytrag für o jährige richtig nach (3) oder (8) beſtimmt; ſo kann man den erhöheten auf folgende Art finden: Geſetzt nach m Jahren (m iſt hier < 12) wollen N Mädchen in die Geſellſchaft treten; ſo ſind ſie von $\frac{M}{[m]}$ ojährigen übrig geblieben (Cap. III. 46); und müſſen nun bis an ihr achtzehntes Jahr, eine eben ſo große Summe an Beyträgen und Antrittsgeldern zuſammen bringen, als ob ſie von $\frac{N}{[m]}$ ojährigen entſtanden wären. Dieſe letztere iſt bekannt, und auch das allmählige Abſterben der N Beytretenden; alſo kann hierans der erhöhete Beytrag gefunden werden. Aber dieſe Rechnung wird doch weitläuftiger werden, als wenn man ſie nach (3. u. f.) anſtellte.

19) Die 1759. zu Erfurth errichtete große Heirathsſocietät, iſt eine geſchloſſene, nur aus 300 ledigen Perſonen beſtehende Geſellſchaft, von denen kein Mitglied beym Beytritte das 45ſte Jahr zurückgelegt haben, aber auch nicht unter 6 Jahre alt ſeyn darf. Bey dem Eintritte, erhält die Kaſſe von jedem Mitgliede $\frac{2}{3}$ Rthl. und bey jeder vorfallenden Ausſteuer $1\frac{1}{3}$ Rthl. dafür aber bekömmt jedes Mitglied wenn es heiratet

zwiſchen den	1ſten	und	15ten	Beytrage	zur Ausſteuer	50 Rthl.
——	16	—	30	——	——	75 —
——	31	—	45	——	——	100 —
——	46	—	60	——	——	125 —
——	61	—	75	——	——	150 —
——	76	—	90	——	——	175 —
——	91	—	105	——	——	200 —
——	106	—	120	——	——	225 —
——	121	—	135	——	——	250 —
——	136	—	150	——	——	300 —

Wer 150 Beyträge gegeben hat, bezahlt nichts mehr, ſondern erhält ſeine Ausſteuer. Die Mitglieder der Geſellſchaft welche ſterben, oder in den Kloſterſtand treten, werden als ſich verheiratende angeſehen, und bekommen die Ausſteuer nach der vorhin angegebenen Ordnung ihres Beytrages.

Aus dieſer erhellet, daß bey denen, welche 15 Beyträge gegeben haben, ſich die Ausſteuer zur Summe aller Beyträge verhält, wie $75:30 = 5:2$; Bey denen welche 75 Beyträge bezahlt haben, iſt dieſe Verhältniß wie $3:2$; und eben ſo bey denen, welche 150 Beyträge gegeben haben.

Die erſtern werden alſo zum Schaden der letztern bevortheilet. Aber auſſer dieſer Ungerechtigkeit finden bey ihr noch folgende Hauptfehler ſtatt: 1) iſt ſie gegen

gegen den Entzweck der Brautkaſſen, weil ſie auch das Kloſterleben befördert; alſo auf mehr als auf eine Art Verſorgung abziehlet; 2) iſt ſie nicht für Leute niedrigen Standes eingerichtet, weil dieſe die Beyträge nicht werden aufbringen können, wenn in einem Jahre zehn oder mehrere Mitglieder ſterben; 3) fehlt es ihr an gehöriger Sicherheit; dieſe kann ihr nicht gegeben werden, weil es 4) offenbar iſt, daß alle Mitglieder eine Summe bekommen, die größer iſt als die Summe aller ihrer Beyträge, ohne daß dieſe auf Zinſen ausgegeben werden. S. **Nachricht** von der Erfurtiſchen großen Heirats- und Sterbeſocietät. **Leipziger Sammlungen** XV. Band. p. 3. f. und p. 127. f.

20) In Lucca und Florenz kann der Vater, wenn ihm eine Tochter gebohren wird, bey der Schatzkammer eine gewiſſe Summe erlegen, wofür er keine Zinſen erhält. Dagegen bekömmt die Tochter, wenn ſie 18 Jahr alt wird, die eingelegte Summe zehnfach zurück. Stirbt aber das Mädchen und der Vater hat noch eine jüngere Tochter; ſo tritt dieſe nach der Zahl ihrer Jahre, in der vorigen Stelle; hat er keine; ſo fällt das Geld an die Schatzkammer. Dieſes iſt alſo eine Art von Survivances (Cap. III.), wobey die hohe Ausſteuer, ſich hauptſächlich, auf die große Sterblichkeit der Kinder in den erſten Monathen, gründet. Heiraten die Mädchen nicht; ſo können ſie, wenn die Einlage nicht zu geringe geweſen iſt, für ihre Ausſteuer ſich eine ziemlich anſehnliche Leibrente erkaufen.

Auch geben einige Zahlenlotterien armen Mädchen ohne Einlage eine Ausſteuer. Die Einrichtung iſt dabey folgende: Auf jede Nummer im Lotto wird der Name eines armen Mädchens geſchrieben; und ſo zeigen die Treffer bey jeder Ziehung, die fünf beglückten Mädchen an. Wegen des anſehnlichen Gewinnſtes bey Lottoentrepriſen (Cap. II. 44.), kann leicht dieſe Wohlthätigkeit erzeigt werden. Man ſehe hievon

Joh. Kuremonds, Schlüſſel des Reichthums, Cap. 22.
Nic. Martini, diſſ. de Monte pietatis, §. 3.

Und im Allgemeinen:

Bergius, Policey- und Cameralmagazin, Th. I. S. 318. f.
Krünitz, ökonomiſche Encyclopädie, Th. VI. S. 561. f.

Studier- oder Reiſekaſſen.

21) Eine Geſellſchaft von M Perſonen, in der jedes Mitglied l Jahre alt iſt, erlegt jede ein Antrittsgeld A, und einen jährlichen Beytrag b, q Jahre hintereinander, wenn ſie noch leben. Dafür ſoll nach q Jahren, am Ende von jedem Jahre, t Jahre hinter einander, den noch Lebenden die Rente R ausbezahlt werden. Eines durchs andere zu beſtimmen.

Die Kaſſe erhält alſo gleich M A;

und nach Jahren	noch	Dieſes iſt ihr jezt werth.
1	$\frac{[l+1]\,Mb}{[l]}$	$\frac{[l+1]\,Mb}{\varrho[l]}$
2	$\frac{[l+2]\,Mb}{[l]}$	$\frac{[l+2]\,Mb}{\varrho^2[l]}$
|	|	|
q	$\frac{[l+q]\,Mb}{[l]}$	$\frac{[l+q]\,Mb}{\varrho^q[l]}$

Man ſetze die Summe der Coefficienten von b in der lezten Columne = K; ſo iſt der jezige Werth aller Einnahmen der Kaſſe = M (A + K b); dagegen findet folgendes ſtatt:

Nach Jahren	zahlt die Kaſſe aus.	Dieſes iſt ihr jezt werth.
q + 1	$\frac{[l+q+1]\,MR}{[l]}$	$\frac{[l+q+1]\,MR}{\varrho^{q+1}[l]}$
q + 2	$\frac{[l+q+2]\,MR}{[l]}$	$\frac{[l+q+2]\,MR}{\varrho^{q+2}[l]}$
|	|	|
q + t	$\frac{[l+q+t]\,MR}{[l]}$	$\frac{[l+q+t]\,MR}{\varrho^{q+t}[l]}$

Iſt nun hier die Summe der Coefficienten von R in der lezten Columne = Q; ſo iſt der jezige Werth aller Ausgaben der Kaſſe = M Q R; alſo

$$A + b\,K = Q\,R;\ \text{und}\ b = \frac{QR - A}{K}$$

22) Bezahlt aber in (21) jedes Mitglied ſeine Beyträge nur ſo lange, als es mit einer beſtimmten Perſon z. B. ſeinem Vater verbunden lebt; ſo findet, wenn

wenn dieſe Perſon beym Beytritte m Jahre alt iſt, in der Einnahme der Kaſſe folgende Aenderung ſtatt:

Nach Jahren	erhält ſie.	Dieſes iſt ihr jezt werth.
1	$\frac{[l+1]\,[m+1]\,b}{[m]\,[l]}$	$\frac{[l+1]\,[m+1]\,b}{\varrho\,[m]\,[l]}$
2	$\frac{[l+2]\,[m+2]\,b}{[m]\,[l]}$	$\frac{[l+2]\,[m+2]\,b}{\varrho^2\,[m]\,[l]}$
|	|	|
q	$\frac{[l+q]\,[m+q]\,b}{[m]\,[l]}$	$\frac{[l+q]\,[m+q]\,b}{\varrho^q\,[m]\,[l]}$

Und wenn die Summe der Coefficienten von b in der leßten Columne = L iſt; ſo iſt jezt

$$A + L b = Q R; \text{ und } b = \frac{QR - A}{L}$$

Wie hiebey die jährlichen Unkoſten der Kaſſe mit in Rechnung gebracht werden können, erhellet aus (Cap. V.)

23) Von dieſer Aufgabe, läßt ſich folgende Anwendung machen: Ein Vater der entſchloſſen iſt, ſeinen Sohn ſtudiren zu laſſen, gedenkt hiezu allmählig die Unkoſten zu ſammlen. Was er jährlich erſpart, übergiebt er der Kaſſe; ſo iſt gewiß, daß der Sohn für weniger Einlagen, eine größere Rente aus der Kaſſe bekommen wird, als wenn der Vater ſelbſt ein Capital geſammlet hätte. Denn bey der Kaſſe gewinnt er mit ein Recht, auf die Beyträge und Antrittsgelder derer, welche vor dem Anfange ihrer Akademiſchen Jahre ſterben. Ihr Anfang pflegt zwiſchen das 18te und 20ſte Jahr des Alters zu fallen; alſo iſt 18 — q oder 20 — q = l; Iſt q nicht größer als 6 bis 8 Jahre, ſo daß der Knabe ohngefehr 12 Jahr alt iſt, und man annehmen darf, ſeine Neigung ſtimme mit ſeines Vaters Entſchluſſe überein; ſo kann die Berechnung in (21. f.) nach der Sterblichkeitsordnung fürs männliche Geſchlecht angeſtellt werden.

Da es aber die tägliche Erfahrung giebt, daß öfters Eltern ihren Kindern ſchon in der Wiege den zukünftigen Stand beſtimmen, dieſe aber in der Folge doch verſchiedentlich ihrer eigenen Neigung folgen; ſo müßte man, um auch

zum größten möglichen Vortheile der Eltern die Berechnung anſtellen zu können, eine Art von Studierordnung verfertigen. Auf folgende Weiſe:

Man zeichne die 0 jährigen ꝛc. 12 jährigen Knaben einer Stadt mit ihrem Vor- und Zunahmen auf; erkundige ſich bey den Eltern, zu welchem Stande ſie ſich wahrſcheinlich beſtimmen. Dieſes wiederhole man vom Jahre zu Jahre, zeichne dabey die Verſtorbenen auf; ſo wird man nach achtzehn bis zwanzig Jahren, nach den gehörigen Reduktionen, für die Stadt, folgende Tabelle errichten können:

Jahre Alter.	Sind zum Studiren beſtimmt n	Davon ſind geſtorben.	haben ihre Beſtimmung geändert.	Sind alſo zum Studiren übrig geblieben.
0				
1				
.				
.				
.				
20				

Und die letzte Columne iſt diejenige, nach der die Berechnungen müßten angeſtellet werden. Sie wird ſo lange ziemlich genau bleiben, als es Mode bleibt, daß viele Eltern ihren Kindern den zukünftigen Stand beſtimmen.

Da jeder aus der Geſellſchaft treten kann, ſo bald er will, doch mit Verluſt ſeines Antritts und ſeiner Beyträge; ſo iſt offenbar, daß hier auch denen, welche zum Studiren kommen, die Willensänderungen derer, die das Inſtitut verlaſſen haben, zum Vortheile gereichen.

Auch könnten hiernach Kaſſen für die Handwerksleute errichtet werden, ſo daß dieſe in ihren Reiſejahren eine gewiſſe Summe zu heben hätten; ihr häufiges Fechten würde ziemlich abgeholfen werden.

24) Exemp. zu (21). Es ſey $A = 0$; $R = 10$ Rthl. $l = 12$ Jahre; $q = 8$ Jahre; $t = 3$ Jahre; ſo iſt:

$$[l+1] \cdot \frac{1}{\varrho} = 0,491809445$$

$$[l+2] \cdot \frac{1}{\varrho^2} = 0,464580556$$

$$[l+3] \cdot \frac{1}{\varrho^3} = 0,4390023$$

$$[l+4] \cdot \frac{1}{\varrho^4} = 0,4148889$$

[l+5]

$$[l+5]\cdot\frac{1}{\varrho^5}=0{,}3925465455$$

$$[l+6]\cdot\frac{1}{\varrho^6}=0{,}37072$$

$$[l+7]\cdot\frac{1}{\varrho^7}=0{,}35023258334$$

$$[l+8]\cdot\frac{1}{\varrho^8}=0{,}33070369231$$

$$[l]\ K=3{,}25448402215$$
$$K=6{,}2502714$$

Ferner:

$$[l+9]\cdot\frac{1}{\varrho^9}=0{,}312119614286$$

$$[l+10]\cdot\frac{1}{\varrho^{10}}=0{,}2943714$$

$$[l+11]\cdot\frac{1}{\varrho^{11}}=0{,}2774303125$$

$$[l]\ Q=0{,}8839213326786$$
$$Q=1{,}69723769$$

Alſo in (21) $b=\frac{16{,}9723769}{6{,}2502714}=2{,}7154625$ Rthl.

Wäre nicht $A=0$; ſondern z. B. $A=2$ Rthl. ſo wäre

$$b=\frac{14{,}97237769}{6{,}2502714}=2{,}39548 \text{ Rthl.}$$

25) Exemp. zu (22). Für die Werthe in (21), ſey dabey $m=50$ Jahr; ſo iſt:

$$[l+1][m+1]\cdot\frac{1}{\varrho}=0{,}14001819355$$

$$[l+2]\ [m+2]\cdot\frac{1}{\varrho^2}=0{,}1282242353$$

$$[l+3]\ [m+3]\cdot\frac{1}{\varrho^3}=0{,}117301432432$$

[l+4]

$$[l+4]\,[m+4]\cdot\frac{1}{\varrho^4}=0{,}107290275$$

$$[l+5]\,[m+5]\cdot\frac{1}{\varrho^5}=0{,}098018875$$

$$[l+6]\,[m+6]\cdot\frac{1}{\varrho^6}=0{,}08926938$$

$$[l+7]\,[m+7]\cdot\frac{1}{\varrho^7}=0{,}08118372$$

$$[l+8]\,[m+8]\cdot\frac{1}{\varrho^8}=0{,}0736471667$$

$$[m]\,[l]\,L=0{,}834953827952$$

$$L=5{,}46426$$

Alſo in (22) $b=\frac{16{,}9723769}{5{,}46426}=3{,}10607$ Rthl.

Wäre auch nun A = 2 Rthl. ſo wäre hier

$$b=\frac{14{,}9723769}{5{,}46426}=2{,}74005375 \text{ Rthl.}$$

26) Hieraus erhellet, daß ein 50 jähriger Vater ſeinem Sohne, wenn er für ihn, vom 12ten bis ins 20ſte Jahr, jährlich 31 Rthl. der Kaſſe bezahlt, auf drei Jahre, eine Studierrente von 100 Rthl. erkaufen kann; daß aber der Sohn, wenn er ſie ſich ſelbſt erkauft, hiefür nur jährlich 27,155 Rthl. zu bezahlen nöthig hat.

Wäre in (21) $b=0$; ſo wäre $A=QR=16{,}9724$ Rthl. Wäre in (22) $b=0$; ſo wäre dort auch $A=QR$; weil dann das Leben des Vaters in keine Verbindung kömmt. Der zwölfjährige Sohn erlegt alſo jezt, etwas über die Hälfte von dem, was er nach acht Jahren bekommen ſoll.

Todtenkaſſen.

27) Wenn eine Geſellſchaft in der Abſicht zuſammen tritt, daß ſie bey jedem Todesfalle eines ihrer Mitglieder, ſeinen Erben zur Beſtreitung der Begräbniß- und Trauerkoſten eine gewiſſe Summe erlegt, die von allen Mitgliedern allmählig aufgebracht iſt; ſo heißt die Kaſſe, welche ſie hiezu errichtet, eine **Todten- Sterbe- oder Trauerpfennigskaſſe.**

Das verſtorbene Mitglied, hat alſo auch mit beytragen müſſen, und da es offenbar iſt, daß bey gleichen Geſundheitsumſtänden, ein älteres Mitglied wahrſcheinlicher Weiſe eher ſterben wird, als ein jüngeres; ſo iſt es auch billig, daß das ältere Mitglied in der kürzern Zeit, die es in der Geſellſchaft zubringt, eben ſo viel erlegt, als das jüngere Mitglied, in der längern Zeit; folglich müſſen auch die Todtenkaſſen nach den Sterblichkeitsordnungen berechnet werden, und da hier Mitglieder von beiderley Geſchlechte durch einander angenommen werden; ſo wird hier die allgemeine Sterblichkeitsordnung zum Grunde gelegt.

28) Es trete alſo eine Geſellſchaft von M Perſonen, deren jede m Jahre alt iſt, zuſammen. Jedes Mitglied erlege jezt das Antrittsgeld A, und die Ueberlebenden noch am Ende jedes Jahres den Beytrag b. Dagegen zahlt die Kaſſe bey jedem Todesfalle D aus. Man ſoll eine Größe durch die andern beſtimmen. Dazu dient folgende Vorſtellung: Die Kaſſe erhält jezt gleich M A;

und nach Jahren	bekömmt ſie	dieſes iſt ihr jezt werth.
1	$\frac{[m+1]}{[m]} Mb$	$\frac{[m+1]\, Mb}{\varrho\, [m]}$
2	$\frac{[m+2]}{[m]} Mb$	$\frac{[m+2]\, Mb}{\varrho^2\, [m]}$
⋮	⋮	⋮
x	$\frac{[m+x]\, M\, b}{[m]}$	$\frac{[m+x]\, M\, b}{\varrho^x\, [m]}$

Alſo iſt der ganze jezige Werth ihrer Einnahme $= M\,(A + \mu\, b)$.

29) Aber nach

Jahren	zahlt ſie aus.	Dieſes iſt ihr jezt werth.
1	$\frac{[m] - [m+1]\, MD}{[m]}$	$\frac{[m] - [m+1]\, MD}{\varrho\, [m]}$
2	$\frac{[m+1] - [m+2]\, MD}{[m]}$	$\frac{[m+1] - [m+2]\, MD}{\varrho^2\, [m]}$
⋮	⋮	⋮
x	$\frac{[m+x-1] - [m+x]\, MD}{[m]}$	$\frac{[m+x-1] - [m+x]\, MD}{\varrho^x\, [m]}$

Alſo iſt der ganze jezige Werth ihrer zukünftigen Ausgaben $= M D \delta$; wenn die Summe aller Coefficienten von D in der letzten Columne $= \delta$ iſt; folglich hat man:

$$A + \mu b = \delta D;\ b = \frac{\delta D - A}{\mu}$$

30) Entwickelt man aber den Werth von δ; ſo erhält man:

$$\delta = \frac{1}{\varrho} + \frac{[m+1]}{[m]\varrho^2} + \frac{[m+2]}{[m]\varrho^3} + \cdots + \frac{[m+x-1]}{[m]\varrho^x}$$

$$- \left(\frac{[m+1]}{[m]\varrho} + \frac{[m+2]}{[m]\varrho^2} + \cdots + \frac{[m+x-1]}{[m]\varrho^{x-1}} + \frac{[m+x]}{[m]\varrho^x}\right)$$

Die unterſte Reihe iſt offenbar $= \mu$; und die oberſte

$$= \frac{1}{\varrho} + \frac{\mu}{\varrho} - \frac{[m+x]}{[m]\varrho^{x+1}}$$

Weil aber $[m+x] = 0$ ſeyn muß; ſo iſt offenbar, daß auch $\frac{[m+x]}{[m]\varrho^{x+1}} = 0$ wird; folglich iſt dann:

$$\delta = \frac{1+\mu}{\varrho} - \mu$$

Setzt man dieſes in (30); ſo erhält man:

$$b = \frac{\frac{1+\mu}{\varrho} D - \mu D - A}{\mu}$$

$$= \frac{(1+\mu) D - \varrho A}{\varrho \mu} - D$$

Daß man alſo die ganze Aufgabe in (28), durch ſchon berechnete Leibrententabellen auflöſen kann.

Da dieſe aber nach der Sterblichkeitsordnung für Rentenirer eingerichtet ſind; ſo müſſen ſie auch auf die allgemeine Sterblichkeitsordnung reduciret werden, durch den Proportionsſatz: Wie ſich die mitlere Lebensdauer eines m jährigen Rentenirers, zu dem Werthe ſeiner Leibrente verhält; ſo verhält ſich die mitlere Lebensdauer eines m jährigen aus der allgemeinen Sterblichkeitsordnung, zu dem Werthe einer Leibrente auf ſein Leben.

31) Exemp.

31) Exemp. zu (28). Es ſey $A = 1$ Rthl. $D = 10$ Rthl. $m = 60$ Jahr; So iſt die mitlere Lebensdauer eines m jährigen Rentenirers = 14,36 Rthl. den Werth einer Leibrente 1 für ſein Alter = 8,92307; die mitlere Lebensdauer eines m jährigen nach der allgemeinen Sterblichkeitsordnung = 11,87 Jahr;

Alſo der Werth einer Leibrente 1 für ſein Alter $= \frac{11,87 \cdot 8,92307}{14,36} =$ 7,375825; $(1+\mu) D = 83,75825$; $\varrho A = 1,05$; $\varrho \mu = 7,7127475$;

$$\text{Alſo } b = \frac{82,70825}{7,7127475} - 10;$$

$$\log. 82,70825 = 1,9175489$$
$$\log. 7,7127475 = 0,8872092$$
$$1,0303397 \text{ giebt } 10,72358$$

und $b = 0,72358$ Rthl.

Die Aenderung hierin, wenn der Beytrag immer im voraus bezahlt wird, wird jeder leicht ſelbſt finden; Eben ſo auch die Berechnung der nothwendigen Unkoſten der Kaſſe.

32) Auch kann man hier wie bey den Wittwenkaſſen, die Rechnung nur durch Decennia, nach einem mitlern Durchſchnitte führen, auf folgende Art, wenn hier noch zu (31) angenommen wird, daß die Geſellſchaft aus 300 ſechzigjährigen beſtehe. Die Kaſſe nimmt alſo gleich ein 300 Rthl. und nützet ſie 40 Jahre; dieſes beträgt dann 2112 Rthl. Ferner nimmt ſie ein

im Anfange des Decennii	leben Mitglieder.	Dieſe haben bis zum Ende des Decennii beygetragen.	Mitlerer Zahlungstermin vom Anfange an.	Die Kaſſe nutzet ſie alſo Jahre.	Die Beyträge betragen am Ende mit den Nutzen.
1	300	2194 · b	5 Jahre	35	12102 · b
2	159	943 · b	15 —	25	3188 · b
3	48	219 · b	24 —	16	477 · b
4	11	35 · b	33 —	7	49 · b
4,5	5	15 · b	36 —	4	18 · b
5	1				
					Ueberhaupt 15834 · b

Aber

Aber vom Anfange bis zu Anfange des Decennii	zahlt die Kaſſe aus.	Mitlerer Zahlungstermin.	Muß ſie alſo verzinſen.	Beträgt mit Zins und Zinseszinſen.
1 — 2	141·D	5 Jahre	35 Jahre	778·D
2 — 3	111·D	14 —	26 —	395·D
3 — 4	37·D	23 —	17 —	85·D
3 — 4,5	6·D	32 —	8 —	8·D
4,5 — 5	5·D	37 —	3 —	6·D
			Ueberhaupt	1272·D

Alſo hat man $1272\,D = 15834 \cdot b + 2112$ Rthl.

$$\text{oder } 14832 \text{ Rthl} = 15834 \cdot b;$$

$$b = \frac{14832}{15834} = 0{,}93165 \text{ Rthl.}$$

Ein Beytrag, der von den in (31) ohngefehr um 0,2 Rthl. alſo ſehr beträchtlich verſchieden iſt. Dieſes mag daher kommen, weil hier nicht nach der größten Schärfe gerechnet iſt, welches nicht möglich, da man hier verſchiedene falſche Vorausſetzungen, theils in den Abſterben der Mitglieder, theils auch bey den mitlern Zahlungsterminen gebraucht.

33) Nun berechne man nach eben dieſer Art, den Beytrag bey gleichem Antrittsgelde und Sterbepfennig, für eine Geſellſchaft von M Perſonen, in der jedes Mitglied zehn Jahre älter oder jünger iſt, als die vorhin berechneten. Den Unterſchied dieſer beiden Beyträge, vertheilet man in arithmetiſcher Reihe auf zehn Jahre; ſo erhält man, wieviel Beytrag jeder geben muß, der 1; 2; 3; ... 9 Jahre jünger oder älter iſt als der, für den der Beytrag zuerſt berechnet war. Dieſes iſt ohngefehr Kritters Methode (Oekon. Polit. Auflöſ. der wichtigſten Fragen ꝛc.)

34) Gewöhnlich werden dieſe Kaſſen auf einen Contributionsfuß eingerichtet, ſo daß bey einem Todesfalle, alle Mitglieder den Trauerpfennig zu gleichen Theilen, zuſammen tragen. Soll dieſer dann aus D Rthl. beſtehen; jedes Mitglied aber nur dazu $\frac{1}{q}$ Rthl. beytragen; ſo iſt offenbar, daß die Geſellſchaft aus $qD + 1$ Mitgliedern beſtehen muß, weil das eben verſtorbene Mitglied, keinen Beytrag bezahlen kann.

Die Magdeburgiſche Neuſtädter Geſellſchaft, beſteht aus 725 Mitgliedern. Jedes bezahlt bey jedem Sterbefalle $\frac{1}{12}$ Rthl. der Trauerpfennig iſt = 50 Rthl. Die Kaſſe nimmt alſo bey jedem Sterbefalle ein $\frac{724}{12}$ Rthl. = $60\frac{1}{3}$ Rthl. folglich

hat

hat ſie jedesmal $10\frac{1}{3}$ Rthl. Ueberſchuß. Hiedurch ſetzt ſie ſich in den Stand, gleich bey eintretenden Todesfalle den Erben das Geld zu bezahlen, ohne ſie auf die einlaufenden Beyträge warten zu laſſen. Auch kann ſie auf dieſe Weiſe bey eintretenden Epidemien, wo die Beyträge ſchwer aufzubringen ſind, ihr Verſprechen erfüllen.

Dieſe Einrichtung ſetzt zum voraus, daß die Geſellſchaft rekrutirend iſt, und daß immer Rekruten genug vorhanden ſeyn werden. Um dieſes in Voraus wiſſen zu können, kann man Süſters Erfahrung (a. a. O. S. 81.) zum Grunde legen; nämlich: daß von jeden 6000 Lebenden worunter 0 jährige und Greiſe ſind, ſich 625 entſchlieſſen, dem Inſtitute beyzutreten; und daß dabey ſo viele übrig bleiben, als die Geſellſchaft zu Rekruten braucht. Alſo könnten in Braunſchweig wo ohngefehr 24000 Menſchen leben, ſicher drei Todtenkaſſen, jede von 625 Mitgliedern, errichtet werden.

Aber allerdings müßte der jedesmalige Beytrag nicht zu hoch ſeyn, weil ſehr viele, die beyzutreten wünſchen, ihn nicht immer erlegen können. So dauerte es ziemlich lange, ehe eine Braunſchweigiſche Kaſſe, die aus 300 Mitgliedern beſtehen, und wo bey jedem Todesfalle ein jedes Mitglied $\frac{1}{3}$ Rthl. erlegen ſollte, zu Stande kam. Weit beſſer wäre es, wenn ſie aus 601 Mitgliedern, wovon jedes bey jedem Todesfalle $\frac{1}{6}$ Rthl erlegt hätte, beſtünde. Bey allen aber die ſo eingerichtet ſind, muß ein jedes Mitglied, gleich zwei Beyträge in voraus bezahlen, damit die Kaſſe gleich bey eintretenden Todesfalle den Trauerpfennig auszahlen kann.

34) Daß aber dieſe Einrichtungen unbillig ſind, und daß das Inſtitut nicht wird beſtehen können, wenn es an Rekruten fehlen ſollte, erhellet aus folgenden:

Geſetzt die Geſellſchaft ſoll aus n Perſonen beſtehen, deren jede bey jedem Todesfalle a erlegt; daß alſo die Erben des verſtorbenen Mitglieds, jedesmal $(n - 1)\,a$ erhalten. Nun nehme man an, daß erſt alle die, welche die Geſellſchaft errichtet haben, ſterben, ehe ein Rekrute ſtirbt; ſo hat der, welcher zuerſt ſtirbt nichts bezahlt, und bekömmt $(n - 1)\,a$, welches alſo nichts als Gewinnſt iſt. Der zweite, hat einen Beytrag bezahlt, folglich iſt ſein Gewinnſt $= (n-1)\,a - a = (n - 2)\,a$; der pte, hat $p - 1$ Beyträge bezahlt, und bekömmt dafür $(n - 1)\,a$; alſo iſt ſein Gewinnſt $= (n-p)\,a$. Der nte aber, hat $(n - 1)$ Beyträge bezahlt, und bekömmt auch nur $(n - 1)\,a$; folglich bleibt er nur ſchadloß. Von den Stiftern gewinnt alſo nicht ein jeder, und auch nicht gleichviel.

Fangen aber nun auch die Rekruten an zu ſterben, in der Ordnung in der ſie beygetreten ſind; ſo iſt es offenbar, daß von ihnen keiner gewinnen kann. Aber

 von

von den Rekruten werden ſchon welche ſterben, wenn noch Stifter leben; alſo müſſen dieſe ſo viele Beyträge mehr bezahlen, als Rekruten vor ihnen ſterben. Bey ihrem Tode bekommen ſie deßwegen nicht mehr als vorhin. Folglich werden in dieſem Falle nicht einmal alle ſchadloß bleiben, ſondern verſchiedene gar verlieren, und dieſer ihre Anzahl wird immer um ſo viel größer ſeyn, je mehrere Rekruten, zwiſchen den alten Mitgliedern geſtorben ſind.

Alſo iſt es offenbar, daß einige der alten Mitglieder zum Schaden der folgenden bevortheilet werden. Sollte ihnen dieſes zugeſtanden ſeyn, weil ſie als Stifter der Geſellſchaft angeſehen werden könnten; ſo findet wieder die Ungerechtigkeit ſtatt, daß nicht alle Stifter gewinnen, ſondern einige gewiß verlieren.

Doch iſt dieſe Einrichtung für Todtenkaſſen nicht ſo ſchädlich, als für Wittwenkaſſen. Bey dieſen häufet ſich der Schaden der Mitglieder von Jahre zu Jahre, wie die Anzahl der Wittwen zunimmt, weil ſie für eben dieſelbe Wittwe mehrere Beyträge geben müſſen; dagegen nur hier für ein Mitglied ein Beytrag bezahlt wird.

35) Dieſe Geſellſchaften werden auch wie bey Wittwenkaſſen in geſchloſſene und ungeſchloſſene eingetheilt, und offenbar iſt es, daß auch bey dieſem Inſtitute, eben die Vortheile, Verpflichtung, Strafen, und im ganzen eben die Einrichtung, wie bey den Wittwenkaſſen ſtatt finden muß, mit denen es auch verbunden werden kann.

Bey Kaſſen, wo die Mitglieder nur bey einem eintretenden Todesfalle ihre Beyträge bezahlen, pflegt ſie der Pedel einzuſammlen, wofür er jedesmal etwas gewiſſes bekömmt. Auch müſſen die Mitglieder bey ihrem Antritte noch eine geringe Summe für den Antrittsſchein erlegen, wogegen ſie auch ein Buch mit dem Verzeichniſſe aller Mitglieder erhalten; in dieſes werden allmählig die Rekruten eingetragen, die abgeſtorbenen ausgetilget, und auch vom Pedel der Empfang der Beyträge beſcheiniget.

Siebentes Capittel.

Vermiſchte Rechnungen welche von den Schriftſtellern über die juriſtiſche Mathematik abgehandelt ſind.

1) Die Abſicht warum ich dieſe hier vortrage, iſt damit man in der Kürze die Rechnungen überſehen möge, welche Juriſten in der Praxis wohl vorkommen können. Hieher rechne ich nicht die gewöhnlichen Anfangsgründe der

der Arithmetik, welche im Polack, ohne gehörig bewieſen zu ſeyn, einen beträchtlichen Abſchnitt ausmachen; Ein jeder muß ſie wiſſen, der nur ſeine eigene Geldangelegenheiten in ſeinem Leben einmal zu beſorgen gedenkt. Eine Arithmetik für Juriſten, ſollte nur die Anwendung dieſer Grundſätze zeigen.

Eben ſo wenig darf ich mich auf die juriſtiſchen Lehren der hier vorkommenden Materien einlaſſen. Sie gehören nur in ein Collegium Juris; und der, der ſie vorhin nicht weiß, wird ſie aus einer juriſtiſchen Arithmetik nie erlernen, ſo bald dieſe nur Arithmetik ſeyn ſoll.

2) Zur Berechnung des **Pflichttheils** iſt folgendes Geſetz: 4 oder weniger Kinder bekommen $\frac{1}{3}$; 5 oder mehr Kinder die Hälfte des väterlichen Vermögens. Es ſey die Anzahl der Kinder $= m$; das väterliche Vermögen $= h$; der Pflichttheil von allen $= \frac{h}{n}$; ſo iſt eines Kindes Pflichttheil $= \frac{h}{m \cdot n}$.

Wo man nur zu merken braucht, daß wenn $m > 4$; immer $n = 2$; wenn $m < 5$; immer $n = 3$ iſt.

3) **Langsdorf** (Erläut. der Käſtnerſchen Anal. zweite Fortſ. S. 394.) giebt zur Berechnung der Legitima folgende allgemeine Formel:

$$l = \frac{h}{11 \mp 1 - \frac{1}{2} K \pm \frac{1}{2} K}$$

Wo die obern Zeichen gelten, wenn in (2) $m > 4$; die untern aber, wenn $m < 5$; K iſt aber eine ganze veränderliche Zahl; und iſt

bey 1 Kinde = 3
bey 2 Kindern = 2
bey 3 Kindern = 1
bey 4 Kiudern = 0
bey 5 Kindern = 0
bey 6 Kindern = 1
bey 10 Kindern = 5 u. ſ. w.

Daß nun die Legitima richtig beſtimmt wird, ergiebt ein jedes Exempel; Könnte man aber nur annehmen, daß zu dieſer Beſtimmung Rechnung gehörte; ſo würde durch die Formel leicht, wegen der Veränderlichkeit der Zeichen und der Zahl K, bey manchem Fehler entſtehen.

4) Bey Berechnung der **Lehnscompetenz** der Töchter, wird gewöhnlich eine Verhältniß auf folgende Art angegeben: jeder Sohn bekömmt drei oder viermal ꝛc. ſo viel als eine Tochter. Dieſe Verhältniß werde ausgedruckt durch $p:1$; der Werth des Lehngutes ſey $= a$; die Anzahl der Söhne $= m$; die der

Töchter

Töchter = n; ſo muß, wenn jede Tochter x bekömmt, der Sohn px bekommen; man hat alſo:

$$mpx + nx = a \text{ und } x = \frac{a}{mp + n}$$

Nach der Neumärkſchen Lehnsconſtitution von 1724. P. IV. p. 44. §. 71. wird p = 2 geſetzt. Iſt alſo m = 4; n = 2; a = 20000 Rthl. ſo iſt x = 2000 Rthl.

Nach der Churbrandenburgiſchen Lehnsconſtitution aber von 1723. §. 12. iſt p = 4; doch mit der Einſchränkung: daß wenn die Anzahl der Töchter ſo groß iſt, daß die Summe ihrer Antheile die Hälfte von dem Werthe des Guthes überſteigt, für ſämtliche Töchter nur die Hälfte des Guthes genommen werden ſoll.

Wäre alſo m = 4; n = 3; ſo wäre $x = \frac{a}{4 \cdot 4 + 3}$ nach obiger Formel; wäre aber m = 2; n = 9; ſo gäbe dieſe Formel $x = \frac{a}{8 + 9}$; offenbar wider das Geſetz, weil 9 x > 8 x. Dann bekommen die Töchter zuſammen $\frac{a}{2}$; jede aber $\frac{a}{9 \cdot 2}$; und jeder Sohn $\frac{a}{2 \cdot 2}$.

Man ſehe Polack Math. For. p. 63. f.

Berechnung der Quartä Falcidiä.

5) Ein Teſtator hinterläßt jemanden der m Jahre alt iſt, ein jährliches Legat = l; das ihm von der Erbſchaft e, nach n Jahren, auf Lebenstage ausgezahlet werden ſoll. Was iſt der Werth des Legats?

Es ſey α der Werth einer Leibrente 1 für einen m jährigen, ſo daß nach n Jahren die erſte Hebung fällt, wie es nach (Cap. IIII. 21) gefunden wird,

wenn man dort ſtatt	M	a
hier	1	l

So iſt der jezige Werth des Legats = l α;

6) Nach dem Geſetze ſoll aber nicht ſeyn $l\alpha > \frac{3}{4} e$; Es iſt alſo $l\alpha = \frac{3}{4} e$ die Gränze, wie weit der Teſtator im Legate gehen darf.

Geſetzt

Geſetzt nun der Teſtator habe den Erben onerirt; ſo daß $l\alpha > \frac{3}{4}e$. Der Erbe verlangt, daß vom Legate der gebührende Abzug geſchehe.

Es ſey nach geſchehenem Abzuge die jährliche Rente $= \lambda$; ſo muß dann ſeyn $\lambda\alpha = \frac{3}{4}e$; folglich $\lambda = \frac{3e}{4\alpha}$ und der jährliche Abzug $= l - \lambda$; und ſein jeziger Werth $= (l - \lambda)\alpha$.

7) Der Legatarius ſterbe nun nach p Jahren, ſo daß $p > n$; ſo hat er $(p - n)$ Jahre die Rente λ genoſſen; der jezige Werth hievon iſt $= \frac{\varrho^{p-n} - 1}{(\varrho - 1)\varrho^{n}}\lambda = R$ wie man ihn aus (Cap. I. 36) findet wenn man

dort ſtatt	μ	t	n	ϱ	q	S
hier ſetzt	ϱ	1	$p - n$	1	n	λ

8) Nun ſey $R < \frac{3}{4}e$; Kann er dann vom Erben, in Betrachtung, daß dieſer das Legat verringert hatte, $\frac{3}{4}e - R$ mit allen Zinſen und Zinſeszinſen, ſeit p Jahren zurückfordern? Dieſe Summe würde betragen $\varrho^{p}(\frac{3}{4}e - R)$:

Oder wird dieſes dadurch aufgehoben, daß der Abzug vom Legate, nach der Mortalitätsordnung berechnet iſt, und daß es für den Erben vom Anfange an eben ſo leicht wahrſcheinlich war, daß er mehr oder weniger als $\frac{3}{4}e$ bezahlen würde? Mir ſcheint es billig.

9) **Exempel.** Der Legatarius ſey alt 50 Jahre $= m$; das jährliche Legat ſey $= 140$ Rthl $= l$; die Erbſchaft ſey $= 2000$ Rthl. $= e$; ferner $n = 1$;

So iſt aus **Tab.** *VIII.* der jezige Werth einer Leibrente von 140 Rthl. $= 140 \cdot 11{,}425 = l\alpha = 1599{,}5 = 1600$ ohne beträchtlichen Unterſchied.

Aber es iſt $\frac{3}{4}e = 1500$ Rthl. der Erbe iſt alſo mit 100 Rthl. onerirt; Alſo iſt nach (6) $\lambda = 131{,}66$ Rthl. und $l - \lambda = 8{,}34$ Rthl.

Aber nach **Tab.** *III.* findet man, daß man für 1500 Rthl. die jezt erlegt werden, 17 Jahre hinter einander, jährlich 131,66 Rthl bekommen kann. Lebt alſo der Legatarius länger als 17 Jahre; ſo hat der Erbe auch noch jezt Schaden: ſtirbt er früher; ſo hat der Erbe Vortheil. Zu beiden aber hat er ohngefehr gleichviel Wahrſcheinlichkeit, weil nach **Tab.** *V.* die mitlere Lebensdauer eines 50jährigen iſt $= 16{,}66$ Jahre.

10) Soll aber die Berechnung nicht nach der Lehre von der Wahrſcheinlichkeit, ſondern nach den ausdrücklichen Buchſtaben des l. 68. ad l. falc. (Cap. III. 68) geführt werden; ſo ſey $n + p$ die ganze, dem Legatario noch zugeſtandene Lebenszeit. Am Ende vom $(n + 1)$ſtem Jahre, ſollte er alſo das erſte l erhalten, und am Ende des $(n + p)$ten Jahre, das letzte.

Man

Man findet alſo den jezigen Werth dieſer Zeitrente

$$\left(\begin{array}{r|c|c|c|c|c|c} \text{wenn man in (Cap. I. 36) ſtatt} & q & t & \varrho & S & \mu & n \\ \text{hier ſezt} & n & 1 & 1 & l & \varrho & p \end{array}\right)$$

$$= \frac{(\varrho^{p} - 1)}{(\varrho - 1)\,\varrho^{n+p}} \cdot l$$

11) Der Erbe ſey onerirt; nach gehörig verrichtetem Abzuge, bekomme der Legatarius nur λ; ſo iſt:

$$\frac{(\varrho^{p} - 1)}{(\varrho - 1)\,\varrho^{n+p}} \cdot \lambda = \tfrac{3}{4}\,e \text{ folglich}$$

$$\lambda = \frac{3e \cdot (\varrho - 1)\,\varrho^{n+p}}{4\,(\varrho^{p} - 1)}$$

12) Iſt nun $m > 25$ Jahr; ſo hat der Erbe hiebey immer wahrſcheinlicher Weiſe Schaden, weil Ulpianus die Lebensdauern, bey größerm Alter, immer zu klein angiebt, das allerhöchſte Alter ausgenommen. In dem Falle aber iſt er geſichert, wenn er gleich beym Antritte der Erbſchaft, den nach (11) beſtimmten jezigen Werth des Legats auszahlt.

Man könnte aber fragen, ob ein Erbe, der ſo große Legate auszahlen muß nöthig hat, die vermachte Leibrente länger, als bis an das angeſetzte $(n+p)$te Zieljahr zu bezahlen? Muß er es thun; ſo muß er dieſes von dem $\tfrac{1}{4}\,e$, was er **nach den Geſetzen ganz reine behalten** ſoll, oder wenn der Legatarius lange lebt, wohl gar von ſeinem eigenthümlichen Vermögen auszahlen.

Wird aber zugeſtanden, daß er nach $n+p$ Jahren aufhören kann das Legat zu bezahlen; ſo hat auch des Legatarii Erbe das Recht, wenn der Legatarius vor dem Verlauf der $n+p$ Jahre ſterben ſollte, noch ſo viele Jahre das Legat zu verlangen, als an dem Tode des Legatarii, an der ihm feſtgeſetzten Lebenszeit fehlt. Die Rechnung hiezu wäre folgende:

13) Geſetzt der Legatarius ſtirbt nach $n+r$ Jahren, ſo daß $r < p$; ſo müßte der Erbe fortfahren, noch $p-r$ Jahre, das Legat λ auszuzahlen; dieſes wäre ihm dann werth $\frac{(\varrho^{p-r} - 1)\,\lambda}{(\varrho - 1)\,\varrho^{p-r}}$; nach (Cap. I. 37) welches er alſo auch auf einmal nachbezahlen könnte.

Es trete aber nun der Fall ein, daß in (10) $\frac{(\varrho^{r} - 1)\,l}{(\varrho - 1)\,\varrho^{n+r}} < \tfrac{3}{4}\,e$; ſo hätte nach dem Teſtamente, der Legatarius r Jahre hindurch, $(l - \lambda)$ zu wenig bekommen.

Dieſes beträgt bey ſeinem Tode $\frac{\varrho^r - 1}{\varrho - 1}(l - \lambda)$ wie man es nach (Cap. I. 55. in der letzten Columne) finden kann.

Käme nun hiezu der Fall, daß

$$\frac{\varrho^r - 1}{\varrho - 1}(l - \lambda) < \frac{(\varrho^{p-r} - 1)\lambda}{(\varrho - 1)\varrho^{n+r}}$$

Und fände für den Erben eine Reſtitutio in integrum ſtatt; ſo iſt es offenbar, daß er dann nur noch $\frac{\varrho^r - 1}{\varrho - 1}(l - \lambda)$ auszahlen müßte.

14) Exemp. zu (10) für die Größen in (9); ſo iſt nach (Cap. III. 68.) noch die Lebensdauer des 50 jährigen = 9 Jahr; alſo der jezige Werth des Legats $= \frac{\varrho^9 - 1}{(\varrho - 1)\varrho^9} \cdot 140$ Rthl.

Und nach Tab. *III.* findet man ihn = 995,1 Rthl. alſo wäre hier der Erbe nicht onerirt.

15) Wie viele Jahre kann er 140 Rthl. auszahlen, um nicht onerirt zu ſeyn?

Da hat man offenbar $\frac{\varrho^p - 1}{(\varrho - 1)\varrho^p}\, l = \frac{3}{4} e$

$$\text{und } p = \frac{\log. 4 l - \log. (4 l - (\varrho - 1) 3 e)}{\log. \varrho}$$

Für die hieſige Aufgabe wird p beynahe = 16 Jahre.

16) Sollen aber auch bey der Rechnung in (10), nur einfache Zinſen berechnet werden; ſo kann es nach den im erſten Capittel angeführten Grundſätzen geſchehen. Wird von der Erbſchaft aber auch die *Legitima* und *Quarta Trebellianica* abgezogen; ſo hat dieſes auf die vorhergehende Rechnung keinen Einfluß, da e eine jede Größe bedeuten kann. Der Juriſte entſcheidet welche von beiden zuerſt, und ob beide vor der *Falcidia* abgezogen werden oder nicht. S. Polack Math. For. p. 66. f.

Von der Verletzung über die Hälfte.

ad tit. de Reſcind. emt. vendit.

17) Hieher gehört nicht die Verletzung wegen der ſchlechtern Eigenſchaften der Sache, nicht die, wegen eines kleines Maaßes, ſondern nur wegen des Werthes und Preiſes.

 Nun

Nun ſey einer Sache Werth = p; der Verkäufer verkauft ſie für m. Iſt nun $m < \frac{p}{2}$; ſo iſt der **Verkäufer** nach dem Geſetze **enorm lädirt.**

Vom **Käufer** ſagt das Geſetz nichts. Durch die Interpretation wird es nur auf ihn gebracht. Hiezu geben alle Juriſten zu, daß eine Gleichheit der Umſtände zwiſchen Käufer und Verkäufer ſtatt finden müſſe. Wie aber dieſe Gleichheit zu ſchätzen ſey, hierüber iſt der Streit.

18) Ein gewöhnlicher richtiger Sprachgebrauch iſt es, daß jemand, der 100 Rthl. im Vermögen hat, hievon aber 25 Rthl. verliert, ſagt: Ich habe $\frac{25}{100}$ oder $\frac{1}{4}$ meines Vermögens verlohren. Um alſo den Verluſt zu ſchätzen; ſo ſetzt man ihn in eine Verhältniß, mit der ganzen Maſſe des gehabten Vermögens; oder bey einzeln Sachen, in eine Verhältniß mit dem ganzen wahren Werthe der Sache. Z. B. Der Kaufmann giebt eine Elle Tuch für 2 Rthl. wofür er 3 Rthl. hätte bekommen müſſen; ſein Verluſt wird geſchätzt aus der Verhältniß deßjenigen, was ihm am wahren Werthe fehlt, zu dem wahrem Werthe; oder er iſt $3 - 2 : 3 = \frac{1}{3}$.

19) Denn wollte der erſte in (18) ſagen: ich habe $\frac{25}{75}$ meines Vermögens verlohren; ſo würde ein jeder, dieſes auf die vom vorigen Verluſte übrig gebliebene Summe ziehen; und glauben er hätte von neuem 25 Rthl. verlohren.

Auch ſteht l. 2. C. de reſcind. vend. minus autem pretium eſſe videtur, ſi nec dimidia (veri) ſoluta ſit.

Das Geſetz beſtimmt alſo nicht wie groß der Verluſt ſeyn muß, wenn die enorme Läſion eintreten wird; ſondern es giebt die Verhältniß deſſen, was dem Verkäufer an dem wahren Werthe fehlt, zum wahrem Werthe an. Iſt in dieſer das vorhergehende Glied kleiner als die Hälfte des folgenden; ſo tritt die enorme Läſion ein. Der Sprachgebrauch in (18) iſt alſo auch ganz dem Geſetze gemäß.

20) Da nun der Verkäufer enorm lädirt wird, wenn er weniger als den halben Werth der Sache bekömmt; ſo wird auch der Käufer enorm lädirt, wenn er weniger als die Hälfte der Waare bekömmt, die er für ſein Geld hätte haben müſſen, oder welches einerley iſt, wenn er eben die Waare, wobey der Verkäufer enorm lädirt iſt, noch mehr als einmal ſo theuer bezahlt hat.

Es ſey alſo der Werth der Sache $= p = k + l$; der Verkäufer bekömmt nur k; ſo iſt ſein Verluſt $= \frac{l}{p}$ nach (18).

Der Käufer bezahle aber für eben die Sache $p + \lambda$; ihm fehlt alſo, oder er verliert für λ Waare. Folglich iſt ſein Verluſt $= \frac{\lambda}{p + \lambda}$.

21) Nie-

21) Niemals kann $l = p$ werden, weil man nicht annehmen kann, daß der Verkäufer ſeine Sache für nichts, alſo ſo wohlfeil als es nur möglich iſt verkaufen werde; ſein Verluſt iſt alſo zwiſchen den Grenzen 0 und 1 eingeſchränkt.

Wenn aber der Verkäufer die Sache umſonſt verkaufte; ſo müßte der Käufer, wenn bey ihm ein gleicher Umſtand in Betracht der Läſion ſtatt finden ſollte, die Sache ſo theuer bezahlen als es nur möglich iſt, alſo mit einem unendlichen Preiſe $= p + \infty$; ſeine Läſion iſt dann $\frac{\infty}{p+\infty} = 1$.

Hiezu iſt übrigens eben ſo wenig Wahrſcheinlichkeit, als dazu, daß der Verkäufer die Sache umſonſt verkaufe.

22) Des Käufers Läſionen, ſind alſo auch zwiſchen den Gränzen 0 und 1 eingeſchloſſen. Folglich haben beide einerley Gränzen, zwiſchen welche man in beiden, unendlich viel Glieder ſetzen kann.

Hieraus erhellet, daß die Glieder in beiden Reihen, die gleichweit vom Anfange entfernt ſind, in Betrachtung der Umſtände einander gleich ſeyn werden; folglich kann man auch die Läſionen, welche durch dieſe Glieder ausgedruckt werden an beiden Theilen gleich leicht erwarten.

23) Folglich muß dann nothwendig ſeyn $\frac{l}{p} = \frac{\lambda}{p+\lambda}$; hieraus folgt

$$l : p = \lambda : p + \lambda$$

$$\text{und } p - l : p = p + \lambda - \lambda : p + \lambda = p : p + \lambda$$

Oder: der Preis den der lädirte Verkäufer empfangen hat, verhält ſich zum wahren, wie dieſer zum Preiſe, den der lädirte Käufer bezahlt hat.

Iſt $p - l = \frac{p}{2}$; ſo tritt bey dem Verkäufer die Verletzung um die Hälfte ein; und dann giebt das vierte Glied der vorigen Proportion, die eben ſo leicht zu erwartende Verletzung um die Hälfte, des Käufers. So bald $p - l > \frac{p}{2}$; ſo ſind an beiden Seiten die Verletzungen über die Hälfte da.

24) Exempel. Die Sache ſey werth 12 Rthl. man nehme an, daß man ſie nur Thaler weiſe verkaufen kann; alſo daß für den Verkäufer nur 12 verſchiedene Läſionen ſtatt finden

ſo kann ſie der Verkäufer verkaufen	Der Käufer aber eben ſo leichte kaufen	
für 12 Rthl.	für 12 Rthl.	
— 11	— 13,0909	
— 10	— 14,4	
— 9	— 16	
— 8	— 18	
— 7	— 20,57	
— 6	... 24	Verleßung um die Hälfte.
— 5	... 28,8	Verleßung über die Hälfte.
— 4	— 36	
— 3	— 48	
— 2	— 72	
— 1	— 144	
— 0	— $\frac{144}{0} = \infty$	

Wenn alſo der Verkäufer eine Sache, die 12 Rthl. werth iſt, für 3 Rthl. verkauft; ſo iſt der Käufer eben ſo ſehr lädirt, wenn er eben die Sache mit 48 Rthl. bezahlt. Von den Streitigkeiten der Doktoren hierüber, ſiehe:

I. Samuel Traug. Gebler, diſſ. de laeſione emtoris vltra dimidium recte computanda, Lipſ. 1777.

Auch Polack Math. For. p. 123.

Geſellſchaftsrechnung.

ad tit. ff. pro ſocio. Polack *Math. For. p. 77. ſeq.*

25) Die Aufgabe worauf ſich alle hieher gehörende Fragen gründen, heißt: Eine Größe e in n Theile ſo zu theilen, daß ſich die Theile wie n gegebene Gröſſen f; g; h ꝛc. verhalten. Man ſehe hievon (Käſtner Anfangsgründe der Arithmetik, S. 134. f.)

Die Theile werden ſeyn $\frac{e}{f+g+h+\text{ꝛc.}} \cdot f$; $\frac{e}{f+g+h+\text{ꝛc.}} \cdot g$; $\frac{e}{f+g+h+\text{ꝛc.}} \cdot h$ ꝛc.
Man kann ſie offenbar aus folgendem Detriſatze finden:

$$f+g+h+\text{ꝛc.} : e = f : x = g : y = h : z = \text{ꝛc.}$$

wo x; y; z ꝛc. die geſuchten Theile anzeigen.

26) Nun

26) Nun geben in eine Maſkopey

A 2000 Rthl. }
B 1000 — } und gewinnen hiemit 1000 Rthl.
C 1500 — }

ſo wird hier ſeyn $f = 2000$ Rthl. $g = 1000$; $h = 1500$; $e = 1000$; man ſucht x; y; z; oder wieviel ein jeder vom Gewinnſte bekömmt; dazu iſt aus (25)

$$x = \frac{1000}{2000 + 1000 + 1500} \cdot 2000 = 444{,}444\cdots$$

$$y = \frac{1000}{2000 + 1500 + 1000} \cdot 1000 = 222{,}222\cdots$$

$$z = \frac{1000}{2000 + 1500 + 1000} \cdot 1500 = 333{,}333\cdots$$

und $x + y + z = 999{,}999\cdots = 1000$ Rthl.

27) Geben aber die Compagnons ihr Geld nicht auf gleiche Zeit in den Handel; ſo iſt es offenbar, daß die Vertheilung des Gewinnſtes nicht allein nach der Regel in (25) geſchehen kann, ſondern nach dem Lehrſatze: **daß ſich die Wirkungen verhalten, wie die Produkte aus den Urſachen in die Zeiten.** (Käſtner Anfangsgr. d. Arithm. S. 138.)

Z. B. Gäbe in (26) in die Maſkopey

A 2000 Rthl. auf 4 Jahre }
B 1000 —— 3 — } und gewönnen hiemit 1000 Rthl.
C 1500 —— 2 — }

ſo würde ſeyn:

$$2000 \cdot 4 + 1000 \cdot 3 + 1500 \cdot 2 : 1000 = 2000 \cdot 4 : x = 571{,}4286 \text{ Rthl.}$$
$$= 1000 \cdot 3 : y = 214{,}2857 \text{ —}$$
$$= 1500 \cdot 2 : z = 214{,}2857 \text{ —}$$

und auch hier $x + y + z = 1000$ Rthl.

Denn die Urſachen zum Gewinnſte, ſind hier offenbar die Capitale, welche die Compagnons zu der Maſkopey gebracht haben, und die Summe der Wirkung iſt der Gewinnſt von 1000 Rthl.

Giebt einer von den Compagnons kein Geld, ſondern nur ſeine Mühe zur Maſkopey; ſo wird dieſe in Betracht der Wirkung angeſehen, als wenn er eine gewiſſe

gewiſſe Summe eingelegt hätte, über deren Größe die Compagnons eins werden. (*)

28) Die in (25) angegebenen Größen f; g; h ꝛc. nach denen die Theilung geſchehen ſoll, heiſſen öfters der Fuß. Nach ihm kann man eben ſo wohl eine gewiſſe Größe unter verſchiedene Intereſſenten vertheilen, als die Beyträge von verſchiedenen Intereſſenten zu einer gewiſſen Größe berechnen. Dieſe leztere Rechnung iſt in Betracht ihrer Eigenſchaft nur der erſtern entgegengeſetzt, und heißt

(*) Von der Eintheilung der Gerechtigkeit *in iuſtitiam diſtributivam et commutativam.*

Der Satz: daß Wirkungen ſich wie Urſachen verhalten, wird wohl auch bey größern Geſellſchaften, ſelbſt bey Staaten anzubringen ſeyn. An Vortheilen die Mitglieder eines Staats genieſſen, ſollte wohl jedes nach Verhältniß deſſen Theil zu nehmen berechtiget ſeyn, was es zum gemeinen Beſten beyträgt, und Verbrecher ſollten nach der Verhältniß beſtraft werden, nach der ihre Handlungen dem Staate ſchädlich ſind. Das heißt offenbar: Die Gerechtigkeit welche Bürger in ihrer Beziehung auf den ganzen Staat betrachtet, richtet ſich nach der geometriſchen Verhältniß, Belohnungen, Strafen, machen mit Verdienſten, Verbrechen eine geometriſche Proportion aus.

Wo gegentheils nur Handel einzelner Bürger unter ſich betrachtet wird, wo die Frage iſt: Was der eine geben ſoll, wenn er etwas von dem andern verlangt? Da kann man wohl fordern, der Käufer ſoll durch die Waare, die er bekömmt, ſo viel wieder gewinnen, als er durch das Geld verliert, das er dafür ausgiebt; Gewinnſt und Verluſt, werden blos durch Addiren und Abziehen berechnet, und da die arithmetiſche Verhältniß, Subtraktion zum Kennzeichen hat; ſo kann man wohl ſagen, bey der Gerechtigkeit welche Tauſchungen einzelner Bürger regiert, finde die arithmetiſche Verhältniß ſtatt.

Das iſt wohl eine ſehr leichte Erklärung der berühmten Diviſion der Gerechtigkeit in diſtributivam et commutativam, und des Satzes, daß jene proportionem arithmeticam, dieſe geometricam beobachte. Eine Lehre die vielen Docenten Kopfbrechen verurſacht, und davon Polack ſelbſt (Rechenk. II. Cap. 1 Abhandl.) nicht recht weiß was er ſagen ſoll.

Ob die Diviſion einen Nutzen habe, und wie die Proportionen bey ihr in Ausübung zu bringen ſind, damit laſſe ich mich nicht ein: Ich betrachte die Sache nur, wie man mehr Sachen in der Rechtsgelehrſamkeit betrachten muß, als Etwas wohlhergebrachtes.

Sie iſt aus des Ariſtoteles Ethik V. B. genommen. In Leipzig pflegt bey der feyerlichen Magiſterpromotion, einem der Candidaten, eine Lection über dieſes Buch aufgetragen zu werden. Was ich bey der Veranlaſſung d. 21. Febr. 1737. vorgeleſen habe, ließ ich damals auf einen Bogen drucken: Commentatio de juſtitia, ejusque ſpeciebus, in Ariſtol. Eth. V. Unter andern iſt darinn das hier beygebrachte erinnert, und etwas mehr mathematiſch eingekleidet.

Käſtner.

heißt die **Contributionsrechnung**, da jene die **Repartitionsrechnung** genannt wird; beyde ſind aber mit der eigentlichen Geſellſchaftsrechnung einerley.

Der Fuß, nach dem in (27) die Austheilung geſchahe, iſt aus dem von den hergeſchoſſenen Geldſummen, und aus dem von den Zeiten, welche hindurch ſie in der Handlung blieben, zuſammen geſetzt; alſo ein **zuſammengeſetzter Fuß**. Dieſer kömmt bey Repartitions = und Contributionsrechnungen häufig vor; und wird immer nach dem in (27) angeführten Lehrſatze eingerichtet, auch wenn mehrere Füſſe zuſammen kommen, die eben keine wirkende Urſachen und Wirkungen ſind, aber ſich doch wie dieſe, mit den Zeiten verbunden, verhalten.

Z. B. Die Vermeſſung eines ganzen Amtes iſt zu 200 Rthl. verdungen worden, die Feldmark

des Dorfes	A	hielt	1000	Morgen;	ihre Vermeſſung	dauerte	10 Tage
——	B	—	1200	——	——	——	15 —
——	C	—	1700	——	——	——	14 —
——	D	—	1400	——	——	——	8 —

So iſt hier der zuſammengeſetzte Fuß, nach dem die Dörfer zu den verdungenen 200 Rthl. beytragen müſſen

für das Dorf	A = 10 · 1000 = 10000;	ſein	Beytrag	=	31,746 Rthl.
——	B = 15 · 1200 = 18000	——	——		57,143 —
——	C = 14 · 1700 = 23800	——	——		75,555 —
——	D = 8 · 1400 = 11200	——	——		35,555 —
					199,999 . . .

Denn wäre die Morgenanzahl gleich; ſo würde ſich der Beytrag nach der Zeit, die zur Vermeſſung gebraucht wurde, richten. Wären aber bey ungleicher Morgenanzahl, die Vermeſſungszeiten gleich; ſo würde er ſich nach der Morgenanzahl richten.

29) Eine Menge hieher gehörender ziemlich weitläuftiger Exempel, findet man in **Ungers Beyträge** zur *Math. For.* II. St. *p.* 4. f. wo ſie auch nach der hier angezeigten Art berechnet ſind.

Ferner gehört auch hieher die **Vermiſchungsrechnung**, welche im gemeinen Leben viel, und hauptſächlich beym Münzweſen vorkömmt.

Auch alle Berechnungen die wegen der Haverey (ad tit. ff. ad leg. Rhod. de jactu. Polack Math. For. p. 74.) angeſtellet werden können. Bey dieſen kann kaum ein zuſammengeſetzter Fuß vorkommen. Wie hoch die ausgeworfenen Waaren geſchätzt werden müſſen, und welche Sachen vom Beytrage, zur Vergütung des Schadens frey ſind, wird von Juriſten gelehrt, und iſt in Seeſtädten wohl jedem Kaufmanne bekannt.

Remiſſionsrechnung bey Fruchtſchaden.

30) Dieſe kann dann angeſtellt werden, wenn entweder von den Güthern Pachtgelder, oder andere Abgaben, die ſich hauptſächlich auf den Ertrag des Kornlandes gründen, bezahlt werden. Ein Mißwachs verdirbt einen anſehnlichen Theil der Erndte; ſo iſt es unbillig, daß von den übriggebliebenen, auch noch ſo viel bezahlt werden ſollt, als wenn es unbeſchädigt wäre, wenn durch Verträge nichts anders ausgemacht iſt.

Bey dieſer Rechnung, wird die Taxation des Schadens, auf Geld gebracht, wenn die Abgaben vom Gute, in Gelde entrichtet werden; auch wird der Schade aus allen drei Feldern zuſammen gezogen, weil die Pacht und andere Abgaben, auf die ganze Länderey, nicht auf ein Feld beſonders geht.

31) Es ſey alſo in guten Jahren, nach denen die Abgaben eingerichtet ſind, der Ertrag des Winterfeldes $= a$; der des Sommerfeldes $= b$; der des Brachfeldes $= c$; ſo iſt der Ertrag der ganzen Länderey $= a + b + c = E$; Dieſe Größen ſtellen Produkte aus der Morgenzahl in den Ertrag, auf Geld gebracht, vor.

Nun ſey bey einem Mißwachſe $\frac{p}{n}$ des Winterfeldes; $\frac{q}{n}$ des Sommerfeldes; $\frac{r}{n}$ des Brachfeldes verdorben; ſo beträgt der ganze Schaden im Gelde $\frac{pa + qb + rc}{n}$; und iſt als ein Theil von dem ganzen Ertrage angeſehen $=$

$$\frac{pa + qb + rc}{n(a + b + c)} = S$$

Z. B. Das Winterfeld halte 200 Morgen; ein Morgen bringe ein 6 Rthl.
Sommerfeld halte 100 — — 4 —
Brachfeld halte 25 — — 2 —

So iſt der ganze Ertrag $= 1200 + 400 + 50 = 1650$ Rthl.

Das Aeſtimatum des Schadens im Winterfelde iſt $= \frac{2}{9} = \frac{p}{n}$

im Sommerfelde $= \frac{4}{9} = \frac{q}{n}$

im Brachfelde $= 1 = \frac{9}{9} = \frac{r}{n}$

ſo

ſo iſt $S = \frac{2 \cdot 1200 + 4 \cdot 400 + 9 \cdot 50}{9 \cdot 1650} E = \frac{89}{297}$ des ganzen Ertrags.

32) Heiſſen nun die Abgaben A; und ſoll die Remiſſion R von ihnen, in der Verhältniß des wahren Ertrags ſtehen, ſo iſt offenbar $R = S\,A$; denn die Remiſſion iſt auch Schaden, aber für den, der die Abgaben bekömmt. Wären alſo die Abgaben von dem Guthe in (31) = 300 Rthl. ſo wäre $R = \frac{89}{297} \cdot 300$ Rthl. = 89,899 Rthl.

Aber gewöhnlich ſind in den Landesgeſetzen gewiſſe Theile angegeben, wofür Remiſſion kommen ſoll. Z. B. im Hannöverſchen nach der Verordnung vom $\frac{3}{14}$ Merz, 1738. §. XXI; XXIV. heißt es:

iſt der Abgang Total; ſo iſt die Remiſſion $= \frac{3}{4}$ A
iſt der Abgang $\frac{2}{3}$ des Ertrags; ſo iſt die Rem. $= \frac{1}{2}$ A
iſt der Abgang $\frac{1}{2}$ des Ertrags; ſo iſt die Rem. $= \frac{1}{4}$ A

Für geringere Schaden iſt keiner ſchuldig Remiſſion zu geben. Alſo würde ſie auch nicht für den Fall in (31) ſtatt finden.

33) Aber aus der Verordnung erhellet, daß wenn S zwiſchen $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$ E fällt, R zwiſchen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$ A; wenn S zwiſchen $\frac{2}{3}$ und 1 fällt, R zwiſchen $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ fallen wird.

Um nun die Remiſſion für die Zwiſchenfälle zu berechnen; ſo ſey $S = \frac{h}{k} E$; Man theile nun das Ganze in ſo viel Theile als k angiebt, und interpolire zwiſchen $\frac{1}{4}$ A und $\frac{1}{2}$ A; $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2})\,k$; zwiſchen $\frac{1}{2}$ A und A aber $(1 - \frac{2}{3})\,k$ Glieder, z. B. der Schade ſey $\frac{31}{54}$ E; ſo iſt $k = 54$; alſo $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2})\,Q = \frac{1}{6} \cdot 54 = 9$; Dieſes zeigt alſo an, daß zwiſchen $\frac{1}{4}$ A und $\frac{1}{2}$ A interpolirt werden ſollen neun arithmetiſche Glieder.

Nun ſey die Differenz von zwei aufeinander folgenden Gliedern = e; ſo iſt $\frac{1}{4} + 9\,e = \frac{1}{2}$; $e = \frac{1}{36}$; Daraus erhält man folgendes:

Schade.	Remiſſion.
$\frac{1}{2} E = \frac{27}{54} E$	$= \frac{1}{4} A$
$\frac{28}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{1}{36}) A = \frac{10}{36} A$
$\frac{29}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{2}{36}) A = \frac{11}{36} A$
$\frac{30}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{3}{36}) A = \frac{12}{36} A$
$\frac{31}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{4}{36}) A = \frac{13}{36} A$
$\frac{32}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{5}{36}) A = \frac{14}{36} A$
$\frac{33}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{6}{36}) A = \frac{15}{36} A$
$\frac{34}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{7}{36}) A = \frac{16}{36} A$
$\frac{35}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{8}{36}) A = \frac{17}{36} A$
$\frac{2}{3} E = \frac{36}{54} E$	$— (\frac{1}{4} + \frac{9}{36}) A = \frac{18}{36} A = \frac{1}{2} A$

Und nun zeigt ſich von ſelbſt, daß für $\frac{31}{54}$ E Schaden, die nach dem Geſetze beſtimmte Remiſſion iſt $= \frac{13}{36}$ A; alſo etwas über $\frac{1}{3}$ A.

34) Fände man ſo die Remiſſion für eine ganze Dorfſchaft; ſo wird hernach das Remiſſionsantheil, für jedem Eigenthümer oder Pachter, nach der Repartitionsrechnung, wobey aber eines jeden Ländereyerſt beſonders taxirt, und der Repartitionsfuß, aus der Morgenzahl und der Größe des Schadens, wie er in (31) gefunden iſt, zuſammengeſetzt wird.

Unger handelt auch (Beyträge zur Math. For. II. St. p. 78. f.) ſehr weitläuftig von dieſer Rechnung. Seine übrigen Exempel, enthalten hauptſächlich Remiſſionen von Pachtungen, entweder bey voraus gezahlten, oder am Ende der Pachtung auf einmal zu bezahlenden Pachtgeldern, ſo, daß die Urſache zur Remiſſion, entweder gleich im Anfange, oder in der Zwiſchenzeit der Pachtjahre gefallen iſt. Wie groß die Remiſſion jedesmal iſt, ergiebt die Sache von ſelbſt; Die Aenderungen die hierin die Zinſenrechnung machen kann, ſind nicht ſo beträchtlich, daß man nicht alle die Aufgaben nach (Cap. I.) ſelbſt auflöſen könnte.

Proportionirung der Fäſſer.

35) Unter dieſer Benennung zeigt Unger (Beyt. z. Math. For. I. St. S. 114. f.) nur, daß im Hannöverſchen, die verſchiedenen Dimenſionen der Fäſſer, nicht richtig beſtimmt ſind, ohne die Art, die Größe des Fehlers zu finden, anzugeben. Bey der Berechnung des Innhalts, ſieht er das Faß als einen abgekürzten Kegel, oder als einen coäquirten Cylinder an.

Dafür nehme ich an daß, wenn I = dem Innhalte des Faſſes, die Linie bd = hk (Fig. 3.) = 2a = dem Kopfdurchmeſſer; die Linie eg = 2b = der Spundtiefe; ci = l = der Länge des Faſſes zwiſchen den Boden, man hat

$$I = \frac{\pi l}{3} (2 b^2 + a^2)$$

Oder: **Die Summe von zwei Drittheilen der Kreisfläche durch das Spund, und einem Drittheil der Boden Kreisfläche, in des Faſſes ganze Länge multiplicirt, giebt des Faſſes Innhalt.**

Dieſe Regel iſt unter den Namen der *Lambertiſchen* bekannt, obſchon verſchiedene Mathematiker ihrer, vor Lamberten gedacht haben. Wie ſehr ſie mit der Wahrheit übereinſtimmt, und welche Correktionen man bey verſchiedenen Fehlern der Fäſſer gebrauchen kann, werde ich in einer beſondern Abhandlung zeigen.

36) Man verlangt jezt die Dimenſionen eines Faſſes, deſſen Innhalt $\frac{I}{n}$ des vorigen ſeyn ſoll. Hiezu muß man nothwendig eine oder zwei Dimenſionen anneh-

annehmen, und hieraus die übrigen finden. Nimmt man nur eine an; ſo muß dieſes die Länge ſeyn, welches man auch füglich thun darf, weil ſie ſich an Orten, wo viel Wein = Bier = ꝛc. Handel iſt, wohl mit nach der gewöhnlichen Breite der Lagerſtätte richten muß.

37) Sie ſey alſo gegeben, und $= \lambda$; ſo ſetze man in (35)

ſtatt	b	a	l
hier	β	α	λ

$$\text{und dann iſt } \frac{\pi\lambda}{3}(2\beta^2+\alpha^2) = \frac{1}{n} I = \frac{\pi l}{3n}(2b^2+\alpha^2)$$

$$\text{folglich } 2\beta^2+\alpha^2 = \frac{2b^2 l}{n\lambda} + \frac{a^2 l}{n\lambda}$$

$$\text{und } \beta = b\sqrt{\frac{l}{n\lambda}};\ \alpha = a\sqrt{\frac{l}{n\lambda}}$$

welches voraus ſetzt, daß dieſes Faß dem in (35) proportional iſt.

38) Sind Spundtiefe und Länge, alſo β und λ gegeben; ſo iſt aus (37)
$\alpha = \sqrt{\left(\frac{3I}{n\pi\lambda} - 2\beta^2\right)}$

Sind Kopfdurchmeſſer und Länge, alſo α nnd λ gegeben; ſo iſt $\beta = \sqrt{\left(\frac{3I}{2n\pi\lambda} - \frac{\alpha^2}{2}\right)}$

Sind Spundtiefe und Kopfdurchmeſſer, alſo α und β gegeben; ſo iſt $\lambda = \frac{3I}{n\pi(2\beta^2+\alpha^2)}$

39) Aber oft ſind dieſe Dimenſionen fehlerhaft angegeben, und man ſoll nur ihre Verbeſſerung finden. Hiezu giebt die Differentialrechnung die leichteſte Regel.

Es ſey alſo der Innhalt in (35) und die Länge veränderlich; ſo iſt

$$\text{I.)}\ dI = \frac{\pi}{3}(2b^2+a^2)\,dl$$

Iſt der Innhalt und der Kopfdurchmeſſer veränderlich; ſo iſt

$$\text{II.)}\ dI = \frac{2\pi la}{3}\,da$$

Iſt der Innhalt und die Spundtiefe veränderlich; ſo iſt

$$\text{III.)}\ dI = \frac{4\pi\, l b}{3}\, db$$

40) Sind aber die Dimenſionen des Faſſes ſo gegeben, daß dadurch der verlangte Innhalt heraus kömmt, und man will nur die Dimenſionen ſo ändern, daß der Innhalt dabey bleibt; ſo iſt bey veränderlichen Kopfdurchmeſſer und Spundtiefe

$$\text{I.)}\ da = -\frac{2b\,db}{a};\ db = -\frac{a\,da}{2b}$$

Bey veränderlicher Länge und Spundtiefe iſt

$$\text{II.)}\ db = -\frac{(2b^2 + a^2)\,dl}{4bl};\ dl = -\frac{4lb}{2b^2 + a^2}\cdot db$$

Bey veränderlicher Länge und Kopfdurchmeſſer iſt

$$\text{III.)}\ da = -\frac{2b^2 + a^2}{2al}\cdot dl;\ dl = -\frac{2al}{2b^2 + a^2}\cdot da$$

Wodurch man a; b; und l ſo verändern kann, als es die Umſtände erfordern.

41) Exempel zu (35). Nach v. Münchhauſens Angabe (Hausvater I. Th. S. 580) ſoll ſeyn:

bey einem ganzen Faſſe	l = 43 Zoll	b = 15 Zoll	a = 12 Zoll
bey einem halben	l = 35,25	b = 12,175	a = 10

Hiernach iſt fürs ganze Faß $2b^2 + a^2 = 594$

$$\begin{aligned} \text{Alſo}\ \log. l &= 1{,}6334685 \\ \log. 594 &= 2{,}7737864 \\ \log. \frac{\pi}{3} &= 0{,}0200285 \\ \hline \log. I &= 4{,}4272834 \end{aligned}$$

giebt I = 26747,5 Cub. Zoll.

Fürs halbe Faß wäre $2b^2 + a^2 = 396{,}461$

$$\begin{aligned} \log. 35{,}25 &= 1{,}5471591 \\ \log. 396{,}461 &= 2{,}5982005 \\ \log. \frac{\pi}{3} &= 0{,}0200285 \\ \hline \log. I\ \text{von halben Faſſe} &= 4{,}1653881 \end{aligned}$$

giebt das halbe Faß = 14634,8 Cub. Zoll.

Es ſollte aber ſeyn = 13373,7 wenn man die Hälfte des ganzen Faſſes nimmt; folglich iſt hier die Differenz = 1261,1 Cub. Z. oder um ſo viele Cubik Zolle iſt das halbe Faß nach Münchhauſens Beſtimmung zu groß.

42) **Exempel** zu (37). Dieſer Fehler ſoll verbeſſert werden, dabey ſoll man die gegebene Länge beybehalten. Folglich iſt $\lambda = 35,25$ Zoll; $n = 2$; Man hat alſo

$$\log. l = 1,6334685$$
$$\log. 2\lambda = 1,8481891$$
$$\log. \frac{l}{2\lambda} = 1,7852794 - 2$$
$$\log. \sqrt{\frac{l}{2\lambda}} = 0,8926397 - 1$$
$$\log. b = 1,1760913$$
$$\log. \beta = 1,0687310; \text{ giebt } \beta = 11,7147 \text{ Zoll};$$
$$\log. \sqrt{\frac{l}{2\lambda}} = 0,8926397 - 1$$
$$\log. a = 1,0791812$$
$$\log. \alpha = 0,9718209; \text{ giebt } \alpha = 9,3718 \text{ Zoll};$$

Alſo müßten beide ſehr verkleinert werden.

43) **Exempel** zu (40). In (42) ſoll $\beta = 12,175$ Zolle werden; es wäre alſo $d\beta = 0,4603$ Zoll.

$$\log. 2\beta = 1,3690610$$
$$\log. d\beta = 0,6630410 - 1$$
$$\log. \frac{1}{\alpha} = 0,0281791 - 1$$
$$\log. d\alpha = 0,0602811; \text{ giebt } d\alpha = 1,1486$$

Folglich $\alpha - d\alpha = 8,2232$ = dem Kopfhalbmeſſer für das halbe Faß in (41); wenn die dort angegebene Länge und Spundtiefe bleiben ſollen. Hieraus erhellet, daß man nur braucht ohngefehr die Dimenſionen zuerſt anzunehmen, wenn man ſie hernach nach (39) verbeſſern will.

Anwen-

Anwendungen der Rechenkunſt, die keine beſondere Erläuterung nöthig haben.

44) Noch handelt Polack S. 81. von der Zählung der Grade der Verwandſchaft ad tit. ff. de ritu nupt. et de Grad. Offenbar iſt es, daß hier nur juriſtiſche Numerationen vorkommen können.

S. 85. Vom Concurſe ad lib. 44. ff. Die Gläubiger werden vom Richter in Claſſen geordnet; Die Berechnung über des **gemeinen Schuldners Vermögen,** geſchieht durch Addition und Subtraktion. Der Diſtributionsplan aber nach der Geſellſchaftsregel.

S. 113. Von der Berechnung der Vormundſchaften ad lib. 26. 27. ff. Die Einnahmen und Ausgaben, die dabey vorfallen, werden eben ſo berechnet, wie jeder Kaſſenführer die Rechnung für ſeine Kaſſe einrichten muß. Oft bekommen die Rechnungsführer Modelle, wornach ſie ſich richten müſſen; im ganzen wird aber von ihnen keine andere Geſchicklichkeit hiezu erfordert, als die: addiren und ſubtrahiren zu können.

S. 130. Vom begangenen Irrthume in calculo. Daß dieſes keine Gelegenheit zu beſondern Rechnungen geben kann, erhellet von ſelbſt.

Dagegen werde ich in folgenden von einigen, nicht in den Geſetzen vorkommenden, aber nicht minder nützlichen Materien, Nachricht geben.

Aſſekuranzen.

45) Aſſekuranzen, zu denen auch die folgenden Einrichtungen gehören, beſtehen eigentlich darinn, daß ich jemanden jezt eine gewiſſe Summe Geldes erlege, wogegen er verſpricht mich ſchadloß zu halten, wenn eine gewiſſe beſtimmte Begebenheit, zu meinem Schaden gereichen ſollte. Hierüber wird eine Schrift ausgeſtellt, welche die **Aſſekuranzpolice** heißt. Der mich gegen den Schaden verſichert, heißt der **Aſſüradeur, Aſſekurirer,** und die Summe die ich ihm dagegen erlege, heißt die **Aſſekuranzprämie.**

Offenbar iſt es, daß dieſer Vertrag nur auf eine beſtimmte Begebenheit gehen kann, z. B. auf eine Reiſe eines Schiffes von Hamburg nach Amſterdam. Der Aſſüradeur muß die Größe der Gefahr, der das zu aſſekurirende Vermögen ausgeſetzt iſt, beſtimmen, oder die Anzahl der günſtigen und widrigen Fälle, nach (Cap. II. 5.) angeben können, welche Kenntniß ihm nur hier die **Erfahrung** geben kann.

Die Verhältniß dieſer Fälle zu einander, wird oft durch Nebenumſtände verändert. Z. B. bey der Schiffarth, ob das Schiff gut gebauet, ob es mit geſchick-

geſchickten Steuerleuten verſehen iſt, ob in Kriegszeiten die Convoyen hinreichend ſind, die Schiffarth gegen Kaper und Seeräuber zu decken, u. d. m. Dieſes macht, daß die Aſſekuranzprämie bald höher bald niedriger ſeyn wird.

46) In Frankreich, Engeland, Italien und den mehrſten Handlungsländern, hat man Aſſekuranzkammern und Geſellſchaften. Dieſe werden durch Subſcription errichtet. Jedes Mitglied erkauft ſich eine Anzahl Aktien, ſind alle verkauft; ſo iſt die Geſellſchaft geſchloſſen; dann erlegen die Mitglieder den Werth der Aktien zum Theil baar, zum Theil in Obligationen, von welchen jedes ſelbſt den Nutzen zieht. Zu feſtgeſetzten Terminen, wird der Schade oder Vortheil, unter die Geſellſchaft vertheilet. — Sie wird entweder auf immer, oder auf eine gewiſſe Zeit, oder auch auf eine unbeſtimmte Zeit, nämlich bis alle Aktien verlohren ſind, errichtet. Aber jedesmal muß ſie von dem Landesherrn ein Privilegium haben, doch kein ausſchlieſſendes. Denn je mehr ſolcher Geſellſchaften zuſammten treten, je wohlfeiler iſt die Prämie, welches ohnſtreitig ſehr vortheilhaft für den Staat, und für die Bürger iſt. Dieſe laſſen leicht ihre Güter veraſſekuriren, folglich ſteht der gänzliche Verluſt ihres Vermögens nicht in ſo großer Gefahr. Der Staat gewinnt aber auch dadurch, daß er Gelegenheit hat von fremden Nationen leicht Aſſekuranzen anzunehmen, folglich deren Handel etwas von ſich kann abhängend machen laſſen. In Holland und Engeland aſſekuriren auch Privatleute.

47) Die beſondern Einrichtungen dieſer Handlungsaſſekuranzen, ihre Geſetze und Gewohnheiten hier anzugeben, gehört nicht zu meiner Abſicht. Ausführlich wird davon handeln

John Weſkett, theory Law and practice of inſurances, 1780. Welches zu gleicherzeit überſetzt, von **Engelbrecht** herausgegeben wird.

Aber auch hier laſſen ſich Berechnungen nach (Cap. II. 53. f.) anſtellen. Z. B. Ein Petersburger Kaufmann kauft zu Amſterdam Waaren, die er in Petersburg für 10000 Rubel verkaufen kann. Er will ſie zur See kommen laſſen, die Aſſüradeurs fordern zur Prämie 800 Rubel, und von 20 Schiffen die zu der Jahrszeit dieſen Weg nehmen, pflegt eins zu verunglücken. Wie groß muß ſein Vermögen auſſer dieſen Waaren ſeyn, wenn er mit Grunde die Aſſekuranz unterlaſſen will?

Man ſetze es $= x$; ſo wird es nebſt der Hofnung der Waaren, wenn ſie glücklich anlangen ſeyn $= \sqrt[20]{(x + 10000 \text{ Rubel})^{19} \cdot x}$ im Falle daß er ſie nicht

ver-

verſichern läßt. Läßt er ſie aber verſichern; ſo hat er die gewiſſe Summe 9200 Rubel + x. Folglich müßte er doch immer ſetzen können

$$\sqrt[20]{(x+10000)^{19}\cdot x} = 9200 + x;\ \text{oder}\ (x+10000)^{19}\,x = (9200+x)^{20}$$

Woraus man aufs nächſte erhält x = 5043 Rubel. Hat er alſo wenigſtens noch ſo viel Vermögen; ſo kann er die Aſſekuranz mit Grunde unterlaſſen.

Wie viel muß aber der Aſſüradeur aufs mindeſte beſitzen, um dieſe Aſſekuranz mit Grunde übernehmen zu können? Sein Vermögen ſey = y; ſo wird man nach der vorigen Regel bekommen

$$\sqrt[20]{(y+800)^{19}\cdot(y-9200)} = y;$$ und hieraus zunächſt y = 14243 Rubel; oder er muß im Stande ſeyn, eben ſo leicht 9200 Rubel verlieren zu können, als der Petersburger Kaufmann.

Brandkaſſen.

48) **Brandkaſſen, Feuerkaſſen**, ſind Arten von Aſſekuranzen, und werden gewöhnlich vom Staate errichtet, um bey entſtehenden Brandſchaden, den Bürger dieſen zu erſetzen. Offenbar iſt es, daß hier nicht allein Häuſer, ſondern auch alle verbrennlichen Güter können aſſekurirt werden. Die Brandkaſſengeſellſchaft iſt aber darinn von den gewöhnlichen Aſſekuranzcompagnien unterſchieden, daß nur Mitglieder vor den Schaden der andern Mitglieder ſtehen. Folglich wenn ein Mitglied Schaden leidet, es mag dieſer die ganzen veraſſekurirten Güter, oder nur einen Theil derſelben betreffen; ſo tragen die übrigen ſo viel zuſammen, als des Schadens Größe beträgt.

Hieraus folgt auch, daß jedes Mitglied gleich beym Eintritte in die Geſellſchaft, den Werth ſeiner Güter, die durch einen entſtehenden Brand beſchädigt werden können, angeben muß, und daß nach dieſem angegebenen Werthe ihm ſein Schaden vergütet, er aber auch nach demſelben, zur Vergütung des Schadens, anderer Mitglieder beytragen muß.

Wenn alſo ein Schade entſteht; ſo wird ſeine Größe, von der dazu angeſetzten Commiſſion taxirt, und der Beytrag zu ſeiner Vergütung, nach p. c. auf die übrigen Mitglieder repartirt.

49) Wie groß ohngefehr der jährliche Beytrag ſeyn wird, kann aus folgendem erhellen: In der Herzoglich Braunſchweigiſchen Kaſſe war

im Jahre	Der Brandſchaden.	Hiezu war von 100 Rthl. der Beytrag
1765	9241 Rthl.	24 ₰
1766	10675 —	24 —
1767	4015 — 18 Gr. 8 ₰	12 —
1768	20863 — 10 Gr.	48 —
1769	11912 — 12 Gr.	28 —
1770	7472 —	20 —
1771	10875 —	24 —
1772	4749 — 15 Gr 10 ₰	12 —
1773	3806 — 6 Gr.	8 —
1774	19310 — 10 Gr.	40 —
1775	18577 — 1 Gr. 1 ₰	40 —
1776	3395 —	8 —
1777	3297 — 17 Gr. 8 ₰	8 —

Alſo war in 13 Jahren, die Summe des ganzen Brandſchadens = 128191 Rthl. Ihn zu vergüten, mußten 100 Rthl. überhaupt 296 Pf. beytragen, worin die nöthigen Unkoſten mit begriffen ſind. Folglich iſt der Brandſchade im Durchſchnitte jährlich = 9861 Rthl. und der Beytrag von 100 Rthl. jährlich = $22\frac{10}{13}$ Pf. geweſen. Eben ſo haben bey der Churf. Hannöverſchen Brandkaſſe, in 28 Jahren 100 Rthl. zur Vergütung des Schadens, jährlich nicht mehr, als $22\frac{2}{7}$ Pf. beygetragen, welches mit der Braunſchweigiſchen ſehr gut übereinſtimmt.

50) Wie viel der Werth aller veraſſekurirten Güter beträgt, findet man auf folgende Art: Er ſey = n Rthl. der jährliche Beytrag von 100 Rthl. in Pf. ſey = b; der jährliche Schade = s; ſo iſt offenbar, daß die den Schaden erlitten haben, nicht mit beytragen können; folglich erhält man:

$$\frac{(n - s)b}{100 \cdot 288} = s; \quad b = \frac{s \cdot 100 \cdot 288}{n - s}; \quad n = \frac{100 \cdot 288 \cdot s}{b} + s;$$

Nimmt man für n; b; s; die Werthe aus (49) an; ſo erhält man im Herzogthum Braunſchweig

für das Jahr 1765 n = 11098441 Rthl.
1766 n = 12820675 —
1767 n = 9641891 —
1768 n = 12538663 —
1769 n = 12264769 —
1770 n = 10767352 —
1771 n = 13060875 —

 für

für das Jahr	1772	$n = 11404750$	Rthl.
	1773	$n = 13705407$	—
	1774	$n = 13922510$	—
	1775	$n = 13396217$	—
	1776	$n = 12225395$	—
	1777	$n = 11876098$	—

Alſo nach einem mitlern Durchſchnitte $n = 12209311$ Rthl.

51) Aber am 22ſten Merz 1780. brandten in Goslar, welches in der Braunſchweigiſchen Kaſſe ſteht, 210 Wohnhäuſer ohne die Neben- und Hintergebäude ab. Der Schade an den veraſſekurirten Häuſern, wurde ohngeſehr auf 110000 Rthl. geſchäzt. Wie viel wird zu ſeiner Vergütung, von jedem 100 Rthl. der übrigen Mitglieder, beygetragen? — Man hat alſo aus (39):

$$b = \frac{110000 \cdot 100 \cdot 288}{12209311 - 110000} = \frac{3168000000}{12099311} = 262 \text{ Pf.} = 21 \text{ Gr. } 10 \text{ Pf.}$$

weil Brüche von Pf. immer für ganze angenommen werden.

Aber dieſe Schadenerſetzung geſchieht nicht auf einmal, weil es faſt unmöglich iſt, daß an einem nicht zu großem Orte, ſo viele Häuſer in einem Jahre erbauet werden können. So wie die Bürger den Bau anfangen, ſo wird ihnen das Geld dazu ausbezahlt.

Würde man dieſen großen Brandſchaden mit zu denen in (49) rechnen; ſo wäre in 14 Jahren die Summe des ganzen Brandſchadens $= 238191$ Rthl. und ihn zu vergüten, haben 100 Rthl. überhaupt 558 Pf. beytragen müſſen; alſo wäre im Durchſchnitte die jährliche Vergütung von 100 Rthl. $= 39\frac{6}{7}$ Pf. $= 40$ Pf.

52) Nimmt man alſo an, daß für eine Sache die a Rthl. werth iſt, jährlich b Rthl. beygetragen werden muß, und man dagegen die Sache auf einmal für immer aſſekuriren will; ſo ſey $P =$ der Prämie; ihr Werth iſt gleich dem, einer Jahrrente b, die bis in Ewigkeit gezogen wird. Setzt man nun in (C. I. 37.)

ſtatt	y	μ	n	t	S
hier	P	ϱ	∞	1	b

ſo erhält man $P = \frac{\varrho^{\infty} - 1}{(\varrho - 1)\varrho^{\infty}} b = \frac{1}{\varrho - 1} b$

Wäre z. B. $a = 100$ Rthl. $b = 40$ Pf. $= 0,13775$ Rthl. aus (51); ſo iſt:

$$\log.\ 0{,}13778 = 0{,}1391862 - 1$$

$$\log.\ \frac{1}{\varrho - 1} = 1{,}3010300$$

$$\log.\ P = 0{,}4402162;\ \text{giebt}\ P = 2{,}7556\ \text{Rthl.}$$

Oder wer für eine Sache die 100 Rthl. werth iſt, bey ſeinem Beytritte in die Geſellſchaft in (49) 2,7556 Rthl. erlegt, hat ſie auf immer, gegen alle Brandſchaden aſſekurirt. Sollte die ganze Summe in (50) ſo aſſekurirt werden; ſo wäre die Summe aller Aſſekuranzprämien = 336439,5 Rthl.

53) Bey dieſer Art, die Häuſer ein für allemal zu aſſekuriren, würde eben ſo wie bey der, wo durch jedesmalige Beyträge der Schade wieder vergütet wird, einem jeden Eigenthümer obliegen, ſein Haus ohne Unterſtützung aus der Brandkaſſe zu bauen, wenn es baufällig iſt. In dieſen Fällen muß man immer acht haben, daß nicht ein Uebelgeſinnter, ſein verfallenes Haus ſelbſt anzünde, und dadurch die Kaſſe, oder ihre Mitglieder in unnöthige Unkoſten verſetze. Ueberhaupt muß nach jedem Brande, eine Unterſuchung angeſtellet werden, ob der Eigenthümer oder jemand anders an dem Brande ſchuldig geweſen ſey; welches dann gehörig beſtraft wird.

Auch müſſen die Vorſteher der Kaſſe darnach ſehen, daß die nächſte Gelegenheit zu Feuersbrünſten vermieden werde, wohin bey den Bauern hauptſächlich die ſchlechten Backöfen, das Dörren des Flachſes in denſelben, der Mangel an Schornſteinen, die Wellernwände, die Schindel = Rohr = oder Strohdächer gehören. Bey allen Gebäuden die neu aufgeführt werden, darf die Kaſſe dieſe Mängel nicht zulaſſen, und bey den beſten alten Gebäuden, muß durch ihre Vorſorge, dieſem allmählig abgeholfen werden.

Erhöhet ſie gleich Anfangs etwas die Aſſekuranzprämie, oder den allmähligen Beytrag; ſo kann ſie hievor nach und nach in jedem Dorfe, Sprützen, Eimer, Leitern, Haken ꝛc. anſchaffen, welche von Kunſtverſtändigen jährlich beſichtiget, und im gutem Stande erhalten werden müſſen. Auch kann der baldigen Unterdrückung der Feuersbrünſte nichts günſtiger ſeyn, als wenn Leute im Gebrauche der nöthigen Werkzeuge geübt ſind, und auch wiſſen, wo ſie am erſten helfen ſollen. Jährliche Uebungen hiezu, wie ſie in Hamburg angeſtellet werden, ſind allerdings anzurathen.

54) Sollen aber an Orten wo keine Brandkaſſen ſind, zum beſten der Abgebrannten, Collekten angeſtellet werden; ſo hat dieſes die Abſicht, den Zuſtand der Verunglückten zu erleichtern, und ſie verhältnißmäßig wieder ihrer vorigen Lage zu nähern. Die Repartition muß dann nach einem zuſammengeſetzten Fuße, aus dem Verluſte und dem vorigen Vermögen nach (28) geſchehen.

Iſt zur Löſchung des Feuers nöthig, daß Häuſer abgeriſſen werden; ſo werden dieſe auch als abgebrannte Häuſer betrachtet. Stehen ſie aber nicht in der Brandkaſſe; ſo ſollen nach Ungers Meynung (Beytr. z. Math. For. II St. S. 33. f.) die Eigenthumsherrn der geretteten Häuſer in eben der Straſſe, den Schaden, den die Eigenthümer der niedergeriſſenen Häuſer erlitten haben, erſetzen helfen. Ihre Beyträge zu beſtimmen, nimmt er einen zuſammen geſetzten Fuß an, aus dem Werthe der geretteten Häuſer, und ihrer Entfernung von dem abgebranntem Hauſe; Nach dem vermeintlichen Grundſatze, daß die Gefahr der geretteten Häuſer verkehrt, wie ihre Entfernung von dem abgebranntem Hauſe abgenommen habe. — Mag dieſes auch noch ſo richtig ſeyn; ſo werden ſich gewiß die nächſten Nachbarn nicht dazu verſtehen, ſolche hohe Beyträge zu geben.

Aſſekuranz für Feldfrüchte.

55) Wenn für Ackerleute eine Einrichtung getroffen wird, daß ſie gegen einen jährlichen Beytrag, bey vorfallendem Schaden an ihrem Feldfrüchten, ſchadloß gehalten werden; ſo heißt dieſes eine Aſſekuranz bey Feldfrüchten. Der Beytrag kann entweder im Gelde, oder ſelbſt in Feldfrüchten beſtehen, und kann dann vom Winterkorne um Michaelis aus, vom Sommerkorne um Weyhnachten entrichtet werden. Bald darauf geſchieht auch die Vergütung des Schadens. Die Größe des Beytrages wird aus der Erfahrung beſtimmt, nämlich ſo: es iſt in einer Gegend bekannt, daß alle n Jahre im Durchſchnitte, ein gänzlicher Mißwachs oder Schaden durch Hagelwetter, Ueberſchwemmung, Mäuſe- oder Heuſchreckenfraß ꝛc. entſtehet. Die ganze Erndte der Gegend beträgt a; ihr Beytrag zu der Kaſſe aber b; ſo bleibt bey guten Jahren den Ackersleuten von der Erndte übrig $a - b$; die Kaſſe aber hat in $(n - 1)$ Jahren erhalten $(n - 1)b$; und im nten Jahre, wo der Mißwachs vorkömmt, ſollen die Ackersleute aus der Kaſſe ſo viel erhalten, als ſie ſonſt geerndtet hätten; ſo folgt, daß man hat $a - b = (n - 1)b$; $b = \frac{a}{n}$ als den jährlichen Beytrag.

Uebrigens wird der Fall ſelten eintreffen, daß in $(n - 1)$ Jahren gar kein Mißwachs, und dann auf einmal ein gänzlicher vorfallen ſollte; weit häufiger wird der ſeyn, daß in den $n - 1$ Jahren einigemal $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ Mißwachs vorfalle; die Rechnung bleibt aber eben dieſelbe, ſo bald die Summe aller Mißwächſe in n Jahren, nur einen gänzlichen ausmacht. Betrüge in den Zwiſchenjahren

einmal

einmal der Schade $\frac{1}{p}$ der Erndte; ſo müßte die Kaſſe dem Ackersmanne $\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{p}\right) a = \frac{n-p}{np}$ a bezahlen, damit er überhaupt a — b bekomme.

56) Hieraus erhellet, daß der Schade jedesmal, von dazu beſtellten der Sache kundigen Leuten, muß geſchätzet, und den Vorſtehern der Kaſſe angegeben werden. Ob er in Früchten oder im Gelde erſetzt wird, hängt von der Art des Beytrages ab. Allerdings ſcheint es, daß die Erſetzung in Früchten den Vorzug habe, weil bey theuren Zeiten der verunglückte Landwirth, für das Geld, wofür er bey wohlfeilen a — b erkauft hätte, ungleich weniger bekommen wird; auch durch eine Erſetzung in Früchten, die theuren Zeiten ſehr werden gemindert, alſo das Beſte des Landes wird befördert werden. Zudem fällt auch der Beytrag an Früchten, dem Landmanne weit leichter als der am Gelde, weil es ihm öfters an Gelegenheit fehlt, ſeine Früchte vortheilhaft zu verkaufen. Aller Beytrag an Früchten, muß aber im gehäuften Maaße geſchehen, wegen des Eintrocknens und Verliegens des Korns. Da dieſes bey der Vergütung wegfällt; ſo geſchieht ſie in geſtrichenem Maaße.

Freylich hat auch der Geldbeytrag ſeine Vorzüge. Man kann ihn leichter zuſammenbringen; die Zinſen der Gelder kommen den Mitgliedern zu Nutze; und auch Orte, die ſo wenig Feldbau haben, daß ſie gewöhnlich noch Korn zukaufen müſſen, können mit in dieſe Geſellſchaft gezogen werden. Ferner iſt auch der Geldbeytrag nicht den Gefährlichkeiten ausgeſetzt, denen das Getraide in Betracht des Eintrocknens, der Würmer ꝛc. unterworfen iſt. Dieſem letzten Uebel kann dadurch abgeholfen werden, daß die Kaſſe den alten Vorrath jährlich, gegen neues Korn umtauſchet. Sollen auch Gartenfrüchte, Weinleſen ꝛc. aſſekurirt werden; ſo findet hier nur Geldbeytrag und Vergütung ſtatt.

57) Braucht aber dieſe Anſtalt allgemein zu ſeyn, ſo daß ſich jeder Unterthan in die Geſellſchaft begeben muß? Der Vortheil des Landes würde es erfordern, nicht die Einrichtung des Inſtituts. Er wird dann ſelbſt darauf wachen, daß die Unterthanen fleißige Ackersleute werden, folglich daß ſie in größern Wohlſtand kommen, die Abgaben leichter entrichten, und der Landeskaſſe ſelbſt mehr einbringen können. Und dadurch können ſie gewiſſermaßen zum Beytritte gezwungen werden, wenn ihnen alle Hofnung zu Remiſſionen, die ihnen auf andere Weiſe zu ſtatten kommen können, benommen wird. Muß ferner jedes Mitglied auf immer beytreten, oder auch nur auf einige Jahre? Bey den gewöhnlichen Anſtalten, muß es wohl auf immer geſchehen, weil es bey einem Beytritte

auf

auf einige Jahre, den Ackersleuten zu ſchwer fallen würde, die Aſſekuranzprämie zu bezahlen.

Geſetzt er will in den mten Jahre nach dem letzten Mißwachſe beytreten, ſo daß m < n in (55); ſo muß er der Kaſſe auf einmal $\frac{m\,a}{n}$ erlegen, und dann fortfahren jährlich $\frac{a}{n}$ zu entrichten. Dieſe auf einmal zu erlegende Summe, kann ſelbſt dadurch noch größer werden, wenn bey der Beſichtigung der Felder des beyzutretenden Mitglieds, gefunden wird, daß ein gänzlicher Mißwachs in dem Jahre, für ihn faſt unvermeidlich iſt.

58) **Von Juſti** (Policeywiſſenſchaft 1 B. §. 837. f.) ſchlägt vor, daß die Aecker in gute, mittelmäßige und ſchlechte getheilt werden ſollen. Darnach ſoll der Werth der Feldfrüchte in jeder Claſſe feſtgeſetzt, und die Nutzungen der Grundſtücke, aus einem guten Contributionsfuſſe beſtimmt werden. Nach dieſen Nutzungen wird der Schade vergütet, und der Beytrag der unbeſchädigten Beſitzer der Aecker, zuſammengebracht. Jeder Ackersmann iſt gezwungen beyzutreten. Die Beſichtigung und das Zeugniß der Obrigkeit, beſtimmt den Theil des Schadens der Feldfrüchte, deſſen Grade aber nur in dem gänzlichen, dem halben und ein Drittheil des Mißwachſes beſtehen können.

Er nimmt alſo hier ſtillſchweigend an, daß der ganze Ertrag jeder Erndte im ganzen Lande, als ein ganzes angeſehen werden ſoll, welches jedesmal unter die Ackersleute nach einem zuſammengeſetzten Fuße, aus der Güte ihrer Felder in den Ertrag derſelben vertheilt wird. Wenn alſo in einem Jahre gar kein Mißwachs iſt; ſo behält jeder das ſeinige. Sollte ſich aber in einem andern Jahre der Mißwachs über das ganze Land erſtrecken; ſo bekömmt niemand etwas. Es iſt offenbar, daß durch dieſe Einrichtung kein beſonderer Vortheil geſtiftet wird.

In den ökonomiſchen Nachrichten 1 Band S. 570. f. wird der Beytrag in Früchten feſtgeſetzt, aber ſonſt bleibt er faſt unbeſtimmt, weil er von der Freygebigkeit der Landwirthe abhängen ſoll, doch ſo, daß jeder verbunden iſt $\frac{1}{84}$ eines Dreßdner Scheffels, von jedem eingeerndteten Schocke Waizen, Rocken, und Gerſte; zweimal ſo viel vom Hafer, und verhältnißmäßig vom Heidekorne beyzutragen. Dieſes wird auf den Amtsböden, den Höfen der Kreis- und Amtshauptleute aufgeſchüttet, von einem zum Aſſekuranzweſen beſtellten Direktorio aber, die gehörige Unterſuchung und Repartition errichtet. Zur Erſparung der Koſten und Beſchwerlichkeit der Fuhren wird vorgeſchlagen, das Korn am Orte der Einſammlung, nach dem Marktpreiſe zu verkaufen, und das Geld an die Beſchädigten zu vertheilen.

Dieſes

Dieſes möchte fehlerhaft ſeyn, weil das Korn am Orte der Einſammlung wohl immer wohlfeiler iſt, als da, wo Mißwachs geweſen iſt. Auch läßt ſich hier wohl nicht viel von der Großmuth der Bauern erwarten; alſo würde das Inſtitut nur helfen können, wenn der Mißwachs nicht ſehr beträchtlich wäre. Allgemeiner würde ſchon geholfen werden, wenn nach **Bergius** Vorſchlage (Policey- und Cameralmagazin 1 Band) verfahren würde. Hier ſoll der Beytrag jedesmal in Natur geſchehen, und in $\frac{1}{16}$ der Erndte beſtehen. Er wird gleich nach der Erndte abgeliefert, auf die Kirchenböden geſchüttet, und hernach in Gegenwart des Schuldheiſſen fleißig von Bauern, denen dieſes als ein Frohndienſt angerechnet wird, umgeſtochen. Der Schultheis ſteht für allen Schaden, theilet die Früchte nach der Vorſchrift, der darüber ernannten Commiſſion aus, und genießt für dieſe und ſeine übrige Mühe, einen geringen Abzug. Eine feſtgeſetzte Commiſſion verrichtet die Hauptbeſichtigungen, und hat in jedem Kreiſe des Landes Geſchworene, welche ihr frühzeitig genug, von vorfallenden Beſchädigungen Nachricht ertheilen, und überhaupt auf den Ackerbau wachen müſſen.

Aſſekuranz für die Viehſeuche.

59) Eine andere Anwendung der Aſſekuranzen, die hauptſächlich dem Ackersmanne Vortheil ſchaffen würde, käme bey dem Viehſterben, oder der Viehſeuche vor. Offenbar iſt es, daß alle Bauern die ſich hauptſächlich von der Viehzucht nähren müſſen, gänzlich zu Grunde gerichtet ſind, ſo bald ihre Wuth die vollen Ställe erreicht. Wenn alſo die Einrichtung getroffen wäre, daß ihnen, wenn die Seuche ausgewüthet hat, mit geſundem Viehe die Stelle des Gefallenen erſetzet würde, wogegen ſie in den Jahren, in welchen die Seuche nicht wüthet, gewiſſe Abgaben, als Beyträge geben müßten; ſo würden ſie immer in den vorigen Wohlſtande bleiben.

Wie aber die Größe dieſer Beyträge jezt beſtimmt werden ſollte, iſt äußerſt ſchwer, da man auch nicht einmal nach einem mittlern Durchſchnitte weiß, wie oft, und in welchem Grade dieſe Seuche wüthet. Dieſes zu beſtimmen, erfordert ſehr viele Erfahrungen, weil es auf ſo viele Nebenumſtände dabey ankömmt. So hat man z. B. oft geſehen, daß Dörfer ganz mit der Viehſeuche umgeben waren, kein beſonders Vorbauungsmittel bey ihrem Viehe brauchten, und doch keinen Schaden litten.

Wenn alſo der Staat ſelbſt dem Untergange ſeiner Bauern vorbauen, und bey einer überſtandenen Seuche neues Vieh anſchaffen will; ſo muß dieſes als eine Schuld angeſehen werden, welche die Bauern allmählig tilgen müſſen. Je weiter der letzte Zahlungstermin verſchoben iſt, je leichter wird die Tilgung der

 Schuld:

Schuld: Doch darf er es nicht ſo weit ſeyn, daß ſich mit Wahrſcheinlichkeit binnen der Zeit, wieder eine neue Seuche befürchten lieſſe, weil ſonſt die alte Schuld immer mehr und mehr gehäufet, und endlich unzahlbar würde. Wird aber dieſe Art von Aſſekuranz in Zeiten übernommen, wo gar keine Gefahr zum Viehſterben vorhanden iſt; ſo können allerdings die Beyträge weit geringer ſeyn; und dieſe in voraus bezahlten Beyträge, werden machen, wenn bey vorfallender Seuche bald nachher neues Vieh angeſchaft iſt, daß der Bauer den Schaden faſt gar nicht fühlet. Aber immer muß darauf gewacht werden, daß bey herrſchender Seuche alle Mittel ſie zu unterdrücken, und bey ruhigen Zeiten, alle Mittel ihr vorzubeugen angewendet werden.

60) **Von Griesheim** giebt (Oekonom. Nachr. 2 B.) folgenden Vorſchlag: Das ganze Land muß zum Beytritte in die Aſſekuranzgeſellſchaft gezwungen werden. Darauf wird ein Verzeichniß von allem Viehe gemacht, auch jedes Eigenthümers Vieh beſonders aufgezeichnet, ſo daß man in der Folge alle Veränderungen bey demſelben dadurch bemerken kann. Stirbt nun Vieh; ſo wird es der dazu angeſetzten Commiſſion gemeldet, die halbjährig wie bey den Brandkaſſen (48. f.) den Schaden auf das ganze Land repartirt, die Beyträge eintreibt, und den Beſchädigten zuſtellt. Dabey wird ein für allemal eine Taxe des Viehes feſtgeſetzt, welche v. Griesheim zu niedrig annimmt. Gegen dieſe Einrichtung wäre nur das einzuwenden, daß der Schade nicht mit Gelde, ſondern mit Viehe müßte vergütet werden, weil ſehr wenig Bauern, nach einer Viehſeuche, Gelegenheit haben werden, Vieh erkaufen zu können.

Ganz unbillig hingegen iſt das Projekt in **Schrebers** Sammlungen 15ter Theil. Die Einwohner verſchiedener Rittergüter, Städte oder Dorfſchaften ſollen nämlich **bey eintretender Seuche**, in eine Geſellſchaft treten, worinn ſie ſich verbindlich machen, daß das überlebende Vieh, in eben der Verhältniß unter alle Mitglieder ſoll vertheilet werden, in der ſie ſonſt Antheil an der ganzen Heerde hatten. Z. B. Im Dorfe N ſind bey antretender Seuche 360 St. es bleiben 60 übrig; ſo werden dieſe 60 in eben der Verhältniß unter die Eigenthümer der 360 Stück vertheilet, als ſie vorhin Antheil daran hatten. Hat in dieſem Falle ein armer Bauer vor der Seuche nur eine Kuh, und erhält ſie; ſo muß er entweder die Kuh herausgeben, und bekömmt ⅙ ihres Werthes, oder kann die Kuh behalten, muß aber ⅚ ihres Werthes auszahlen. Gleich nach überſtandener Seuche, iſt leicht dieſes Stück 30 Rthl. werth. Wo ſoll ihr Eigenthümer gleich 25 Rthl. hernehmen, welches für den Landmann allerdings ein großes Capital iſt. Er muß alſo ſeine Kuh hergeben, bekömmt dafür 5 Rthl. die in einem Monathe verzehrt ſind, dann iſt er verarmet; und im ganzen wird auch durch dieſe Repartition, denen die den Schaden gelitten haben, wenig geholfen.

Ein anders, beynahe eben ſo unausführliches Projekt, giebt noch der Verfaſſer des vorigen, an eben dem Orte. Nämlich: auf öffentliche Hypothek, wird zur Errichtung einer Kaſſe ein Capital geborgt, hiefür ausländiſches Vieh gekauft, welches man, nebſt den Transportkoſten, das Stück für 30 Rthl. bekommen kann. Dieſes Vieh wird unter die Bauern, welche durch die Seuche gelitten haben, vertheilet, und ihnen das Stück zu 60 Rthl. angerechnet. Davon bezahlt der Intereſſente gleich beym Empfange 10 Rthl. Das erſte Jahr hindurch alle Quartale 8 Rthl. das zweite Jahr hindurch alle Quartale $4\frac{1}{2}$ Rthl. welches zuſammen, ſeine Schuld von 60 Rthl. tilget. Tritt aber unter der Zeit wieder eine Seuche ein; ſo hört die Bezahlung der Intereſſenten auf. Der Entrepreneur kann keinen Schaden leiden, wenn das Vieh nur $\frac{3}{4}$ Jahre ſteht. Die Möglichkeit, daß der Landmann in einem Jahre, für jede Kuh 42 Rthl. bezahlen könne, erhellet mit dem Verfaſſer daraus, daß ſie nach Abzug aller Unkoſten jährlich 50 Rthl. einbringen kann. Dieſes auch zugegeben; ſo kömmt der Nutze von einer Kuh in jedem Jahre, hauptſächlich von ihrer Milch. Kann dieſe der Landmann immer verkaufen? Und wenn er es kann, wovon ſoll er in der Zeit leben?

Ueberhaupt muß bey allen dieſen Anſtalten, nicht in voraus auf Gewinnſt gerechnet werden. Ein Patriot oder das Land ſelbſt, muß ſie unternehmen, und dieſe werden ſicher den Verkaufungspreiß nicht noch einmal ſo theuer anſetzen, als den Einkaufungspreiß.

Tabelle I.

100000000 Rthl. bringen zu 5. p. c. mit Zins und Zinseszinſen.

In Jahren		In Jahren	
1	105000000	26	355567268,79443525
2	110250000	27	373345632,23415701
3	115762500	28	392012913,84586486
4	121550625	29	411613559,5381581
5	127628156,25	30	432194237,515066
6	134009564,0625	31	453803949,3908193
7	140710042,265625	32	476494146,86036026
8	147745544,37890625	33	500318854,20337827
9	155132821,59785156	34	525334796,91354718
10	162889462,67774414	35	551601536,75922454
11	171033935,81163134	36	579181613,59718576
12	179585632,60221291	37	608140694,27704504
13	188564914,23232356	38	638547728,99089729
14	197993159,94393967	39	670475115,44044215
15	207892817,94113665	40	703998871,21246425
16	218287458,83819348	41	739198814,77308746
17	229201831,78010315	42	776158755,51174183
18	240661923,36910831	43	814966693,28732892
19	252695019,53756372	44	855715027,95169536
20	265329770,51444191	45	898500779,34920813
21	278596259,040164	46	943425818,31674413
22	292526071,9921722	47	990597109,23258133
23	307152375,59178081	48	1040126964,69421039
24	322509994,37136985	49	1092133312,92892091
25	338635494,08993834	50	1146739978,57536695

100000000 Rthl. bringen zu 4. p. c. mit Zins und Zinseszinsen.

In Jahren		In Jahren	
1	104000000	26	277246978,47469157
2	108160000	27	288336857,61367923
3	112486400	28	299870331,91822639
4	116985856	29	311865145,19495544
5	121665290,24	30	324339751,06275365
6	126531901,8496	31	337313341,04286379
7	131593177,923584	32	350805874,68457834
8	136856905,04052736	33	364838109,67196147
9	142331181,24214845	34	379431634,05883992
10	148024428,49183438	35	394608899,42119351
11	153945405,63150775	36	410393255,39804125
12	160103221,85676806	37	426808985,6139629
13	166507350,73103878	38	443881345,03852141
14	173167644,76028033	39	461636598,84006226
15	180094350,55069154	40	480102062,79366475
16	187298124,5727192	41	499306145,30541134
17	194790049,55562796	42	519278391,11762779
18	202581651,53785307	43	540049526,7623329
19	210684917,59936719	44	561651507,83282621
20	219112314,30384187	45	584117568,14613925
21	227876806,87547554	46	607482270,87198482
22	236991879,15049456	47	631781561,70686421
23	246471554,31651434	48	657052824,17513877
24	256330416,48917491	49	683334937,14214432
25	266583633,1487419	50	710668334,62783009

100000000 Rthl. bringen zu 3. p. c. mit Zins und Zinſeszinſen.

In Jahren		In Jahren	
1	103000000	26	215659126,75438401
2	106090000	27	222128900,55701553
3	109272700	28	228792767,57372599
4	112550881	29	235656550,60093776
5	115927407,43	30	242726247,11896579
6	119405229,6529	31	250008034,53253476
7	122987386,542487	32	257508275,5685108
8	126677008,13876161	33	265233523,83556612
9	130477318,38292445	34	273190529,5506331
10	134391637,93441218	35	281386245,43715209
11	138423387,07244454	36	289827832,80026665
12	142576088,68461787	37	298522667,78427464
13	146853371,3451564	38	307478347,81780287
14	151258972,48551109	39	316702698,25233695
15	155796741,66007642	40	326203779,19990705
16	160470643,90987871	41	335989892,57590426
17	165284763,22717507	42	346069589,35318138
18	170243306,12399032	43	356451677,03377682
19	175350605,30771003	44	367145227,34479012
20	180611123,46694133	45	378159584,16513382
21	186029457,17094956	46	389504371,69008783
22	191610340,88607804	47	401189502,84079046
23	197358651,11266038	48	413225187,92601417
24	203279410,64604018	49	425621943,56379459
25	209377792,96542138	50	438390601,87070842

Tabelle *II.*

Um nach Jahren 100 Rthl. zu empfangen, muß man jezt zahlen

Jahre	5 p. c.	4 p. c.	3 p. c.
1	95,23809	96,15384	97,08731
2	90,7029	92,45564	94,2596
3	86,38375	88,89979	91,51418
4	82,2703	85,48026	88,84872
5	78,3526	82,19276	86,2609
6	74,6215	79,0315	83,74866
7	71,068125	75,99182	81,309198
8	67,683928	73,06908	78,94098
9	64,4609	70,25877	76,641533
10	61,3913	67,55649	74,409383
11	58,4679	64,95817	72,242166
12	55,6837	62,45979	70,137999
13	53,032136	60,05749	68,09515
14	50,5068	57,74759	66,111173
15	48,1017	55,52013	64,1862
16	45,81115	53,3909	62,316714
17	43,6296	51,3374	60,501671
18	41,55207	49,3629	58,7395
19	39,5734	47,46432	57,028625
20	37,6899	45,63879	55,3676
21	35,8942	43,88345	53,757447
22	34,1850	42,19562	52,191687
23	32,5571	40,57272	50,671533
24	31,0068	39,01222	49,195667
25	29,533	37,51177	47,7628
26	28,12408	36,06901	46,371644
27	26,78483	34,68175	45,0212
28	25,5594	33,34782	43,70973
29	24,2946	32,06523	42,43663
30	23,13775	30,83195	41,198655
31	22,0359	29,6461	39,9987
32	20,9866	28,50588	38,8337
33	19,98725	27,4095	37,702618
34	19,0355	26,3563	36,604492
35	18,12903	25,34163	35,538333
36	17,26574	24,366995	34,503238
37	16,44356	23,42971	33,498215
38	15,66054	22,528626	32,523969

Jahre	5 p. c.	4 p. c.	3 p. c.
39	14,9148	21,662137	31,5766
40	14,20457	20,82898	30,656821
41	13,52818	20,02786	29,763833
42	12,88395	19,257575	28,896866
43	12,27042	18,51691	28,055146
44	11,68614	17,8047	27,237937
45	11,12965	17,11992	26,44455
46	10,59964	16,46145	25,674259
47	10,09489	15,828325	24,926406
48	9,61421	15,21955	24,200338
49	9,15639	14,634173	23,495428
50	8,72037	14,071326	22,811568
51	7,305115	13,530146	22,14659
52	7,90963	13,009736	21,501495
53	7,53299	12,50936	20,875191
54	7,17427	12,0282	20,267133
55	6,83264	11,56561	19,6767818
56	6,50727	11,12071	19,105405
57	6,197406	10,69306	18,548935
58	5,90229	10,28178	18,008675
59	5,62123	9,886335	17,484152
60	5,35355	9,506092	16,974904
61	5,09862	9,140474	16,480492
62	4,85583	8,788918	15,996796
63	4,624599	8,450884	15,530867
64	4,40438	8,125816	15,078517
65	4,19465	7,8133183	14,639337
66	3,994903	7,5128067	14,212953
67	3,804669	7,2238533	13,798979
68	3,623499	6,9460133	13,397068
69	3,450947	6,6788617	13,003872
70	3,28662	6,4219814	12,628023
71	3,13011	6,1749814	12,260495
72	2,98106	5,93747	11,9034
73	2,839103	5,70912	11,5567
74	2,703908	5,4895375	11,220096
75	2,57515	5,2662625	10,893297
76	2,45252	5,0753888	10,576194
77	2,33574	4,880182	10,267975
78	2,22451	4,692482	9,968914
79	2,11858	4,512002	9,678557
80	2,017697	4,338464	9,397752
81	1,92162	4,1716	9,124032
82	1,83011	4,011155	8,858284

Jahre

Jahre	5 p. c.	4 p. c.	3 p. c.
83	1,74296	3,856880	8,600274
84	1,65996	3,7085386	8,349782
85	1,58092	3,5659025	8,106586
86	1,50564	3,428753	7,870472
87	1,43394	3,296879	7,641235
88	1,36566	3,1700758	7,418675
89	1,30062	3,0481497	7,202596
90	1,23869	2,9309133	6,992815
91	1,17971	2,8181866	6,789141
92	1,12353	2,709795	6,591399
93	1,07003	2,6055719	6,399416
94	1,01908	2,5053585	6,213272
95	0,970547	2,4089998	6,032065
96	0,9243305	2,3163447	5,856374
97	0,880315	2,2272545	5,6858
98	0,838395	2,1415905	5,520195
99	0,7984714	2,059221	5,359413
100	0,760449	1,9800217	5,203278

Tabelle *III.*

Um Jahre hindurch jedes Jahr 100 Rthl zu bekommen, muß man jezt zahlen.

Jahre	5 p. c.	4 p. c.	3 p. c.
1	95,23809	96,15384	97,08731
2	185,94099	188,60948	191,34691
3	272,32474	277,50927	282,86109
4	354,59504	362,98953	371,70981
5	432,94764	445,18229	457,97071
6	507,56914	524,21379	541,71937
7	578,63726	600,20561	623,02857
8	646,32119	673,27469	701,96955
9	710,78209	743,53346	778,61108
10	772,17339	811,08995	853,02046
11	830,64129	876,04812	925,26263
12	886,32499	938,50791	995,40063
13	939,35713	998,5654	1063,49578

Jahre	5 p. c.	4 p. c.	3 p. c.
14	989,86393	1056,31299	1129,60695
15	1037,96563	1111,83312	1173,79315
16	1083,77678	1165,22402	1236,10986
17	1127,40638	1216,56142	1296,61153
18	1168,95845	1265,92432	1355,35103
19	1208,53185	1313,38864	1412,37966
20	1246,22175	1359,02743	1467,74726
21	1282,11595	1402,91088	1521,50471
22	1316,30095	1445,1065	1573,6964
23	1348,85805	1485,67922	1624,36793
24	1379,86485	1524,69144	1673,5636
25	1409,39785	1562,20321	1721,3264
26	1437,52193	1598,27222	1767,69804
27	1464,30676	1632,95397	1812,71924
28	1489,86616	1666,30179	1856,42897
29	1514,16076	1698,36702	1898,8656
30	1537,29851	1729,19897	1940,06426
31	1559,33441	1758,84507	1980,06296
32	1580,32101	1787,35095	2018,89666
33	1600,30826	1814,76045	2056,59928
34	1619,34376	1841,11675	2093,20377
35	1637,47279	1866,45838	2128,7421
36	1654,73853	1890,82537	2163,24534
37	1671,18209	1914,25508	2196,74356
38	1686,84263	1936,78371	2229,26753
39	1701,75743	1958,44585	2260,84413
40	1715,96200	1979,27483	2291,50275
41	1729,49018	1999,30269	2321,26658
42	1742,37413	2018,56026	2350,16345
43	1754,64455	2037,07717	2378,2186
44	1766,33069	2054,88187	2405,45654
45	1777,46034	2072,00179	2431,90109
46	1788,05998	2088,46324	2457,57535
47	1798,15487	2104,29157	2482,50176
48	1807,76908	2119,51112	2506,7021
49	1816,92547	2134,14529	2530,19753
50	1825,64584	2148,21662	2553,0091
51	1833,950955	2161,74677	2575,15569
52	1841,860585	2174,75651	2596,65718
53	1849,393575	2187,26587	2617,53237
54	1856,567845	2199,29407	2637,7995
55	1863,400485	2210,85968	2657,47628
56	1869,907755	2221,98039	2676,58169
57	1876,105161	2232,67345	2695,13063

Jahre	5 p. c.	4 p. c.	3 p. c.
58	1882,007451	2242,95523	2713,13931
59	1887,628681	2252,84159	2730,62346
60	1892,982231	2262,34768	2747,59836
61	1898,080851	2271,48815	2764,07885
62	1902,936681	2280,27707	2780,07565
63	1907,56128	2288,72795	2795,60652
64	1911,96566	2296,85377	2810,68504
65	1916,16031	2304,66709	2825,32438
66	1920,155213	2312,1799	2839,53733
67	1923,959882	2319,40375	2853,33631
68	1927,583381	2326,34976	2866,73338
69	1931,034328	2333,02862	2879,73725
70	1934,320948	2339,4506	2892,36527
71	1937,451058	2345,62558	2904,62576
72	1940,432118	2351,56305	2916,52916
73	1943,271221	2357,27217	2928,08586
74	1945,975129	2362,76171	2939,30596
75	1948,550279	2368,02797	2950,19926
76	1951,002799	2373,10336	2960,77545
77	1953,338539	2377,98354	2971,04341
78	1955,563049	2382,67602	2981,01232
79	1957,681629	2387,18802	2990,69088
80	1959,699326	2391,52648	3000,08863
81	1961,620946	2395,70248	3009,20265
82	1963,451056	2399,71363	3018,06093
83	1965,194016	2403,57051	3026,6612
84	1966,853976	2407,27905	3035,01098
85	1968,434896	2410,84495	3043,11757
86	1969,940536	2414,2737	3050,98804
87	1971,374476	2417,57058	3058,62928
88	1972,740136	2420,74066	3066,04796
89	1974,040756	2423,78881	3073,25056
90	1975,279446	2426,71972	3080,24338
91	1976,459156	2429,53791	3087,03252
92	1977,582686	2432,2477	3093,62392
93	1978,652716	2434,65327	3100,02334
94	1979,671796	2437,15863	3106,23661
95	1980,642343	2439,56763	3112,26868
96	1981,5666735	2441,88397	3118,12505
97	1982,4469885	2444,11122	3123,81085
98	1983,2853835	2446,25281	3129,33105
99	1984,0838549	2448,31203	3134,69046
100	1984,8443039	2450,29205	3139,89374

Tabelle IIII.

Allgemeine Sterblichkeitsordnung.

Jahre, Alter.	Es ſterben A	von Lebenden B	Summe aller Lebenden. C	Es ſtirbt einer von D	Mitlere Lebensdauer. E	Wahrſcheinliche Lebensdauer. F
0	2583	10000	294294	3,87	28,77 Jahre	19,74 Jahre
1	657	7417	284294	11,13	37,74	39,71
2	301	6760	276877	22,12	40,38	43,32
3	253	6459	270117	25,53	41,25	44,43
4	220	6206	263658	28,21	41,91	45,11
5	178	5986	257452	33,63	42,44	45,56
6	135	5808	251466	43,		
7	94	5673	245658	60,35		
8	70	5579	239985	79,7		
9	58	5509	234406	94,98		
10	51	5451	228897	106,88	41,43	43,83
11	48	5400	223446	112,5		
12	46	5352	218046	116,39		
13	43	5306	212694	123,39		
14	42	5263	207389	125,31		
15	44	5221	202126	118,66	38,15	40,22
16	45	5177	196905	114,15		
17	46	5132	191728	111,56		
18	48	5086	186596	105,54		
19	51	5038	181510	98,78		
20	53	4987	176472	94,09	34,81	36,51
21	54	4933	171485	91,37		
22	55	4879	166552	88,71		
23	56	4824	161673	85,14		
24	58	4768	156849	82,22		
25	58	4710	152081	81,21	31,71	33
26	57	4652	147371	81,61		
27	58	4595	142719	79,22		
28	59	4537	138114	76,89		
29	60	4478	133577	74,63		
30	61	4418	129099	72,26	28,64	29,47

Jahre, Alter.	Es ſter-ben A	von Le-benden. B	Summe aller Le-benden. C	Es ſtirbt einer von D	Mitlere Le-bensdauer. E	Wahrſcheinli-che Lebens-dauer. F
31	62	4357	124681	70,27		
32	63	4295	120324	68,27		
33	64	4232	116029	66,13		
34	65	4158	111797	63,97		
35	67	4093	107639	61,09	25,71	26,1
36	66	4026	103546	61,		
37	67	3960	99520	59,1		
38	68	3893	95560	57,25		
39	69	3825	91667	55,43		
40	68	3756	87842	55,25	22,87	22,71
41	69	3688	84086	53,44		
42	70	3619	80398	51,7		
43	71	3549	76779	49,99		
44	72	3478	73230	48,31		
45	73	3406	69752	46,66	19,93	19,35
46	73	3333	66346	45,65		
47	74	3260	63013	44,05		
48	75	3186	59753	42,48		
49	75	3111	56567	41,48		
50	77	3036	53456	39,43	17,05	16,12
51	78	2959	50420	37,93		
52	81	2881	47461	35,57		
53	84	2800	44580	33,33		
54	87	2716	41780	31,22		
55	89	2629	39064	29,54	14,27	13,17
56	92	2540	36335	27,61		
57	95	2448	33795	25,76		
58	97	2353	31347	24,25		
59	99	2256	28994	22,78		
60	101	2157	26738	21,36	11,87	10,68
61	103	2056	24581	19,96		
62	105	1953	22525	18,6		
63	108	1848	20572	17,11		
64	106	1740	18724	16,41		
65	104	1634	16984	15,71	9,85	8,61
66	101	1530	15350	15,15		
67	98	1429	13820	14,58		
68	96	1331	12391	13,86		
69	94	1235	11060	13,14		
70	92	1141	9825	12,4	8,06	6,62

Jahre,

Jahre, Alter.	Es ſter-ben A	von Le-benden. B	Summe aller Le-benden. C	Es ſtirbt einer von D	Mitlere Le-bensdauer. E	Wahrſcheinli-che Lebens-dauer. F
71	90	1049	8684	11,65		
72	89	959	7635	10,77		
73	87	870	6676	10,		
74	84	783	5806	9,32		
75	81	699	5023	8,63	6,61	4,93
76	77	618	4324	8,03		
77	72	541	3706	7,51		
78	66	469	3165	7,09		
79	58	403	2696	6,95		
80	51	345	2293	6,73	6,06	4,54
81	44	294	1948	6,68		
82	35	250	1654	7,16		
83	29	215	1404	7,41		
84	26	186	1189	7,15		
85	23	160	1003	6,95	5,62	4,73
86	20	137	843	6,85		
87	16	117	706	7,31		
88	13	101	589	7,77		
89	11	88	488	8,		
90	10	77	400	7,7	4,5	4,14
91	9	67	323	7,44		
92	9	58	256	6,44		
93	8	47	198	5,87		
94	7	39	151	5,57		
95	7	32	112	4,57	2,59	2,6
96	6	25	80	4,16		
97	5	19	55	3,8		
98	4	14	36	3,5		
99	4	10	22	2,5		
100	3	6	12	2,	1,33	1
101	1	3	6	3	1,166	
102	1	2	3	2	1,	
103	1	1	1	1	0,5	
104	0	0				
105						

Tabelle V.

Sterblichkeitsordnung für das männliche Geſchlecht.

Jahre, Alter.	Es ſterben	von Lebenden.	Summe aller Lebenden	Es ſtirbt einer von	Mitlere Lebensdauer.	Wahrſcheinliche Lebensdauer.
–	A	B	C	D	E	F
0	2605	10000	286903	3,84	28,19	17,15
1	792	7395	276903	9,34	36,94	39,14
2	290	6603	269508	22,77	40,32	43,5
3	234	6313	262905	27,09	41,14	44,33
4	192	6079	256592	31,83	41,7	44,75
5	158	5887	250512	37,51	42,04	44,88
6	132	5729	244623	43,76		
7	115	5597	238891	49,13		
8	96	5482	233290	57,75		
9	74	5386	227803	72,49		
10	57	5312	222411	94,98	41,31	43,14
11	47	5255	217092	111,97		
12	44	5208	211829	118,55		
13	42	5164	206613	122,95		
14	40	5122	201449	128,05		
15	39	5082	196327	130,31	38,13	39,51
16	37	5043	191245	133,56		
17	38	5006	186202	131,74		
18	40	4968	181196	124,2		
19	42	4928	176228	117,09		
20	44	4886	171300	115,59	34,56	35,61
21	47	4842	166414	103,02		
22	50	4795	161572	95,9		
23	53	4745	156777	89,55		
24	55	4692	152032	85,33		
25	56	4637	147340	82,69	31,27	32,
26	57	4581	142703	80,37		
27	58	4524	138122	78,		
28	60	4466	133598	74,43		
29	62	4406	129132	71,07		
30	61	4344	124726	71,21	28,19	28,59

Jahre, Alter.	Es ſter-ben	von Le-benden.	Summe aller Le-benden.	Es ſtirbt einer von	Mitlere Le-bensdauer.	Wahrſcheinli-che Lebens-dauer.
	A	B	C	D	E	F
31	60	4283	120382	71,22		
32	61	4223	116099	69,23		
33	62	4162	111876	67,13		
34	63	4100	107714	65,09		
35	64	4037	103614	63,09	25,19	25,25
36	65	3973	99577	61,12		
37	66	3908	95604	59,36		
38	67	3842	91696	57,34		
39	68	3775	87854	55,51		
40	70	3707	84079	52,96	22,18	21,96
41	72	3637	80372	50,51		
42	73	3565	76735	48,83		
43	75	3492	73170	46,56		
44	77	3417	69678	44,39		
45	78	3340	66261	42,82	19,34	18,73
46	79	3262	62921	41,29		
47	81	3183	59659	39,29		
48	83	3102	56476	37,37		
49	85	3019	53374	35,52		
50	87	2934	50365	33,72	16,66	15,59
51	87	2847	47431	32,72		
52	88	2760	44584	31,36		
53	88	2672	41824	30,37		
54	89	2586	39152	29,05		
55	89	2497	36566	28,05	14,94	12,59
56	90	2408	34069	26,75		
57	91	2318	31661	25,47		
58	92	2227	29343	24,21		
59	93	2135	27116	22,95		
60	95	2042	24971	21,49	11,73	10,04
61	98	1947	22929	19,87		
62	101	1849	20982	18,31		
63	107	1748	19133	16,34		
64	110	1641	17385	14,93		
65	108	1531	15744	14,18	9,78	8,63
66	104	1423	14213	13,69		
67	102	1319	12790	12,93		
68	98	1217	11471	12,42		
69	94	1119	10254	11,9		
70	91	1025	9135	11,26	8,41	6,65

Jahre, Alter.	Es ſterben A	von Lebenden. B	Summe aller Lebenden C	Es ſtirbt einer von D	Mitlere Lebensdauer. E	Wahrſcheinliche Lebensdauer. F
71	87	934	8110	10,73		
72	83	847	7176	10,2		
73	78	764	6329	9,79		
74	72	686	5565	9,53		
75	65	614	4879	9,44	7,44	6,36
76	57	549	4265	9,63		
77	50	492	3716	9,84		
78	44	442	3224	10,05		
79	40	398	2782	9,95		
80	38	358	2384	9,42	6,16	5,13
81	36	320	2026	8,88		
82	35	284	1706	8,11		
83	34	249	1422	7,32		
84	32	215	1173	6,09		
85	30	183	958	6,10	4,68	3,55
86	27	153	775	5,66		
87	24	126	622	5,25		
88	20	102	496	5,1		
89	15	82	394	5,47		
90	12	67	312	5,58	4,16	3,71
91	9	55	245	6,11		
92	8	46	190	5,75		
93	7	38	144	5,43		
94	7	31	106	4,43		
95	6	24	75	4	2,62	2,25
96	5	18	51	3,6		
97	4	13	33	3,25		
98	4	9	20	2,25		
99	2	5	11	2,5		
100	1	3	6	3	1,5	1,5
101	1	2	3	2	1	
102	1	1	1	1	0,5	
103	0	0				
104						
105						

Tabelle VI.

Sterblichkeitsordnung für das weibliche Geſchlecht.

Jahre, Alter.	Es ſterbē jährlich A	von Lebenden. B	Summe aller Lebenden. C	Es ſtirbt eine von D	Mitlere Lebensdauer. E	Wahrſcheinliche Lebensdauer. F
0	2868	10000	299872	3,48	29,49	20,79
1	456	7132	289872	15,63	40,14	43,44
2	289	6676	282740	23,1	41,86	45,47
3	249	6387	276064	25,64	42,72	46,33
4	188	6138	269677	33,18	43,43	46,89
5	152	5950	263539	39,14	43,79	47,05
6	126	5798	257589	46,81		
7	97	5672	251791	58,47		
8	84	5575	246119	66,37		
9	73	5491	240544	75,22		
10	63	5418	235053	86	42,88	45,25
11	53	5355	229635	101,04		
12	44	5302	224280	120,5		
13	38	5258	218978	136,73		
14	35	5220	213720	149,14		
15	33	5185	208500	154,69	39,74	41,86
16	31	5152	203315	166,19		
17	30	5121	198163	170,7		
18	31	5090	193042	164,19		
19	32	5059	187952	158,09		
20	34	5027	182893	147,85	35,88	37,53
21	37	4993	177866	134,94		
22	40	4956	172873	123,9		
23	43	4916	167917	114,3		
24	47	4873	163001	103,72		
25	50	4826	158128	96,52	32,26	33,71
26	53	4776	153302	90,11		
27	56	4723	148526	84,34		
28	59	4667	143803	79,1		
29	62	4608	139136	74,32		
30	64	4546	134528	71,03	29,09	30,32

Jahre, Alter.	Es ſter= be jähr= lich. A	von Le= benden. B	Summe aller Le= benden. C	Es ſtirbt eine von D	Mitlere Le= bensdauer. E	Wahrſcheinli= che Lebens= dauer. F
31	65	4482	129982	68,95		
32	66	4417	125500	66,92		
33	66	4351	121083	65,92		
34	65	4285	116732	65,92		
35	65	4220	112447	64,92	26,15	27,14
36	66	4155	108227	62,95		
37	67	4089	104072	61,03		
38	68	4022	99983	59,15		
39	69	3954	95961	57,3		
40	70	3885	92007	55,5	23,19	23,91
41	71	3815	88122	53,73		
42	72	3744	84307	52		
43	73	3672	80563	50,3		
44	74	3599	76891	48,63		
45	75	3525	73292	47	20,29	20,67
46	76	3450	69767	45,39		
47	77	3374	66317	43,82		
48	78	3297	62943	42,28		
49	79	3219	59646	40,74		
50	80	3140	56427	39,25	17,47	17,44
51	81	3060	53287	37,77		
52	82	2979	50227	36,34		
53	83	2897	47248	34,9		
54	84	2815	44351	33,51		
55	85	2731	41536	32,13	14,71	14,19
56	85	2646	38805	31,13		
57	86	2561	36159	29,79		
58	87	2475	33598	28,45		
59	87	2388	31123	27,44		
60	88	2301	28735	26,14	11,94	11,01
61	90	2213	26434	24,59		
62	93	2123	24221	22,82		
63	97	2030	22098	20,93		
64	101	1933	20068	19,14		
65	104	1832	18135	17,61	9,39	8,14

Jahre, Alter.	Es ſter- bě jährlich. A	von Lebenden. B	Summe aller Lebenden. C	Es ſtirbt eine von D	Mitlere Lebensdauer. E	Wahrſcheinliche Lebensdauer. F
66	108	1728	16303	16		
67	113	1620	14575	14,34		
68	119	1507	12955	12,66		
69	121	1388	11448	11,47		
70	118	1267	10060	10,74	7,59	6,17
71	112	1149	8793	10,26		
72	107	1037	7644	9,69		
73	101	930	6607	9,21		
74	94	829	5677	8,82		
75	88	735	4848	8,35	6,09	4,61
76	83	647	4113	7,79		
77	77	564	3466	7,32		
78	70	487	2902	6,96		
79	65	417	2415	6,41		
80	56	352	1998	6,28	4,91	4
81	47	296	1646	6,49		
82	39	249	1350	6,39		
83	35	210	1101	6		
84	28	175	891	6,23		
85	23	147	716	6,39	4,37	3,65
86	21	124	569	5,9		
87	19	103	445	5,42		
88	17	84	342	4,94		
89	15	67	258	4,47		
90	12	52	191	4,35	3,17	2,5
91	10	40	139	4		
92	8	30	99	3,75		
93	7	22	69	3,14		
94	5	15	47	3		
95	3	10	32	3,33	2,7	2
96	2	7	22	3,5		
97	1	5	15	5		
98	1	4	10	4		
99	1	3	6	3		
100	1	2	3	2	1	1
101	0	1	1	1		

Tabel-

Tabelle *VII.*

Sterblichkeitsordnung für Rentenirer.

Jahre, Alter.	Es ſterben A	von Lebenden. B	Summe aller Lebenden C	Es ſtirbt einer von D	Mitlere Lebensdauer. E	Wahrſcheinliche Lebensdauer. F
0	2550	10000	352894	3,92	34,79	30,09
1	362	7450	342894	20,59	45,52	52,74
2	265	7088	335444	26,75	46,82	54,07
3	205	6823	328356	33,28	47,62	54,61
4	150	6618	321533	44,12	48,09	54,75
5	123	6468	314915	52,58	48,19	54,55
6	102	6345	308447	61,22		
7	91	6243	302102	68,64		
8	81	6154	295859	75,97		
9	69	6073	289705	88,01		
10	58	6004	283632	103,52	46,76	51,88
11	49	5946	277628	121,34		
12	43	5897	271682	137,14		
13	39	5854	265785	150,1		
14	37	5815	259931	157,16		
15	38	5778	254116	152,05	43,46	47,96
16	41	5740	248338	140,		
17	44	5699	242598	129,52		
18	47	5655	236899	120,32		
19	50	5608	231244	112,14		
20	52	5558	225636	106,88	40,08	43,99
21	53	5506	220078	103,89		
22	54	5453	214572	100,98		
23	55	5399	209119	98,34		
24	56	5344	203720	95,43		
25	57	5288	198376	92,77	37,01	40,23
26	58	5231	193088	90,19		
27	57	5173	187857	90,75		
28	56	5116	182684	91,36		
29	55	5060	177569	92,		
30	54	5005	172509	92,68	33,96	36,51

Jahre, Alter.	Es ſter- ben A	von Le- benden. B	Summe aller Le- benden. C	Es ſtirbt einer von D	Mitlere Le- bensdauer. E	Wahrſcheinli- che Lebens- dauer. F
31	54	4951	167504	91,68		
32	53	4897	162553	92,39		
33	52	4844	157656	93,15		
34	52	4792	152812	92,15		
35	52	4740	148020	91,15	30,73	32,69
36	51	4688	143280	91,92		
37	50	4637	138592	92,74		
38	49	4587	133955	93,61		
39	48	4538	129368	94,54		
40	49	4490	124830	91,63	27,3	28,81
41	49	4441	120340	90,63		
42	50	4392	115899	87,84		
43	51	4342	111507	85,14		
44	52	4291	107165	82,52		
45	53	4239	102874	81,86	23,77	24,91
46	54	4186	98635	77,52		
47	55	4132	94449	75,13		
48	56	4077	90317	72,8		
49	57	4021	86240	70,54		
50	59	3964	82219	67,18	20,24	21,09
51	62	3905	78255	64,59		
52	66	3843	74350	58,23		
53	70	3777	70507	53,96		
54	76	3707	66830	47,72		
55	81	3631	63123	44,82	16,88	17,48
56	85	3550	59492	41,76		
57	88	3465	55942	39,37		
58	91	3377	52477	37,11		
59	95	3286	49100	34,8		
60	99	3191	45814	32,33	13,86	14,15
61	102	3092	42623	30,31		
62	105	2990	39531	28,47		
63	107	2885	36541	26,95		
64	109	2778	33656	25,48		
65	110	2669	30878	24,26	11,07	11,02

Jahre,

Jahre, Alter.	Es ſter-ben	von Le-benden.	Summe aller Le-benden.	Es ſtirbt einer von	Mitlere Le-bensdauer.	Wahrſcheinli-che Lebens-dauer.
	A	B	C	D	E	F
66	111	2559	28206	23,05		
67	112	2448	25650	21,86		
68	113	2336	23202	20,67		
69	114	2223	20866	19,59		
70	116	2109	18643	18,18	8,34	8,08
71	119	1993	16534	16,75		
72	125	1874	14541	14,99		
73	132	1749	12667	13,25		
74	138	1617	10918	11,72		
75	142	1479	9301	10,41	5,79	5,63
76	139	1337	7822	9,75		
77	134	1198	6485	8,94		
78	128	1064	5287	8,31		
79	122	936	4223	7,67		
80	115	812	4287	7,06	3,78	3,98
81	107	697	3475	6,51		
82	98	590	2778	6,02		
83	88	492	2188	5,59		
84	77	404	1696	5,25		
85	66	327	1292	4,95	3,45	2,91
86	55	261	965	4,74		
87	47	206	704	4,55		
88	42	159	498	3,78		
89	37	117	299	3,03		
90	30	80	182	2,66	1,79	1,45
91	22	50	102	2,27	1,54	
92	14	28	52	2,	1,36	
93	8	14	24	1,75	1,21	
94	3	6	10	2,	1,16	
95	2	3	4	1,5	0,83	
96	1	1	1	1	0,5	
97	0	0				
98						
99						
100						

Tabelle *VIII.*

Um eine Leibrente 1. zu ziehen, muß man jezt dafür erlegen zu 5. p. c.

Alter der Rentenirer, Jahre.			
0	11,082730769	+	0,21287695
1	14,61996		0,128887059
2	15,134965517		0,116706892
3	15,508925		0,10788205
4	15,750182143		0,101292372
5	15,923837037		0,0972281
6	16,041618519		0,09437586
7	16,118544445		0,09254458
8	16,169229629		0,091176
9	16,204137037		0,09035068
10	16,209877778		0,09021234
11	16,194311111		0,09076968
12	16,145318519		0,0920302
13	16,077107474		0,0936688
14	15,994162926		0,09565848
15	15,901411111		0,0978818
16	15,807014815		0,100147512
17	15,716771429		0,102314191
18	15,631010718		0,104375667
19	15,550114286		0,106322512
20	15,474503572		0,1081451
21	15,401475		0,109902625
22	15,328642857		0,111662308
23	15,256053572		0,113414289
24	15,183721429		0,115164842
25	15,111734114		0,116908811
26	15,040234114		0,118643622
27	14,969303411		0,120366445
28	14,89287931		0,122219111
29	14,810589621		0,1242168
30	14,722006823		0,126366471
31	14,626706667		0,128678383
32	14,52739		0,13108903
33	14,42075		0,133678313
34	14,306006667		0,136460188
35	14,189593549		0,138211484
36	14,064735484		0,141183549

Alter der Rentenirer, Jahre.			
37	13,930393549	+	0,144373867
38	13,78626875		0,147794862
39	13,631896375		0,15146131
40	13,466503125		0,155389143
41	13,295833334		0,159443074
42	13,116384849		0,163724704
43	12,9307997		0,168111577
44	12,738702941		0,1726724
45	12,539714286		0,177396542
46	12,333405712		0,182294042
47	12,119322223		0,187375783
48	11,896963889		0,192653565
49	11,665786487		0,19814
50	11,425208		0,2038491
51	11,177715385		0,209720333
52	10,925965		0,2156921
53	10,67272927		0,221697
54	10,417985712		0,227735789
55	10,168105		0,233661684
56	9,9301625		0,239534889
57	9,6824475		0,245433667
58	9,431498		0,251390647
59	9,177322		0,257423294
60	8,92307		0,263456
61	8,66921		0,269477063
62	8,413194		0,275546563
63	8,155344		0,281656333
64	7,892936		0,2878718
65	7,626043334		0,2942576
66	7,351546667		0,300759071
67	7,069135		0,307444571
68	6,778471667		0,314322357
69	6,479177143		0,321399357
70	6,170871429		0,328682769
71	5,856542857		0,336102231
72	5,53985625		0,343587
73	5,2325825		0,350815583
74	4,942717778		0,359355333
75	4,674097778		0,364589167
76	4,429036		0,3703735
77	4,190068		0,376000635
78	3,953634546		0,381551818
79	3,7190175		0,387040273

Alter der Rentenirer, Jahre.			
80	3,501293333	+	0,393328728
81	3,282933		0,39864
82	3,072217857		0,403804546
83	2,868371333		0,408855546
84	2,667823125		0,4138978
85	2,460811667		0,4182257
86	2,23724895		0,4237459
87	1,97630137		0,4302311
88	1,68851616		0,437478
89	1,40938226		0,44475899
90	1,1642827		0,451629

Tabelle *IX.*

Für eine Aktie von 10 Rthl. erhält man eine Leibrente von; zu 5 p. c.

Alter der Rentenirer, Jahre.			
0	0,9023044	—	0,0169844
1	0,6839965		0,005981167
2	0,660721714		0,005055857
3	0,64479		0,004454143
4	0,634913143		0,004057
5	0,627989286		0,003808715
6	0,623378571		0,003646
7	0,620403429		0,003542
8	0,618458571		0,003467714
9	0,617126286		0,003421715
10	0,616907714		0,003411143
11	0,617500286		0,003438572
12	0,619374571		0,003514285
13	0,622003		0,003603571
14	0,625228		0,003730714
15	0,628875		0,003855143
16	0,632630429		0,003982858
17	0,636263143		0,004115714
18	0,639753857		0,004245571

Alter

Alter der Rentenirer, Jahre		
19	0,643082143 —	0,004366857
20	0,646224429	0,004484858
21	0,649288714	0,004600571
22	0,652373429	0,004717858
23	0,655477571	0,004836857
24	0,658600333	0,004958047
25	0,661737286	0,005079757
26	0,6648835	0,005204
27	0,668033833	0,005328976
28	0,671461857	0,005461524
29	0,675194167	0,005617167
30	0,679255667	0,005781167
31	0,683681	0,005971167
32	0,688355167	0,006156167
33	0,693445	0,006368833
34	0,699007167	0,006550167
35	0,704741833	0,006798333
36	0,710998	0,007065833
37	0,717854833	0,0073635
38	0,725359	0,007683167
39	0,733573833	0,008060333
40	0,742583333	0,008469833
41	0,752115167	0,008912167
42	0,762405167	0,009399334
43	0,773347833	0,009925833
44	0,785009333	0,010499
45	0,7974664	0,0111244
46	0,810806	0,011809002
47	0,8251286	0,012563
48	0,8405506	0,013394602
49	0,8572056	0,0143136
50	0,8752576	0,0153388
51	0,8946366	0,0164708
52	0,9152512	0,0177176
53	0,936967	0,0191026
54	0,9598785	0,0205345
55	0,98346775	0,02209235
56	1,007032791	0,023719541
57	1,032796667	0,025532248
58	1,060276585	0,0275273
59	1,08964225	0,029730299
60	1,12069	0,03213925
61	1,153507632	0,034749427

Alter

Alter der Rentenirer, Jahre.		
62	1,188611603	0,037707129
63	1,226188056	0,040880121
64	1,266956471	0,044583693
65	1,311295455	0,048716926
66	1,3692575	0,052462348
67	1,4146	0,058957812
68	1,475259311	0,065378021
69	1,543406072	0,072941934
70	1,620514815	0,081947672
71	1,7074916	0,092672711
72	1,805100825	0,102522025
73	1,911102609	0,120076026
74	2,023177737	0,137122944
75	2,139452	0,154806545
76	2,257827368	0,174237834
77	2,386596111	0,196528111
78	2,529318824	0,222613035
79	2,68888125	0,253454583
80	2,856087333	0,288444980
81	3,046057143	0,326903583
82	3,254978462	0,378127129
83	3,486298333	0,434005476
84	3,748375	0,503435002
85	4,063690909	0,581090076
86	4,469765	0,71177
87	5,059956667	0,904599667
88	5,922358571	1,218673025
89	7,095305	1,70197375
90	8,588982	2,400423429

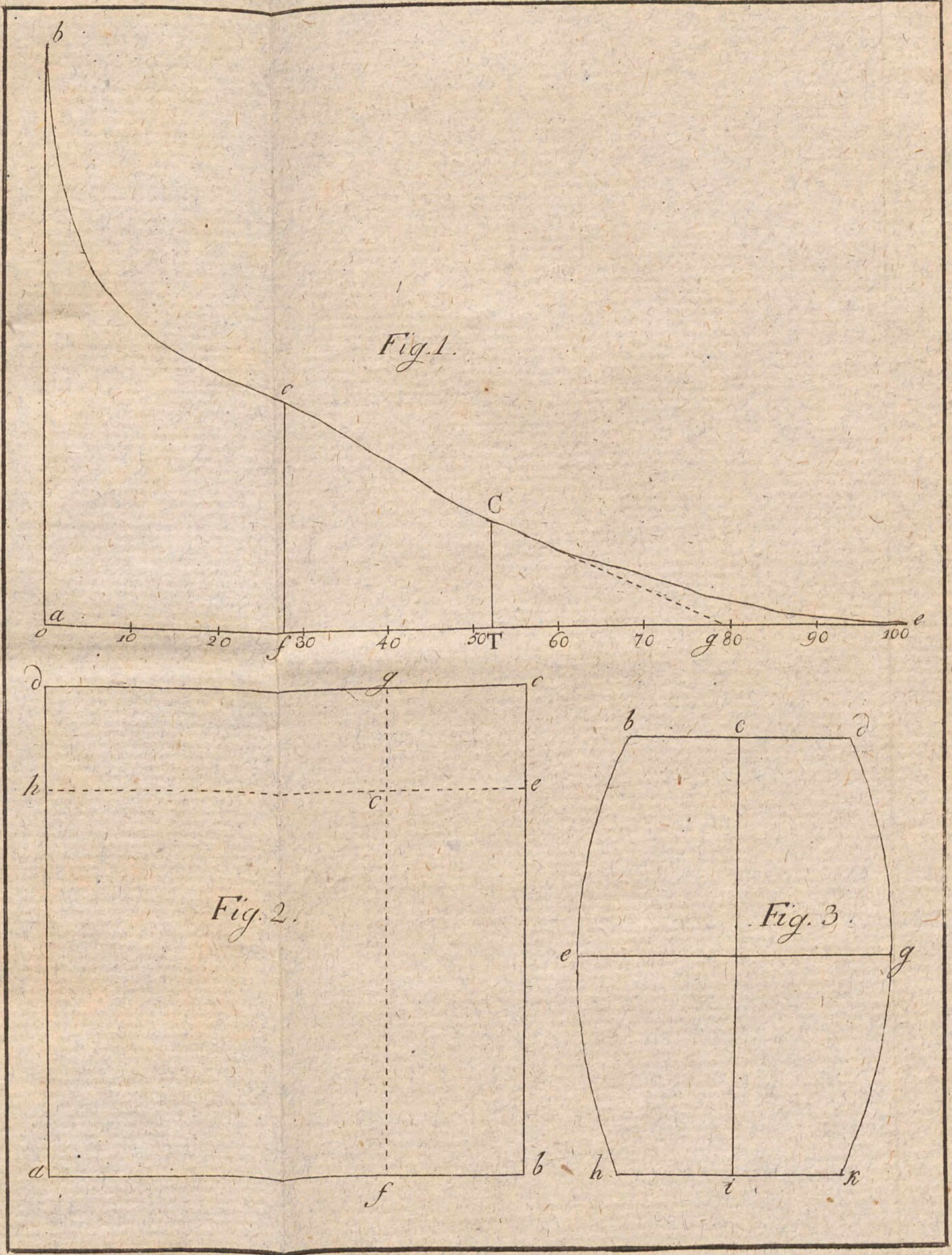
Fig. 1.
b
a
c
C
e
0
10
20
f 30
40
50 T
60
70
g 80
90
100
Fig. 2.
d
g
c
h
e
c
a
b
f
Fig. 3.
b
c
d
e
g
h
i
k

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Florencourt, Carl Chassot <<von>>, / Kästner, Abraham Gotthelf, / Richter, Gottlob Emanuel,

Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst

Altenburg 1781

4 Math.p. 125 ip
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053461-6
VD18 15343294